Torregrosa, A., Correig, E., Colomer, M., Vilalta, A. y Herranz, M. (2026). Analizando el impacto de un programa curricular basado en el desarrollo de la competencia matemática: El caso de Innovamat. *Revista de Investigación Educativa, 44.* https://doi.org/10.6018/rie.631081

Analizando el impacto de un programa curricular basado en el desarrollo de la competencia matemática: El caso de Innovamat

Analyzing the Impact of a Mathematical Competency-Based Curriculum: The Innovamat Case

Alba Torregrosa*[1], Eudald Correig**, Marc Colomer***, Albert Vilalta* y Marta Herranz***

*Departamento de Didáctica de la Matemática y las Ciencias Experimentales. Universidad Autónoma de Barcelona (España)

**Departamento de Ingeniería. Facultad de Ingeniería. Universidad Rovira i Virgili (España)

***Departamento de Investigación Educativa. Compañía Innovamat Education SL (España)

Resumen

En el presente estudio analizamos el impacto de Innovamat: un programa curricular de enseñanza y aprendizaje que pretende desarrollar la competencia matemática del alumnado. Para ello, tomamos como objetivo medir el grado de adquisición de la competencia matemática de dos muestras de estudiantes mexicanos de 4º grado de educación primaria. Ambas muestras pertenecen a colegios privados similares a nivel socioeconómico, con un índice IDH (Índice de Desarrollo Humano) entre 0.7 y 0.9. La primera muestra, llamada grupo intervención, está conformada por 28 colegios (912 estudiantes) que usan el programa de Innovamat desde hace un año y la segunda muestra, llamada grupo control está conformada por 27 colegios (1,111 estudiantes) que usan editoriales de libros de texto muy extendidas en el territorio mexicano. Los resultados apuntan a una asociación entre usar el programa de Innovamat y un mejor desempeño en una adaptación de la prueba TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) tanto en contenidos, como en dominios cognitivos que caracterizan la competencia matemática. A pesar de ello, no es posible afirmar que la implementación de este

1 **Correspondencia:** Alba Torregrosa, alba.torregrosa@uab.cat, Departamento de Didáctica de la Matemática y las Ciencias Experimentales, Facultad de Educación, Edificio G5, Plaça del Coneixement, 08193 Bellaterra, Barcelona (España).

programa mejore la competencia matemática del alumnado, dado que el presente estudio no permite establecer su efecto causal.

Palabras clave: matemáticas; resolución de problemas; material didáctico; evaluación de la educación; educación primaria.

Abstract

This study examines the impact of Innovamat: a curricular teaching and learning program that aims to foster the students' mathematical competence. To do so, this research considers the acquisition of mathematical competence in two different samples of 4th grade Mexican primary school students. Both samples belong to private schools with similar socio-economic backgrounds, their HDI (Human Development Index) being between 0.7 and 0.9. The first sample, called intervention group, consists of 28 private schools (912 students) that have used Innovamat for a year. The second sample, called control group, consists of 27 schools (1.111 students) that use textbooks publishers from widely known in Mexico. Our results indicate a correlation between the use of this programme—Innovamat—and a better performance on an adapted version of the TIMSS test (Trends in International Mathematics and Science Study), both in terms of content and in cognitive domains that characterise mathematical competence. However, it is not possible to conclude that the implementation of this programme improves student mathematical competence, since this study does not allow us to establish its causal effect.

Keywords: mathematics; problem solving; instructional materials; evaluation; primary education.

Introducción y objetivos

Una de las disciplinas que más se ha replanteado su finalidad a lo largo de los años es la educación matemática. La pregunta "qué es hacer matemáticas" ha acaparado gran parte de las investigaciones presentes en la literatura educativa desde hace más de 50 años. A día de hoy, hay acuerdos extensos entre expertos en educación sobre lo que implica aprender matemáticas (Silver et al., 1990), pero seguimos encontrando una dicotomía entre lo que la literatura científica señala que es hacer matemáticas y lo que ocurre en las aulas.

Entender que las matemáticas van más allá del desarrollo de los contenidos, no es una tendencia nueva ni experimental. Ya en los años 40, Pólya (1945) mencionaba la resolución de problemas como eje central de la actividad matemática. En los años 70, Freudenthal (1973) mencionaba que la actividad matemática debía potenciar el desarrollo de los procesos matemáticos vinculados a la competencia matemática. Actualmente, autores como Alsina (2012, 2019), Casey y Sturgis (2018) o Liljedahl (2020) subrayan la necesidad imperativa de potenciar la competencia matemática del alumnado para formar estudiantes y futuros/as ciudadanos/as con un mayor grado de eficacia al enfrentarse a los problemas reales que plantea la vida cotidiana, más allá de los estrictamente académicos. Esta visión competencial de las matemáticas ha influenciado gran parte de los currículos educativos y organizaciones especializadas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (NCTM, 2000; NGACBP y CCSSO, 2010; OECD, 2017), que entienden que aprender matemáticas requiere desarrollar procesos matemáticos clave, como la resolución de problemas, la comunicación y representación, las conexiones o el razonamiento.

Pero realmente, ¿estamos desarrollando la competencia matemática en el aula? Estudios recientes (Martins y Martinho, 2024), muestran que continúa existiendo una gran cantidad de programas curriculares de matemáticas que priorizan la realización de ejercicios de aplicación algorítmica por delante de la resolución de problemas.

En el caso concreto de México, los resultados de las pruebas PISA (*Programme for International Student Assessment*), continúan en tendencia decreciente desde hace más de 10 años (Schleicher, 2019). Los últimos resultados de la edición de 2022 de PISA sitúan al país en un bajo desempeño en competencia matemática, obteniendo 395 puntos, lejos de los 472 puntos de media de la OECD. Además, los materiales escolares que dan soporte al proceso de enseñanza-aprendizaje en México, en su mayoría libros de texto convencionales, frecuentemente priorizan ejercicios mecánicos que requieren la aplicación directa de algoritmos matemáticos, en vez de problemas ricos que permitan una mayor variedad de aproximaciones y soluciones (Valencia Álvarez y Valenzuela González, 2017).

Dado este contexto, es relevante conocer el efecto que tiene implementar programas curriculares en las aulas mexicanas que contemplen el desarrollo de la competencia matemática. En el presente estudio, analizamos el caso de Innovamat, un programa curricular de enseñanza y aprendizaje en matemáticas que se introdujo por primera vez en territorio mexicano en el curso escolar 2022-2023 y que se autodefine como un programa para fomentar la competencia matemática del alumnado (Vilalta, 2021).

Recientemente, los autores de Innovamat han publicado un libro blanco de las matemáticas titulado "El aprendizaje de las matemáticas: Fundamentos teóricos de la propuesta de Innovamat" (Innovamat, 2024). En este libro blanco los autores señalan los pilares fundamentales que sostienen el programa y matizan los ejes principales para el desarrollo de la competencia matemática. A pesar de ello, los resultados de implementar Innovamat en aulas reales, hasta la fecha, no se han publicado en entornos de investigación.

El objetivo del presente estudio es proporcionar evidencias preliminares sobre la relación que hay entre utilizar el programa de Innovamat en el aula y el desempeño del alumnado en una prueba de matemáticas con un enfoque competencial. En este sentido, se pretende responder a la pregunta: ¿El alumnado que hace Innovamat es más capaz de enfrentarse a situaciones que requieren de habilidades relacionadas con la competencia matemática, en comparación con el alumnado que trabaja las matemáticas con libros de texto más convencionales?

Para ello, el presente estudio se focaliza en estudiar el desempeño de dos muestras distintas de estudiantes de 4º grado de educación primaria en una adaptación de la prueba estandarizada TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) de matemáticas. La primera muestra, llamada grupo intervención, está conformada por 28 colegios privados (912 estudiantes) que usan el programa de Innovamat desde hace un año y la segunda muestra, llamada grupo control, está conformada por 27 colegios privados (1,111 estudiantes) que usan editoriales de libros de texto muy extendidas en el territorio mexicano. La selección y adaptación de la prueba TIMSS como medida se debe a dos motivos principales. Primero, se trata de la prueba más relevante de matemáticas en educación primaria a nivel internacional. Segundo, incluye en su marco teórico un enfoque competencial de las matemáticas, con actividades que involucran contextos ricos sobre los cuales es importante razonar para llegar a una solución (Barroso et al., 2021; Suárez-Pellicioni et al., 2016; Teig et al., 2022). Aunque el diseño del estudio no permite identificar el efecto causal que el programa de Innovamat tiene en el desempeño matemático del alumnado, sí que permite obtener evidencias preliminares sobre la relación que hay entre el uso del programa y los resultados en una adaptación de una prueba competencial de matemáticas.

