

METODOLOGÍA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: UN ESTUDIO EVALUATIVO

Teresa González Ramírez

Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación.

Facultad de Ciencias de la Educación*

Universidad de Sevilla

RESUMEN

Este artículo expone los aspectos fundamentales tanto a nivel teórico como metodológico y las conclusiones más relevantes sobre la Evaluación de un Programa de Iniciación a las Matemáticas basado en la Resolución de Problemas para niños del Primer Ciclo de Educación Primaria. La Evaluación del Programa se ha realizado atendiendo a diferentes dimensiones evaluativas. Nos hemos centrado en la evaluación de los procesos de implementación del proceso resolutor a través del Esquema Lingüístico de Interacción (E.L.I.) previsto en el diseño del programa así como en los resultados o logros fundamentales que se han alcanzado durante su desarrollo. Para la evaluación del proceso resolutor hemos utilizado una escala de observación tipo lista de control; la evaluación de los resultados se ha realizado a partir de la elaboración de cinco pruebas de rendimiento teniendo como referentes evaluativos los objetivos del programa en las distintas áreas curriculares del mismo. Finalmente, esta investigación evaluativa, se aborda desde la percepción que sobre el programa han tenido los que lo han desarrollado considerando qué ha aportado a ellos el programa como docentes y a los alumnos que lo han recibido. Los resultados obtenidos señalan la aportación del programa como herramienta conceptual, la estimación de ciertos indicadores cualitativos de carácter actitudinal, organizativo y

* Av. San Francisco Javier, s/n. 41005- Sevilla. E-mail tgonzale@cica.es

social realizados por los profesores que lo han impartido así como un cambio de actitud ante la enseñanza de las matemáticas.

Palabras claves: *investigación evaluativa, educación matemática, resolución de problemas, educación primaria, lenguaje matemático.*

ABSTRACT

This article shows the fundamental aspects at both a theoretical and methodological level of and the most relevant conclusions concerning, the Evaluation of an Initiation Programme of Mathematics based upon problem solving for children at the first stage of Primary Education. The evaluation of this programme has been carried out taking into consideration different evaluative dimensions. We have concentrated on the evaluation of the process through the Interaction Linguistic Scheme (I.L.S) provided in the programme design as well as in the essential results and goals reached in its development. We have used an observation scale of the check list type for the evaluation of the resolving process. The evaluation of the results has been carried out from the elaboration of five performance tests taking as evaluative referents the objectives of the programme within the different curriculum areas of the very same programme. Finally, this evaluative investigation deals with the perception that those that developed it have over the programme, considering what the programme has given them us teachers and to the students who have received it. The results obtained signal the use of the programme as a conceptual tool, the estimation of certain qualitative indicators of attitudinal, organising, and social character carried out by the professors who have taught these classes as well as a change of attitude towards teaching mathematics.

Key words: *evaluative investigation, mathematics education, problem solving, primary education, mathematical language.*

MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

La enseñanza de las matemáticas constituye un campo de enorme interés científico. La sociedad actual, reclama el tener conocimientos matemáticos, resulta difícil encontrar parcelas del conocimiento en las que las matemáticas no hayan penetrado. Estudios realizados (Lapointe, Mead y Philips, 1989) muestran cómo la mayoría de las personas que no alcanzan el nivel de alfabetización mínimo como para desenvolverse en una sociedad moderna, encuentran las matemáticas aburridas y difíciles y se sienten inseguras a la hora de resolver problemas aritméticos sencillos; por otra parte, el tener conocimientos matemáticos se convierte en un importante filtro selectivo del sistema educativo. Esta situación plantea la necesidad de que, en la actualidad, los estudios en educación matemática se centren en la creación y desarrollo de estructuras didácticas formales que hagan más transparente el nexo de unión entre la cultura matemática experienciada por el niño antes del inicio de su escolaridad obligatoria y el conocimiento matemático de carácter formal que transmite la escuela. Los trabajos provenientes de la investigación transcultural, (Saxe, Guberman and Gearhart, 1993;

Rogoff and Lave, 1995) ponen de manifiesto como *la competencia matemática es un proceso cognitivo mediado por el tipo de actividad que desarrolla el sujeto (formal, no formal)*.