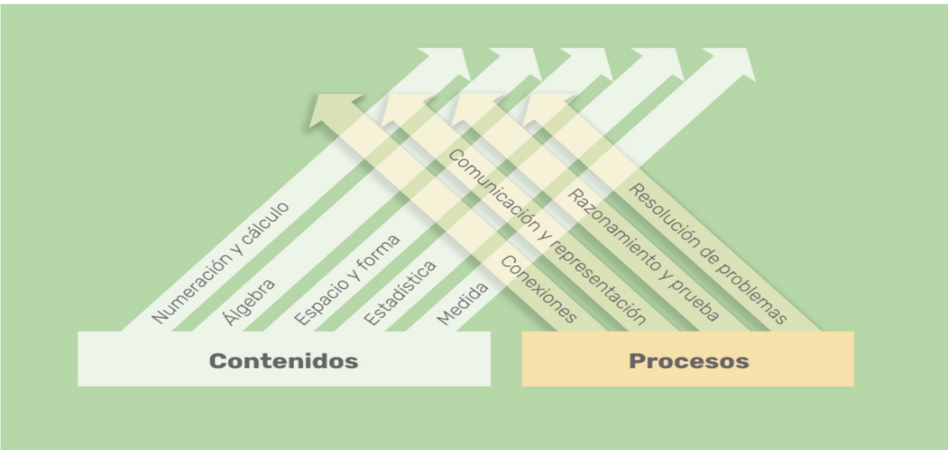
El programa de Innovamat

Innovamat es un programa curricular de matemáticas para la educación infantil, primaria y secundaria. Su objetivo es diseñar recursos didácticos basados en investigación y en experiencias docentes que permitan desarrollar la competencia matemática (Vilalta, 2021). El programa define la competencia matemática en palabras de Niss y Højgaard (2019): "la competencia matemática es la disposición consciente de alguien para actuar adecuadamente en respuesta a un tipo específico de desafío matemático en situaciones determinadas" (p. 6). El desarrollo de dicha competencia pasa por desarrollar cuatro procesos matemáticos: la resolución de problemas, el razonamiento y prueba, las conexiones y la comunicación y representación (Santos-Trigo, 2024).

En este sentido, y a diferencia de los libros de texto convencionales, el programa de Innovamat hace una apuesta clara por el desarrollo de los procesos matemáticos e introduce los contenidos matemáticos como base esencial para trabajar los procesos (Vilalta, 2021). En base a esto, el programa propone desarrollar la competencia matemática a través de la conjunción entre los procesos matemáticos y los bloques de contenido (ver la figura 1).

Figura 1

Representación de la conjunción entre contenidos y procesos. Nota. Innovamat (2024).



Innovamat llega a los centros en forma de guías didácticas para el profesorado, acompañadas de cuadernos de registro individuales para el alumnado, material manipulativo, recursos digitales y formación. A continuación, se especificará y justificará detalladamente cada uno de los materiales anteriores siguiendo las directrices señaladas por Vilalta (2021) y por los autores de Innovamat (2024).

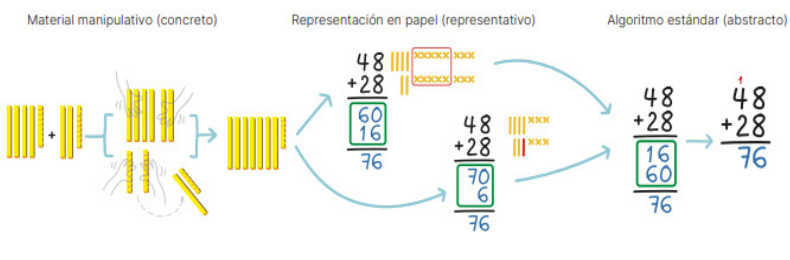
Las guías didácticas para el profesorado contienen una explicación de las actividades a realizar durante una sesión de clase, así como el uso de materiales manipulativos y recursos digitales necesarios para llevar a cabo estas actividades.

Las actividades que contienen las guías didácticas de Innovamat siguen el marco del socio-constructivismo basándose en la idea de que el alumnado teje sus aprendizajes mediante la interacción con el entorno y con los demás (Arcavi, 1999; Stephan y Akyuz, 2022). Al proporcionar guías didácticas dirigidas únicamente al profesorado, estos pasan a tener un papel clave como mentores y mentoras (Banchi y Bell, 2008), facilitando que el alumnado descubra los conocimientos y, en este proceso, desarrolle su habilidad de resolver problemas, razonar, comunicar conceptos matemáticos y hacer conexiones entre conceptos o con su entorno. Las actividades, así como el rol docente, potencian el descubrimiento guiado, basado en la idea de generar oportunidades para desarrollar los procesos matemáticos y la autoconfianza del alumnado. Otros programas educativos que fomentan el descubrimiento guiado, como JUMP Math, han mostrado tener un impacto positivo en el desempeño matemático del alumnado de primaria (Solomon et al., 2019).

Las secuencias didácticas que organizan las actividades presentes en las guías para el profesorado siguen el modelo CRA (Concreto, Representativo y Abstracto) (Laski et al., 2015; Shuxratovna, 2024). En un período inicial, el contenido se descubre a través de la manipulación y la experimentación, que da paso en una segunda fase a la representación pictórica de los materiales usados. Este camino, finaliza en la abstracción, que persigue el objetivo de descubrir algoritmos o estrategias cada vez más simbólicas. Como ejemplo, la figura 2 muestra la secuencia didáctica propuesta por Innovamat para transitar desde la manipulación hacia el algoritmo convencional de la suma. El modelo CRA ha demostrado tener un efecto positivo en la comprensión conceptual matemática del alumnado y en su representación matemática (Purwadi et al., 2019), particularmente para estudiantes con dificultades de aprendizaje (Bouck et al., 2018). El modelo CRA también es un aspecto fundamental en el currículum de Singapur, uno de los países que en la última década ha obtenido los mejores resultados en las pruebas PISA (Leong et al., 2015).

Figura 2.

Ejemplo de la construcción de la estrategia de descomposición de la suma en Innovamat, a través del modelo CRA. Nota. Innovamat (2024)

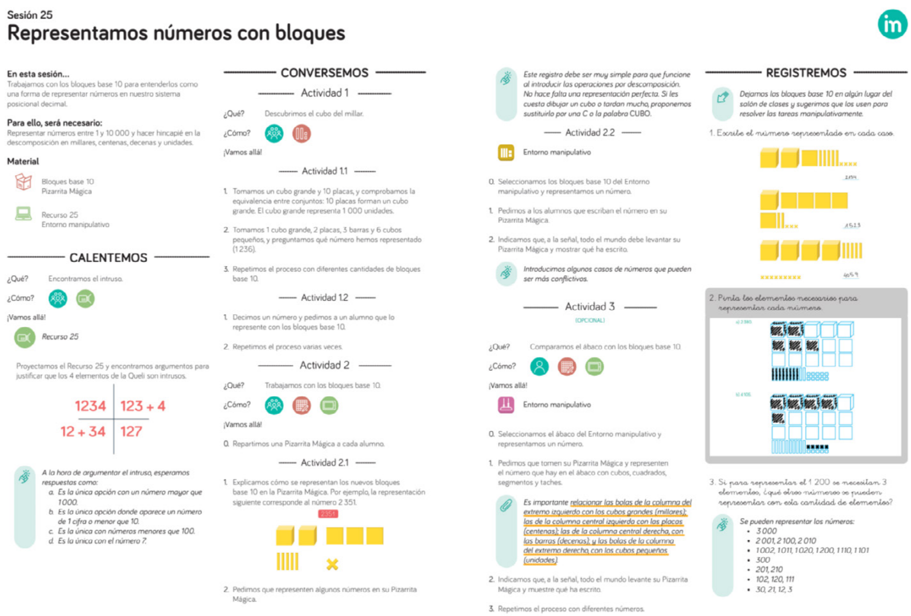


En las guías didácticas para el profesorado, además de las explicaciones objetivas de las actividades basadas en el modelo CRA, aparecen posibles preguntas que el profesorado puede realizar al alumnado (con sus posibles respuestas), adaptaciones para incrementar o disminuir la exigencia de las actividades y consejos formativos. Estos elementos promueven las tres P de Booth y Ainscow (2002) que destacan la Presencia (inclusión física del alumnado), la Participación (social y emocional) y el Progreso (inclusión académica).

A modo de ejemplo, la figura 3 muestra una guía didáctica para el profesorado sobre una sesión de Numeración y Cálculo de 3º de primaria, que se estructura en tres momentos distintos. El momento inicial o Calentemos, en el que se pretende que el alumnado realice una actividad para retomar conocimiento previo o anticipar el conocimiento que desarrollará durante la sesión (Skemp, 1976). El momento central o Conversemos, en el que se pretende que, a partir de una conversación guiada por el profesorado, el alumnado construya conocimiento matemático grupalmente a partir del planteamiento de una pregunta o reto (Piggott, 2011): usando manipulativos (cubitos encajables, segmentos, bloques base 10, geoplanos, etc.) y/o recursos digitales (videos, presentaciones proyectables, canciones, etc.). Y el momento final o Registremos, en el que se pretende que el alumnado se enfrente a la resolución individual de problemas matemáticos en su cuaderno de registro. Esta estructura de sesión pretende que el alumnado construya conocimiento colectivamente sin olvidar el modelo CRA (Laski et al., 2015), necesario para consolidar aprendizajes matemáticos individualmente (Schoenfeld, 2014). Las guías sugieren que se dediquen de 35 a 45 minutos al desarrollo grupal del Calentemos y el Conversemos. Los últimos 10 a 15 minutos de la sesión, estarán dedicados al Registremos en el cuaderno individual del alumnado.

Figura 3.

Sesión 25 de la guía didáctica de 3º de primaria. Nota. Innovamat (2024).



Sesión 25

Representamos números con bloques

En esta sesión...
Trabajamos con los bloques base 10 para entenderlos como una forma de representar números en nuestro sistema posicional decimal.

Para ello, será necesario:
Representar números entre 1 y 10 000 y hacer hincapié en la descomposición en millares, centenas, decenas y unidades.

Material

Bloques base 10
Pizarrita Mágica

Recurso 25
Entorno manipulativo

CALENTEMOS

¿Qué? Encontramos el intruso.

¿Cómo?

¡Vamos allá!

Recurso 25

Proyectamos el Recurso 25 y encontramos argumentos para justificar que los 4 elementos de la Queli son intrusos.

1234	123 + 4
12 + 34	127

A la hora de argumentar el intruso, esperamos respuestas como:
a. Es la única opción con un número mayor que 1000.
b. Es la única opción donde aparece un número de 1 cifra o menor que 10.
c. Es la única con números menores que 100.
d. Es la única con el número 7.

CONVERSEMOS

Actividad 1

¿Qué? Descubrimos el cubo del millar.

¿Cómo?

¡Vamos allá!

Actividad 1.1

1. Tomamos un cubo grande y 10 placas, y comprobamos la equivalencia entre conjuntos: 10 placas forman un cubo grande. El cubo grande representa 1 000 unidades.
2. Tomamos 1 cubo grande, 2 placas, 3 barras y 6 cubos pequeños, y preguntamos qué número hemos representado (1 236).
3. Repetimos el proceso con diferentes cantidades de bloques base 10.

Actividad 1.2

1. Decimos un número y pedimos a un alumno que lo represente con los bloques base 10.
2. Repetimos el proceso varias veces.

Actividad 2

¿Qué? Trabajamos con los bloques base 10.

¿Cómo?

¡Vamos allá!

0. Repartimos una Pizarrita Mágica a cada alumno.

Actividad 2.1

1. Explicamos cómo se representan los nuevos bloques base 10 en la Pizarrita Mágica. Por ejemplo, la representación siguiente corresponde al número 2 351.

2351

2. Pedimos que representen algunos números en su Pizarrita Mágica.

Este registro debe ser muy simple para que funcione al introducir las operaciones por descomposición. No hace falta una representación perfecta. Si les cuesta dibujar un cubo o tardan mucho, proponemos sustituirlo por una C o la palabra CUBO.

Actividad 2.2

Entorno manipulativo

0. Seleccionamos los bloques base 10 del Entorno manipulativo y representamos un número.
1. Pedimos a los alumnos que escriban el número en su Pizarrita Mágica.
2. Indicamos que, a la señal, todo el mundo debe levantar su Pizarrita Mágica y mostrar qué ha escrito.

Introducimos algunos casos de números que pueden ser más conflictivos.

Actividad 3

(OPCIONAL)

¿Qué? Comparamos el ábaco con los bloques base 10.

¿Cómo?

¡Vamos allá!

Entorno manipulativo

0. Seleccionamos el ábaco del Entorno manipulativo y representamos un número.
1. Pedimos que tomen su Pizarrita Mágica y representen el número que hay en el ábaco con cubos, cuadrados, segmentos y taches.

Es importante relacionar las bolas de la columna del extremo izquierdo con los cubos grandes (millares); las de la columna central izquierda con las placas (centenas); las de la columna central derecha, con las barras (decenas); y las bolas de la columna del extremo derecho, con los cubos pequeños (unidades).

2. Indicamos que, a la señal, todo el mundo levante su Pizarrita Mágica y muestre qué ha escrito.
3. Repetimos el proceso con diferentes números.

REGISTREMOS

Dejamos los bloques base 10 en algún lugar del salón de clases y sugerimos que los usen para resolver las tareas manipulativamente.

1. Escribe el número representado en cada caso.

2. Pinta los elementos necesarios para representar cada número.

3. Si para representar el 1 200 se necesitan 3 elementos, ¿qué otros números se pueden representar con esta cantidad de elementos?

Se pueden representar los números:
- *3 000*
- *2 001, 2 100, 2 010*
- *1 002, 1 011, 1 020, 1 200, 1 110, 1 101*
- *300*
- *201, 210*
- *102, 120, 111*
- *30, 21, 12, 3*

Cada curso escolar contiene, aproximadamente, 85 sesiones de clase. Tal y como se ha detallado anteriormente, cada sesión tiene su propia guía didáctica para el profesorado y su propio cuaderno de registro individual para el alumnado (además de los recursos digitales y manipulativos que recibe el colegio y que permiten desarrollar cada sesión). El programa contempla la realización de unas 3 sesiones por semana más 1 sesión semanal adicional dedicada a la práctica sistemática digital. Esta práctica sistemática digital se produce en un entorno gamificado y autoadaptativo en el que el alumnado deberá resolver actividades o ejercicios sistemáticos (Mayer, 2002) para construir su propia ciudad. Esta hora semanal dedicada a la práctica sistemática digital tiene como objetivo consolidar el aprendizaje conceptual y procedimental, así como desarrollar la fluidez, eficiencia y flexibilidad a la hora de manipular y operar con números (Bay-Williams y SanGiovanni, 2022). En este sentido, la práctica sistemática digital pretende contribuir a una comprensión más profunda de los fundamentos matemáticos, generar confianza y ayudar a desarrollar la capacidad de estimar y verificar la razonabilidad de los resultados (Schoenfeld, 2014).

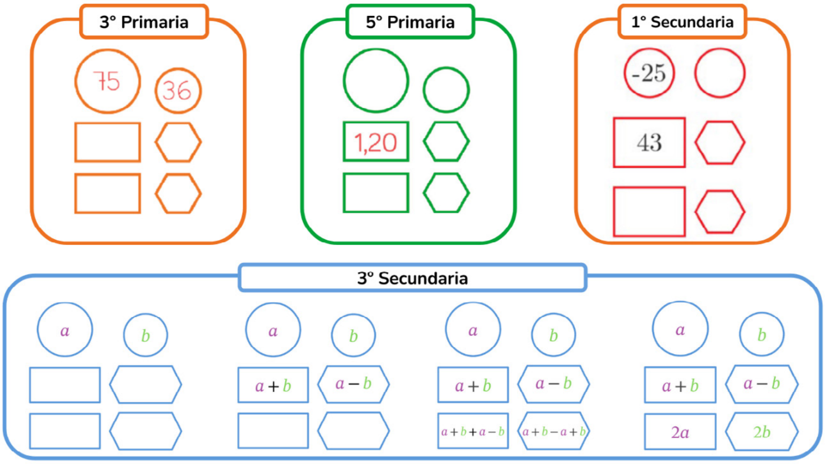
El orden en el que se presentan las sesiones de clase de un mismo curso, así como la relación entre sesiones de distintos cursos, está basada en la construcción de secuencias en espiral (Bruner, 1977). Las secuencias de aprendizaje en espiral son aquellas que tienen en cuenta el aprendizaje relacional, donde se busca construir una estructura conceptual sólida que permita al alumnado generar una variedad de estrategias y conexiones en lugar de entender las matemáticas como conceptos separados por bloques de contenido sin conexión (Skemp, 1976). A diferencia de los programas que encontramos en gran parte de los libros de texto, que se encuentran parcelados por unidades temáticas que debemos "dominar" antes de pasar a la siguiente, las trayectorias en espiral repasan y profundizan conceptos matemáticos a lo largo del tiempo, permitiendo abordar la diversidad de madurez del alumnado reforzando así las conexiones entre los conocimientos. Distintos estudios (Howard, 2007; Kolomitro et al., 2017) señalan que los programas o currículos en espiral promueven una comprensión más profunda de los conceptos y procesos matemáticos. Dichas secuencias en espiral también son usadas por otros programas, como el método Singapur (Thiyagu, 2013).

El tipo de tareas, como las que se muestran en la figura 4, son un buen ejemplo de la interrelación entre contenidos o secuencia en espiral. Tal y como podemos observar, en las cuatro actividades, el alumnado debe anotar dentro de los rectángulos la suma de los 2 números de la fila anterior y dentro de los hexágonos, la resta de los 2 números de la fila anterior (izquierdo menos derecho). Dentro de los círculos pueden ir 2 números cualesquiera (en el círculo grande tiene que ir el número mayor). Una vez completados los diagramas, el alumnado debe argumentar qué relación encuentra entre los números de la primera y la tercera fila.

Tal y como observamos en la figura 4, dicha actividad está planteada en 3º de primaria (con números naturales), en 5º de primaria (con números decimales), en 1º de secundaria (con números enteros) y en 3º de secundaria (con variables). La resolución individual de la actividad en 3º de secundaria, permite al alumnado llegar a las expresiones algebraicas que justifican las conjeturas de relación entre la primera y la última fila de todos los diagramas anteriores.

Figura 4.

Actividad de diagramas extraída del Registremos individual de cuatro cursos distintos. Nota. Innovamat (2024).



Una vez detallados los materiales que Innovamat proporciona a los centros educativos y justificado su diseño e implementación, describiremos la formación docente que acompaña al programa.

Innovamat ofrece dos modalidades de formación docente: una en formato online a gran escala para todo el profesorado y otra individualizada presencial para los centros educativos. Ambas formaciones se basan en la idea que la implementación de un programa en didáctica de las matemáticas, basado en evidencia científica, requiere de oportunidades para que el profesorado comprenda en profundidad el marco teórico del programa, así como los consejos prácticos para su implementación y desarrollo óptimo (Schulman, 1986). En este sentido, la propuesta de formación docente de Innovamat sigue el marco del MKT (del inglés Mathematical Knowledge for Teaching) acompañando al profesorado en todos los conocimientos que debe poseer para transformar el aula de matemáticas (Ball et al., 2008).

Las formaciones online a gran escala se dan 3 veces al año, coincidiendo con los inicios de trimestre, y tienen una duración de 1 hora por formación. En estas formaciones el equipo didáctico de Innovamat realiza una visión general de los trimestres de cada curso focalizada en comprender la secuencia en espiral con la que se han construido las sesiones que el profesorado implementará durante los próximos tres meses.

Las formaciones individualizadas y presenciales se realizan en cada centro escolar y están ejecutadas por un asesor o una asesora especialista en didáctica de las matemáticas. Estas formaciones se llevan a cabo cada dos meses y tienen una duración de 1 a 2 horas (dependiendo de las necesidades del centro). Dichas formaciones persiguen distintos propósitos: realizar modelajes u observaciones de aula, formar al profesorado en trayectorias didácticas (Clements y Sarama, 2020) y concreciones de la secuencia en espiral, formar al profesorado en el marco DUA (Meyer et al., 2014), etc. Al iniciar el curso escolar, las personas asesoras especialistas, juntamente con los equipos directivos de los centros, pactan la temática de las formaciones, así como la concreción horaria de las mismas.

Paralelamente a las formaciones detalladas, el equipo didáctico de Innovamat realiza anualmente un *webinar* abierto a familias a través de la plataforma Youtube, en la que se expone el programa de una manera clara y amena. También suelen realizar una vez al año *webinars* “temáticos” orientados a aspectos de interés en el campo de la didáctica de las matemáticas (como la explicación de los resultados de PISA 2022 o el paso de etapa de primaria a secundaria) abiertos a toda la comunidad educativa.

Método

Participantes

En el presente estudio, los y las participantes se dividen en dos muestras distintas. La primera muestra, llamada grupo intervención, está conformada por 28 colegios privados (912 estudiantes de 4º grado de educación primaria) que han pasado de usar editoriales de libros de texto muy extendidas en el territorio mexicano, a implementar durante un año escolar la propuesta de Innovamat. El grupo intervención incluye a más del 50% de escuelas que en el momento de la recogida de datos estaban utilizando los materiales de Innovamat en alguna región de México (28 escuelas de 54 en total). En este sentido, consideramos que la muestra perteneciente al grupo intervención es representativa dada la población total de colegios que implementan el programa. La segunda muestra, llamada grupo control, está conformada por 27 colegios privados (1,111 estudiantes de 4º grado de educación primaria) que continúan usando las mismas editoriales de libros de texto que usaba anteriormente el grupo intervención.

Dado que el programa de Innovamat, actualmente, solo es implementado por colegios mexicanos de índole privado, todos los colegios pertenecientes al grupo intervención comparten esta característica. Con la finalidad de mantener una homogeneidad en torno a la titularidad de los colegios, el grupo control también está íntegramente conformado por colegios de titularidad privada.

Para tener en cuenta que ambos grupos fueran estables en cuanto al factor socioeconómico, se comparó el Índice de Desarrollo Humano (IDH), desarrollado por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) de ambos grupos. El IDH es una medida sintética que se utiliza para capturar y comparar el nivel de prosperidad de las naciones. Este índice evalúa aspectos fundamentales del desarrollo humano a través de tres dimensiones principales: la esperanza de vida al nacer, que refleja la salud y la longevidad; el nivel educativo, medido por la tasa media de escolarización y la tasa esperada de escolarización; y el nivel de vida, cuantificado por el ingreso nacional bruto (INB) per cápita ajustado a la paridad del poder adquisitivo (PNUD, 2020). El IDH busca proporcionar un marco más holístico que el Producto Interno Bruto (PIB) per cápita, para el entendimiento del bienestar y el progreso humano (Stanton, 2007). El IDH se representa con una escalera numérica que va de 0 (menor desarrollo) hasta 1 (desarrollo máximo). Ambos grupos mantienen un IDH entre 0.7 y 0.9, de tal manera, que los podemos considerar homogéneos respecto a este indicador.

Tanto los colegios del grupo intervención como los colegios del grupo control, son centros escolares de 1 o 2 líneas educativas con, aproximadamente, 25 estudiantes por aula. Todos los centros escolares realizan 4 horas semanales dedicadas a la enseñanza de la matemática. En cuanto a la distribución por género, en el grupo intervención encontramos un 54% de participantes femeninas y en el grupo control encontramos un 46% de participantes femeninas.

Atendiendo al propósito del estudio, que persigue comparar el grado de adquisición de la competencia matemática de ambos grupos, el alumnado con programas individualizados de soporte educativo fue excluido del estudio. En este sentido, no participaron del estudio un total de 18 estudiantes del grupo intervención y un total 21 estudiantes del grupo control. Esta decisión fue tomada por el equipo de investigación, en conjunción con los equipos directivos de los centros, dada la dificultad a nivel matemático y de lectoescritura que presentaba la adaptación de la prueba estandarizada TIMSS usada en el estudio.

Atendiendo a los indicadores anteriores, consideramos que ambos grupos son homogéneos en cuanto a IDH, tamaño de los centros, estudiantes por aula, género, nivel educativo y horas dedicadas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Instrumentos

El instrumento utilizado en el presente estudio para medir el grado de adquisición de la competencia matemática es una adaptación de la prueba TIMSS (Mullis et al., 2020). Las y los miembros del equipo de investigación decidimos apostar por la prueba TIMSS ya que dicha prueba ha sido ampliamente usada en investigación al tratarse de una de las pruebas estandarizadas más validadas que evalúan el desempeño del alumnado en competencia matemática (Barroso et al., 2021; Suárez-Pellicioni et al., 2016; Teig et al., 2022). El alcance de TIMSS cada vez es mayor y en su última versión de 2023, participaron un total de 72 países, contemplando estudiantes de 4º grado de educación primaria y 2º grado de educación secundaria. En el presente estudio y dada la selección de la muestra antes detallada, nos centraremos en la prueba que realiza el alumnado de 4º grado de educación primaria.

En la prueba TIMSS oficial de 4º grado de educación primaria, el alumnado dispone de unos 36 minutos para responder de 20 a 28 preguntas de matemáticas (según el conjunto de ítems que se asigna aleatoriamente a cada estudiante) en las que deben demostrar su desempeño en el desarrollo de contenidos matemáticos y en el desarrollo de dominios cognitivos. Las preguntas pueden tener distintos formatos desde la selección de una respuesta cerrada, a la selección de respuestas múltiples o bien, redacción de respuestas abiertas.

En cuanto a la distribución de los contenidos matemáticos, el marco teórico de TIMSS propone tareas en torno a tres grandes bloques:

- *Números:* El 50% de preguntas de la prueba van destinadas al desarrollo de contenidos de numeración y cálculo junto con el desarrollo del pensamiento algebraico.

- *Geometría y medida:* El 35% de preguntas de la prueba van destinadas al desarrollo de contenidos en torno a forma, espacio y medición.
- *Datos:* El 15% de preguntas de la prueba van destinadas a contenidos relacionados con la estadística y el azar.

En cuanto a los dominios cognitivos, también se dividen en tres grandes apartados:
- *Conocimiento:* El 40% de preguntas abarcan hechos, conceptos y procedimientos matemáticos que el alumnado debe conocer.
- *Aplicación:* El 40% de preguntas miden la capacidad del alumnado para aplicar los hechos, conceptos y procedimientos en distintas situaciones.
- *Razonamiento:* El 20% de preguntas giran en torno a situaciones desconocidas, contextos ricos y problemas multinivel / multicontenido.

Dado que México no aplica la prueba TIMSS desde el año 2000 (Backhoff y Solano-Flores, 2003), las y los miembros del equipo de investigación del presente estudio nos vimos obligados a realizar una adaptación de la prueba TIMSS de otro país. Dada la similitud curricular y lingüística que existe entre Chile y México, tomamos como referencia las preguntas abiertas de la prueba TIMSS chilena del 2019, que incluyen preguntas de 4º grado de los años 2011 y 2015.

De las decenas de preguntas abiertas, seleccionamos un subgrupo de 26 preguntas, que contenían 33 subpreguntas en total. En primer lugar y por cuestiones técnicas, seleccionamos aquellas tareas que involucraran únicamente un proceso de selección de respuesta cerrada (simple o múltiple) o bien, aquellas tareas que admitieran entradas simples de números para ser resueltas, es decir, tareas que no contemplaran representaciones gráficas ni escritura manual de razonamientos u otras representaciones matemáticas. Este criterio se siguió para poder adaptar la prueba a la plataforma digital Typeform, que no permitía rellenar campos de texto extensos. En segundo lugar, la selección de preguntas se hizo de tal manera que la distribución de preguntas para cada bloque de contenido y dominio cognitivo respetara los porcentajes señalados anteriormente. En caso de poder incluir más de una pregunta, la selección se hizo de manera aleatoria tal y como realizan los organizadores de la prueba TIMSS original. Un experto lingüista revisó y precisó las 33 subpreguntas resultantes de la prueba adaptada, con la finalidad de ajustar algunos términos ampliamente usados en Chile, pero desconocidos en México (como, por ejemplo, la palabra *sticker* para referirse a una estampa o adhesivo). En la tabla 1, mostramos las características de cada pregunta y subpregunta seleccionadas.

En cuanto al tiempo de aplicación de la prueba, decidimos ampliar el tiempo de realización de 36 a 60 minutos. Esta decisión se tomó por dos motivos principales. El primero fue asegurar que tanto el alumnado del grupo control como el alumnado del grupo intervención pudieran finalizar toda la prueba. Este hecho nos permitiría poder comparar la puntuación de ambos grupos en todas las preguntas y subpreguntas de la adaptación de la prueba TIMSS. El segundo motivo fue reducir la ansiedad matemática que el alumnado puede experimentar al enfrentarse a pruebas calificadoras con un tiempo de aplicación muy limitado (Barroso et al., 2021; Castillo-Sánchez et al., 2020; López-Chao et al., 2020; Suárez-Pellicioni et al., 2016).

Tabla 1

Bloque de contenido (C) y dominio cognitivo (D) de cada pregunta y sub-pregunta (P) en la adaptación de la prueba utilizada en este estudio.

P	C	D
1A	Números	Aplicación
1B	Números	Razonamiento
1C	Números	Razonamiento
1D	Números	Razonamiento
2	Números	Razonamiento
3	Números	Razonamiento
4	Números	Aplicación
5	Números	Aplicación
6	Números	Conocimiento
7	Números	Aplicación
8	Números	Conocimiento
9	Números	Aplicación
10	Números	Conocimiento
11A	Números	Aplicación
11B	Números	Aplicación
12	Números	Aplicación
13	Medida y geometría	Conocimiento
14	Medida y geometría	Conocimiento
15	Medida y geometría	Aplicación
16	Medida y geometría	Aplicación
17	Medida y geometría	Aplicación
18	Medida y geometría	Aplicación
19	Medida y geometría	Conocimiento
20	Medida y geometría	Conocimiento
21A	Medida y geometría	Conocimiento
21B	Medida y geometría	Conocimiento
21C	Medida y geometría	Conocimiento
21D	Medida y geometría	Conocimiento
22	Medida y geometría	Aplicación
23	Medida y geometría	Aplicación
24	Datos	Conocimiento
25	Datos	Razonamiento
26	Datos	Conocimiento

Procedimiento

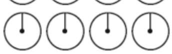
La adaptación de la prueba TIMSS se facilitó a los colegios a través de un enlace a la plataforma digital Typeform para la administración de cuestionarios y tests. Dicha plataforma tiene una interfaz muy intuitiva, sencilla y amigable para estudiantes de entre 9 y 10 años. El profesorado disponía de 14 días naturales para realizar la prueba en sus respectivos salones de cómputo. Antes del envío de la prueba, se informó a los colegios sobre la finalidad del estudio, las cláusulas de anonimato y el protocolo de ejecución. En ningún caso el profesorado podía clarificar los enunciados o dar apoyo al alumnado durante la realización de la prueba. Esta debía ser afrontada por el alumnado participante en el estudio de manera totalmente autónoma e individual.

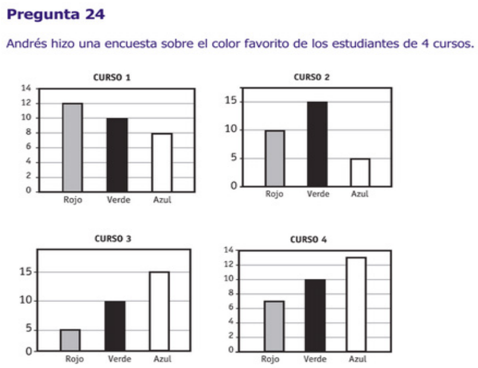
Una vez transcurridos los 60 minutos de la prueba, el alumnado debía finalizar, aunque no hubiera terminado de responder todas las preguntas. Automáticamente, el equipo de investigación recibía los datos colegio por colegio y estudiante por estudiante (tanto de las respuestas señaladas como del tiempo total de aplicación). Estos datos eran recibidos a través de la misma plataforma digital Typeform desde el usuario administrador. El equipo de investigación validó que el tiempo de ejecución de la prueba no superara los 60 minutos en ningún caso.

Debido a que la prueba TIMSS original valida el desempeño en contenidos y dominios cognitivos que el alumnado debe haber adquirido a finales de 4º grado de educación primaria, la adaptación de la prueba TIMSS usada en el presente estudio se administró en una única edición en mayo de 2023. A continuación, se presentan algunos ejemplos de preguntas extraídas de la adaptación de la prueba TIMSS de 4º de primaria que atienden al desarrollo de los distintos contenidos y dominios matemáticos.

Tabla 2

Extracto de preguntas del dominio "Conocimiento" para cada bloque de contenido.

Números	¿Cuál da el resultado más cercano a 9 x 22? a) 5 x 20 b) 5 x 25 c) 10 x 20 d) 10 x 25
Medida y geometría	La regla de una secuencia dice "Rota la forma ¼ de vuelta cada vez, en el sentido de las manecillas del reloj". ¿Cómo se verá la secuencia? a)  b)  c)  d) 

<table>
<tr><td>Datos</td><td>Andrés ha hecho una encuesta sobre el color favorito del alumnado de 4 cursos.


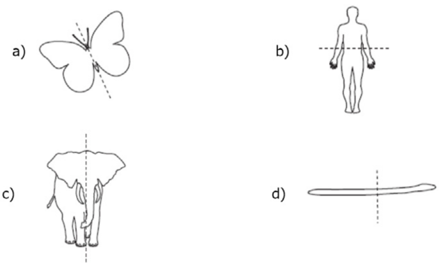
¿En qué curso hay menos estudiantes que prefieran el color azul?

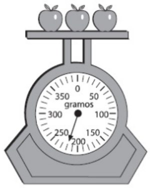
a) Clase 1
b) Clase 2
c) Clase 3
d) Clase 4</td></tr>
</table>

Tabla 3

Extracto de preguntas del dominio "Aplicación" para cada bloque de contenido.

<table>
<tr><td>Números</td><td>Joana tenía 12 manzanas. Se comió algunas y le quedaron 9.
¿Qué expresión numérica describe lo que sucedió?

a) 12 + 9 = __
b) 9 = 12 + __
c) 12 - __ = 9
d) 9 - __ = 12</td></tr>
<tr><td>Medida y geometría</td><td>¿En cuál de estos dibujos la línea de puntos es un eje de simetría?

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Datos</td><td>

¿Cuántos gramos pesan las manzanas?

a) 200
b) 202
c) 210
d) 220</td></tr>
</table>

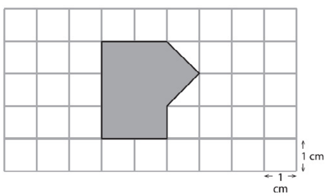
Tabla 4

Extracto de preguntas del dominio "Razonamiento" para cada bloque de contenido.

<table>
<tr><td>Números</td><td>María dejó El Almendro y pedaleó a la
misma velocidad durante 2 horas.

Ella llegó hasta esta señal.

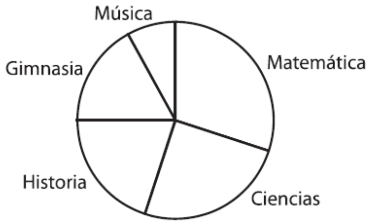

María continúa pedaleando a la misma velocidad hasta Buenaventura.

¿Cuántas horas le tomará pedalear desde la señal hasta Buenaventura?
a) 1 ½ horas
b) 2 horas
c) 3 horas.
d) 3 ½ horas.</td></tr>
<tr><td>Medida y geometría</td><td>Los cuadrados en la cuadrícula siguiente son de 1 cm por 1 cm.


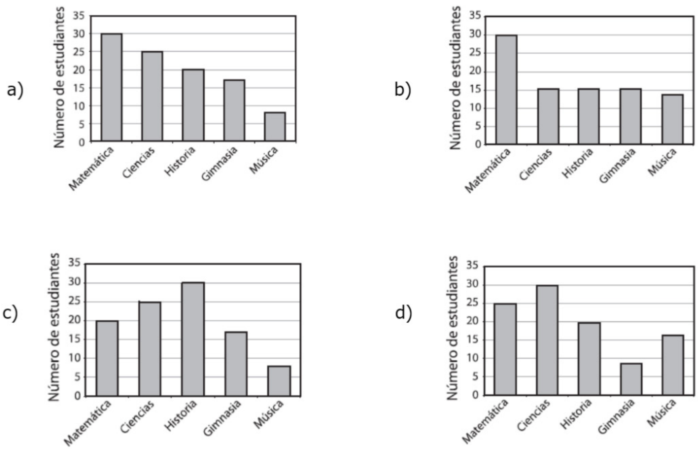
¿Cuál es el área sombreada, en centímetros cuadrados?</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Datos</td>
<td>
El Sr. Rodríguez preguntó al alumnado de su colegio por su materia favorita.

El siguiente gráfico circular muestra a cuántos estudiantes les gusta cada una de las 5 materias.



¿Qué gráfico de barras muestra la misma información que el gráfico circular?



</td>
</tr>
</table>

Análisis de datos

La corrección de la prueba se hizo de forma automática mediante la plataforma Typeform, y los resultados de cada estudiante en cada bloque de contenido y cada dominio cognitivo fueron analizados por el equipo de investigación del presente estudio. Los resultados se dan en media y desviación estándar. Para los contrastes de hipótesis, se usa un test “t” de Welch (1947) para cada contenido y dominio y para calcular los tamaños de efecto, se usa la “d” de Cohen (1988). Los análisis se llevaron a cabo con el software estadístico R versión 4.2.

Resultados

Si analizamos el Índice de Desarrollo Humano (IDH) de los 28 colegios privados que aplican el programa de Innovamat (grupo intervención), y de los 27 colegios privados que usan libros de texto (grupo control), encontramos que la media de los primeros (con una media de 0.81 y una desviación estándar de 0.03; $p = 0.57$), no es significativamente diferente a la media de los segundos (con una media de 0.80 y una desviación estándar de 0.04). Así pues, podemos considerar los dos grupos de colegios como equivalentes en cuanto a IDH y demás características señaladas en el apartado anterior. Esto nos permite comparar los dos grupos de manera directa.

Por lo que respecta a los resultados, en la evaluación de los bloques de contenido de la adaptación de la prueba TIMSS (Figura 5 y Tabla 5), el alumnado del grupo intervención - que usa el programa de Innovamat -, superó en todos los bloques de contenido evaluados al alumnado del grupo control - que usa libro de texto -. Las diferencias son estadísticamente significativas ($p < 0.001$) y tienen tamaños de efecto moderados ("d" de Cohen > 0.2) en los tres bloques de contenido.

Figura 5.

Resultados en los distintos bloques de contenido de la adaptación de la prueba TIMSS del alumnado del grupo intervención - Innovamat - versus el alumnado del grupo control - libro de texto -
Nota. Los gráficos muestran la media +/- el error estándar de los resultados para cada bloque de contenido. El valor de cada bloque representa el porcentaje medio de aciertos del alumnado de cada grupo.

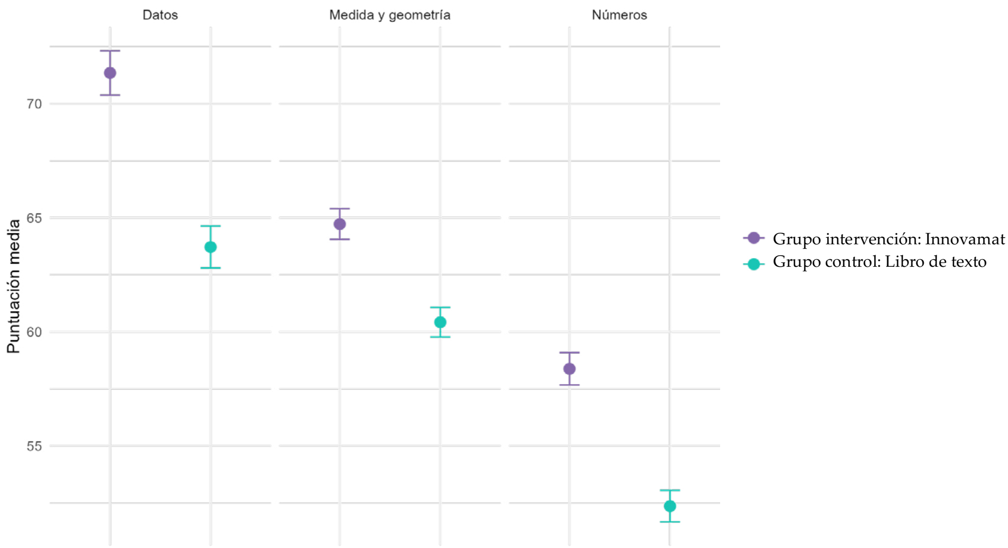


Tabla 5

Medias y desviaciones estándar (entre paréntesis) para los resultados en los distintos bloques de contenido de la adaptación de la prueba TIMSS del alumnado del grupo intervención - Innovamat - versus el alumnado del grupo control - libro de texto -.

Bloque de contenido	**Grupo intervención. Innovamat (n = 912)**	**Grupo control. Libro de texto (n = 1111)**	**p - valor**
Datos	2.14 (0.86)	1.91 (0.89)	< 0.001
Medida y geometría	9.06 (2.83)	8.46 (2.97)	< 0.001
Números	9.34 (3.42)	8.38 (3.67)	< 0.001

Nota. Los valores que se muestran son sobre un total de 3 preguntas para "Datos", 14 preguntas para "Medida y geometría" y 16 preguntas para "Números". En la tabla se muestra el p-valor de un test T de comparación de medias, así como el tamaño de efecto calculado con la "d" de Cohen.

Si analizamos los resultados en cuanto a los dominios cognitivos (Figura 6 y Tabla 6), los resultados son parecidos. Encontramos que el alumnado del grupo intervención, superó al alumnado del grupo control en los tres dominios cognitivos de forma estadísticamente significativa ($p < 0.001$) y también con tamaños de efecto moderados ("d" de Cohen > 0.2).

Figura 6.

Resultados en los distintos dominios cognitivos de la adaptación de la prueba TIMSS del alumnado del grupo intervención - Innovamat - versus el alumnado del grupo control - libro de texto -
Nota. Los gráficos muestran la media +/- el error estándar de los resultados para cada bloque de contenido. El valor de cada dominio cognitivo representa el porcentaje medio de aciertos del alumnado de cada grupo.

Tabla 6

Medias y desviaciones estándar (entre paréntesis) para los resultados en los distintos dominios cognitivos de la adaptación de la prueba TIMSS del alumnado del grupo intervención - Innovamat - versus el alumnado del grupo control - libro de texto -.

Dominio cognitivo	Grupo intervención. Innovamat (n = 912)	Grupo control. Libro de texto (n = 1111)	p - valor
Aplicación	8.45 (2.97)	7.68 (3.22)	< 0.001
Conocimiento	8.80 (2.55)	8.07 (2.72)	< 0.001
Razonamiento	3.16 (1.60)	2.79 (1.65)	< 0.001

Nota. Los valores que se muestran son sobre un total de 14 preguntas para "Aplicación", 13 preguntas para "Conocimiento", y 6 preguntas para "Razonamiento". En la tabla se muestra el p-valor de un test T de comparación de medias, así como el tamaño de efecto calculado con la "d" de Cohen.

Discusión y conclusiones

Los resultados del presente estudio sugieren que la implementación del programa de Innovamat se relaciona con un mejor desempeño del alumnado ante la adaptación aplicada de la prueba estandarizada TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study). Los colegios que siguieron el programa de Innovamat durante un año (grupo intervención), puntuaron significativamente mejor en la adaptación de la prueba TIMSS respecto a los colegios que siguieron un modelo de enseñanza basado en el libro de texto (grupo control).

El análisis estadístico encontró tamaños de efecto de Cohen que oscilan entre 0.21 y 0.28 para los diferentes dominios evaluados (tablas 5 y 6). En la literatura existente, los tamaños de efecto de intervenciones educativas suelen ser modestos. Por ejemplo, Hattie (2008) en su síntesis de metaanálisis, señala que el tamaño del efecto promedio de las intervenciones educativas ronda el 0.40. Sin embargo, estos efectos se acumulan a lo largo de varios años de instrucción (Hattie, 2008). En el lapso de un año escolar, los tamaños de efecto son típicamente más pequeños e incluso un efecto de 0.20 se considera grande y, en muchos casos, poco común (Kraft, 2020). En este sentido, los tamaños de efecto en el presente estudio superan levemente el umbral del 0.20 en todos los bloques de contenido y dominios cognitivos, aunque estos resultados se deben interpretar con prudencia.

En primer lugar, existe una multiplicidad de factores que pueden influenciar en los datos obtenidos. Tal y como señalan Tashtoush et al. (2022), existen múltiples cuestiones que pueden alterar los resultados obtenidos por ambas muestras en la adaptación de la prueba TIMSS: como la línea metodológica general del centro, el liderazgo del equipo directivo, la calidad de la formación docente recibida a lo largo del tiempo, el hecho de que la prueba se haya realizado en un formato digital que solo tiene en cuenta la correctitud de la respuesta, la ampliación del tiempo de aplicación de la prueba u otros factores socioeconómicos que no quedan englobados en el IDH (Índice de Desarrollo Humano). En este sentido, no es posible separar la influencia que haya podido tener el programa de Innovamat en el aprendizaje matemático del alumnado de otros factores relevantes relacionados. Aunque implementar el programa de Innovamat parece relacionarse con un mejor desempeño en la adaptación de la prueba TIMSS, es posible que otros factores más allá de Innovamat hayan influenciado en el resultado.

En segundo lugar, queremos destacar la limitación de no contar con un pre-test realizado durante el inicio del curso escolar. En este sentido, el estudio muestra evidencia preliminar de que el uso de los materiales de Innovamat se relacionan con un mejor desempeño en una adaptación de la prueba TIMSS, a través de comparar dos muestras de escuelas que tienen un nivel socioeconómico parecido. Es decir, a condiciones socioeconómicas similares, las escuelas que siguieron el programa de Innovamat obtuvieron mejores resultados a finales de curso en una prueba que evalúa la adquisición de ciertos contenidos curriculares, así como la capacidad de aplicar los conocimientos y razonar en situaciones desconocidas. El diseño del presente estudio permite relacionar el uso de un cierto programa con los resultados de una prueba, pero no permite evaluar qué cambio se ha producido en el alumnado debido al programa analizado. Para solucionar esta limitación, consideramos que futuras investigaciones podrían utilizar un diseño experimental con pre-test y post-test para entender mejor qué cambios se generan a través de seguir el programa de Innovamat. En concreto, para entender mejor el impacto causal del programa, se podría utilizar el diseño de prueba controlada aleatorizada (RCT, por sus siglas en inglés). Aunque se trata de un diseño difícil de implementar y que requiere una gran cantidad de recursos económicos y logísticos, se trata del diseño de referencia para identificar el efecto causal de la implementación de un programa educativo (Connolly et al., 2018). A partir de los resultados del presente estudio, esperaríamos que el programa de Innovamat tuviera un impacto causal positivo en el aprendizaje del alumnado.

En tercer lugar, consideramos relevante mencionar la corta duración del estudio con solo un año de implementación del programa. Aunque los resultados parecen prometedores dado el tamaño de efecto obtenido (Kraft, 2020), sería interesante analizar cómo evoluciona este efecto en un tiempo de exposición más prolongado. Slavin et al. (2011) señalan que los cambios metodológicos en la enseñanza y el aprendizaje suelen tardar varios años en reflejar mejoras estadísticamente significativas. Ya que el programa de Innovamat incluye trayectorias de aprendizaje en espiral para toda la etapa educativa, de 3 a 16 años, futuros estudios podrían comparar el desempeño matemático del alumnado según los años que llevan siguiendo el programa.

Finalmente, también queremos destacar que el estudio se ha llevado a cabo en un contexto específico: colegios privados del territorio mexicano. Abriendo la vía a futuras investigaciones, sería interesante analizar si los resultados de este estudio pueden generalizarse en otros contextos educativos, como por ejemplo en escuelas públicas. Nuestra conjetura es que la implementación de modelos competenciales podría ser igualmente efectiva en entornos educativos diversos. Estudios como el de Stigler y Hiebert (1999) demuestran que distintos sistemas educativos pueden beneficiarse significativamente de enfoques de enseñanza innovadores, lo que respalda la posibilidad de una adaptación exitosa del programa de Innovamat en diferentes contextos educativos.

Retomando la pregunta de investigación del estudio y dados los resultados expuestos anteriormente, consideramos que el uso de los materiales de Innovamat se relacionan con un mejor desempeño en la adaptación de la prueba TIMSS, y este efecto no es específico a ningún bloque de contenido o dominio cognitivo en particular, sino más bien generalizado. Aunque estos resultados son preliminares, como hemos argumentado previamente, plantean una clara pregunta: ¿qué características del programa de Innovamat se podrían relacionar con los buenos resultados obtenidos?

Hipotetizamos que existen dos factores clave en el programa de Innovamat que atacan directamente al desarrollo de la competencia matemática. Por un lado, el diseño en espiral (Howard, 2007; Kolomitro et al., 2017) de las guías docentes, los cuadernos de registro y la aplicación digital de la propuesta. Consideramos que este diseño puede permitir al alumnado construir una estructura conceptual sólida, generando gran variedad de estrategias y conexiones (Skemp, 1976) similares a las que demanda la adaptación de la prueba TIMSS aplicada.

Por otro lado, el hecho de contar con formación docente bajo el marco del MKT (*Mathematical Knowledge for Teaching*) (Ball et al., 2008). En este sentido, consideramos que el programa de Innovamat acierta al contemplar que no es posible desarrollar la competencia matemática del alumnado si el profesorado no es matemáticamente competente. Para ello, consideramos que tanto las formaciones online y presenciales, como el mismo diseño de las guías didácticas, podrían causar un efecto positivo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Retomando las ideas señaladas por Alsina (2012, 2019), Casey y Sturgis (2018) y Liljedahl (2020), así como las señaladas por organismos como la OECD (2017), existe una creciente demanda internacional de enfoques educativos que fomenten habilidades críticas y de resolución de problemas; elementos centrales en la enseñanza competencial. Además, tal y como reflejan Bakker et al. (2023) es importante que las investigaciones en educación matemática para los próximos años estén centradas en los enfoques de la enseñanza competencial, los objetivos de la educación matemática y la equidad, diversidad e inclusión. Por lo tanto, consideramos interesante señalar la relevancia de los resultados obtenidos en el presente estudio y más aún, teniendo en cuenta la tendencia de resultados de México ante las pruebas PISA (*Programme for International Student Assessment*) de matemáticas. Como sugieren Darling-Hammond y Adamson (2014), la incorporación de enfoques de evaluación y enseñanza innovadores en las políticas educativas puede ser crucial para el avance de sistemas educativos más eficaces y relevantes en el siglo XXI.

En conclusión, consideramos que hemos alcanzado el objetivo del estudio proporcionado evidencias preliminares sobre la relación que hay entre utilizar el programa de Innovamat en el aula y el desempeño del alumnado en una prueba de matemáticas con un enfoque competencial. En este sentido y retomando la pregunta de investigación del estudio, consideramos que el alumnado que implementa el programa de Innovamat desde hace un año muestra mayor capacidad de enfrentarse a situaciones que requieren de habilidades relacionadas con la competencia matemática, en comparación con el alumnado que trabaja las matemáticas con libros de texto más convencionales. Las implicaciones de este estudio fomentan un cambio paradigmático hacia la enseñanza basada en el desarrollo de la competencia matemática, que no solo alinea la instrucción con las demandas de los estándares educativos internacionales, sino que también promueve un aprendizaje matemático más profundo y aplicable. Señalamos que estos resultados son relevantes para la comunidad educativa, ya que informan de los posibles beneficios de los programas con un enfoque competencial y permiten acercar las bases didácticas de estos programas a la realidad de las aulas.

Referencias

Alsina, Á. P. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 1*(1), 1-14. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2012.1-14

Alsina, Á. P. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años).* Editorial Graó.

Arcavi, A. (1999). ...Y en matemáticas, los que instruimos ¿qué construimos? *Números. Revista de didáctica de las matemáticas, 38,* 39-56. Extraído de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2343631

Backhoff, E. y Solano-Flores, G. (2003). *Tercer estudio internacional de Mathematics and Natural sciences (TIMSS): resultados de México en 1995 and 2000. No. 4*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Bakker, A., Cai, J. y Zenger, L. (2023). Temas futuros de la investigación en educación matemática: una encuesta internacional antes y durante la pandemia. *Educación Matemática, 35*(2), 9-46. https://doi.org/10.24844/EM3502.01

Ball, D. L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Banchi, H. y Bell, R. (2008). The many levels of inquiry. *Science and children, 46*(2), 26. https://hal.science/hal-00692073v1

Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A. y Daucourt, M. C. (2021). A Meta-Analysis of the Relation Between Math Anxiety and Math Achievement. *Psychological Bulletin, 147*(2), 134-168. https://doi.org/10.1037/bul0000307

Bay-Williams, J. M. y SanGiovanni, J. J. (23 de abril de 2022). *Accessing fluency through routine and opportunity* [presentación]. NCTM Annual Meeting 2022, Los Ángeles, CA.

Booth, T. y Ainscow, M. (2002). *Index for Inclusion. Developing learning and participation in schools. Center for Studies on Inclusive Learning (CSIE).*

Bouck, E. C., Satsangi, R. y Park, J. (2018). The Concrete–Representational–Abstract Approach for Students With Learning Disabilities: An Evidence-Based Practice Synthesis. *Remedial and Special Education, 39*(4), 211-228. https://doi.org/10.1177/0741932517721712

Bruner, J. S. (1977). *The process of education.* Harvard University Press.

Casey, K. y Sturgis, C. (2018). *Levers and Logic Models: A Framework to Guide Research and Design of High-Quality Competency-Based Education Systems.* iNACOL. Extraído de: https://bit.ly/3w0QeE9

Castillo-Sánchez, M., Gamboa-Araya, R. y Hidalgo-Mora, R. (2020). Factores que influyen en la deserción y reprobación de estudiantes de un curso universitario de matemáticas. *Uniciencia, 34*(1), 219-245. https://doi.org/10.15359/ru.34-1.13

Clements, D. H. y Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach.* Routledge.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed). L. Erlbaum Associates. https://doi.org/10.4324/9780203771587

Connolly, P., Keenan, C. y Urbanska, K. (2018). The trials of evidence-based practice in education: a systematic review of randomised controlled trials in education research 1980–2016. *Educational Research, 60*(3), 276–291. https://doi.org/10.1080/00131881.2018.1493353

Darling-Hammond, L. y Adamson, F. (2014). *Beyond the Bubble Test: How Performance Assessments Support 21st Century Learning*. John Wiley & Sons. https://doi.org/10.1002/9781119210863

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Kluwer Academic Publishers.

Hattie, J. (2008). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203887332

Howard, J. (2007). *Curriculum development.* Center for the Advancement of Teaching and Learning. Elon University.

Innovamat Education S.L. (3 de diciembre de 2024). *Libro blanco: El aprendizaje de las matemáticas. Fundamentos teóricos de la propuesta de Innovamat.* https://www.innovamat.com/wp-content/uploads/2025/04/Libro-blanco-aprendizaje-matematicas-Innovamat.pdf

Kolomitro, K., Inglese, J. y Idzikowski, M. (2017). *Curriculum Design Handbook.* Centre for Teaching and Learning. Queen's University. http://www.dgma.donetsk.ua/docs/kafedry/avp/metod/Kolomitro%20-%20Curriculum%20Design%20Handbook%20-%202017.pdf

Kraft, M. A. (2020). Interpreting Effect Sizes of Education Interventions. *Educational Researcher*, *49*(4), 241–253. https://doi.org/10.3102/0013189X20912798

Laski, E. V., Jordan, J. R., Daoust, C. J. y Murray, A. (2015). What Makes Mathematics Manipulatives Effective? Lessons From Cognitive Science and Montessori Education. *SAGE Open, 5*(2), 1-8. https://doi.org/10.1177/2158244015589588

Leong, Y. H., Ho, W. K. y Cheng, L. P. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator, 16*(1), 1-18. https://hdl.handle.net/10497/18889

López-Chao, V., Mato-Vázquez, D. y Chao-Fernández, R. (2020). Análisis confirmatorio de la estructura factorial de la ansiedad hacia las matemáticas. *Revista de Investigación Educativa, 38*(1), 221-237. https://doi.org/10.6018/rie.359991

Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classrooms.* Corwin.

Martins, L. G. y Martinho, M. H. (2024). Tipologia de tarefas nos manuais escolares de Matemática: um estudo com manuais portugueses de 10. º e 11. º ano. *Educación matemática, 36*(1), 66-91. https://doi.org/10.24844/EM3601.03

Mayer, R. E. (2002). Rote Versus Meaningful Learning. *Theory Into Practice, 41*(4), 226–232. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_4

Meyer, A., Gordon, D. y Rose, D. H. (2014). *Universal Design for Learning: Theory and Practice.* CAST Professional Publishing.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L. y Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International results in mathematics and science.* Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center: https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* NCTM. https://hdl.handle.net/20.500.12365/17719

National Governors Association Center for Best Practices (NGACBP) & Council of Chief State School Officers (CCSSO). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. NGACBP & CCSSO Authors.

Niss, M. y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics, 102*, 9-28. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias.* OECD Publishing.

Piggott, J. (2011). *Mathematics enrichment: What is it and who is it for? NRICH - Millennium Mathematics Project.* Cambridge University. https://nrich.maths.org/5737

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD). (2020). *Informe sobre Desarrollo Humano 2020.* La próxima frontera: El desarrollo humano y el Antropoceno. PNUD.

Purwadi, I., Sudiarta, I. y Suparta, I. N. (2019). The Effect of Concrete-PictorialAbstract Strategy toward Students' Mathematical Conceptual Understanding and Mathematical Representation on Fractions. *International Journal of Instruction, 12*(1), 1113-1126. https://doi.org/10.29333/iji.2019.12171a

Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM–Mathematics Education, 56*(2), 211-222. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01578-8

Schleicher, A. (2019). *PISA 2018: Insights and Interpretations*. OECD Publishing.

Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical Problem Solving*. Elsevier.

Shuxratovna, R. N. (2024). Pedagogical possibilities of implementing the CPA (Concrete-Pictorial-Abstract) approach. *International Journal of Pedagogics, 4*(2), 68–76. https://doi.org/10.37547/ijp/volume04issue02-13

Silver, E. A., Kilpatrick, J. y Schlesinger, B. (1990). *Thinking through mathematics*. College Board Publications.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching, 77*, 20–26. https://ci.nii.ac.jp/naid/10010963202

Slavin, R. E., Lake, C., Davis, S. y Madden, N. A. (2011). Effective programs for struggling readers: A best-evidence synthesis. *Educational Research Review*, *6*(1), 1–26. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2010.07.002

Solomon, T., Dupuis, A., O'Hara, A., Hockenberry, M. -N., Lam, J., Goco, G., Ferguson, B. y Tannock, R. (2019). A cluster-randomized controlled trial of the effectiveness of the JUMP Math program of math instruction for improving elementary math achievement. *PLoS ONE, 14*(10), e0223049. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0223049

Stanton, E. A. (2007). The Human Development Index: A History. *Political Economy Research Institute (PERI) Working Papers Series Nr.127*. University of Massachusetts Amherst. https://doi.org/10.7275/1282621

Stephan, M. y Akyuz, D. (2022). Semiotics from a social constructivist perspective. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *20*, 1499-1519. https://doi.org/10.1007/s10763-021-10212-y

Stigler, J. W. y Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. The Free Press.

Suárez-Pellicioni, M., Núñez-Peña, M. I. y Colomé, À. (2016). Math anxiety: A review of its cognitive consequences, psychophysiological correlates, and brain bases. *Cognitive, Affective, & Behavioral Neuroscience, 16*(1), 3-22. https://doi.org/10.3758/s13415-015-0370-7

Tashtoush, M. A., Wardat, Y., Aloufi, F. y Taani, O. (2022). The effect of a training program based on TIMSS to developing the levels of habits of mind and mathematical reasoning skills among pre-service mathematics teachers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 18*(11), em2182. https://doi.org/10.29333/ejmste/12557

Teig, N., Scherer, R. y Olsen, R. V. (2022). A systematic review of studies investigating science teaching and learning: over two decades of TIMSS and PISA. *International Journal of Science Education, 44*(12), 2035-2058. https://doi.org/10.1080/09500693.2022.2109075

Thiyagu, K. (2013). Effectiveness of Singapore math strategies in learning mathematics among fourth standard students. *Vetric Education, 1*, 1-14.

Vilalta, A. (2021). Un proyecto para desarrollar la competencia matemática en el aula de primaria. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *92*, 73-79.

Valencia Álvarez, A. B. y Valenzuela González, J. R. (2017). ¿A qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes de Cálculo? Un análisis de libros de texto. *Educación matemática, 29*(3), 51-78. https://doi.org/10.24844/em2903.02

Welch, B. L. (1947). The generalization of 'Student's' problem when several different population variances are involved. *Biometrika*, *34*(1–2), 28–35. https://doi.org/10.1093/biomet/34.1-2.28

Fecha de recepción: 28 septiembre, 2024
Fecha de revisión: 8 octubre, 2024
Fecha de aceptación: 14 de marzo, 2025