De acuerdo a estos referentes, los tópicos que, en la actualidad son importantes desentrañar desde el status científico de la didáctica de las matemáticas son los que mostramos en la figura siguiente:

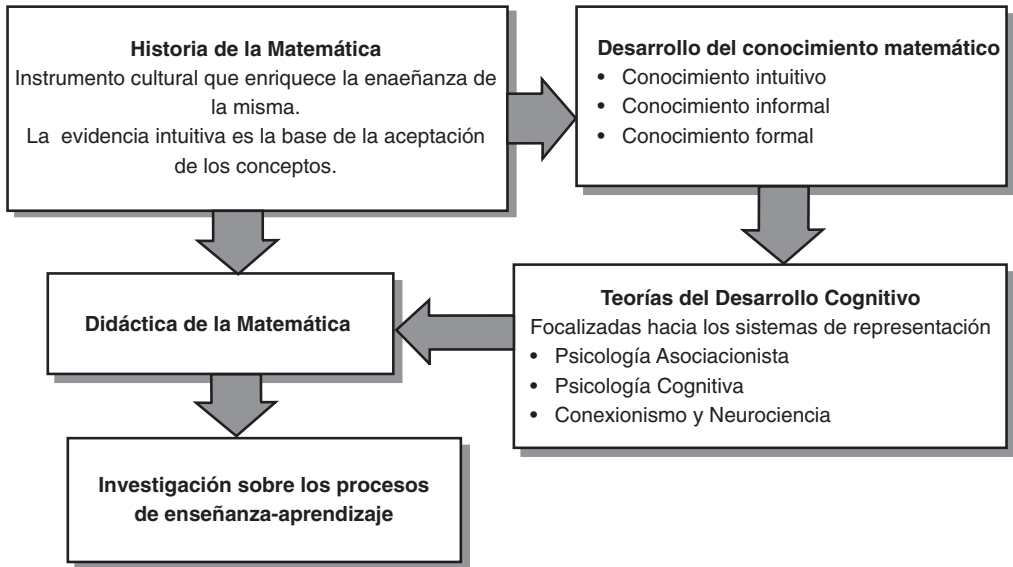


Figura 1

Referentes teóricos que confluyen en la educación matemática en la actualidad.

La comprensión completa y profunda de los conceptos fundamentales de una disciplina necesita del conocimiento de su historia, ya que ésta pone de manifiesto el proceso dinámico de la actividad científica como desarrollo permanentemente abierto, despertando en el sujeto que aprende unas actitudes y sobre todo unos hábitos metodológicos acordes con el método científico; de ahí de *la necesidad de partir de la evolución histórico-epistemológica de la matemática como ciencia* (González Urbaneja, 1991). La historia de la matemática es un instrumento cultural que enriquece la enseñanza de la misma. Este acercamiento a la historia de la matemática como ciencia nos dice que la evidencia intuitiva es la base de la aceptación de los conceptos, que las formulaciones de cariz informal e intuitivo preceden a la matemática exacta y formalizada y actúan como base para la misma; sin embargo, esta trayectoria no es la que ha marcado la forma de enseñarla. La enseñanza de la matemática está apoderada de una fuerte tendencia lógico-deductiva (Kline, 1978). Esa tendencia de carácter lógico-deductiva ha impregnado al conocimiento matemático de una serie de características (conocimiento formalizado, de naturaleza estrictamente abstracta, vinculado a un lenguaje muy específico y con propiedades que lo separan estructuralmente de los enfoques naturales, etc.) que no responde al carácter dinámico y evolutivo que la perspectiva

histórica señala y contradice resultados obtenidos en trabajos de investigación con relación al *desarrollo del conocimiento matemático*. Estos trabajos (Masingila, 1996; Lopes y Costa, 1996) consideran que, en muchos aspectos, el desarrollo matemático de los niños corre de forma paralela al desarrollo histórico de la matemática: el conocimiento impreciso y concreto de los niños se va haciendo cada vez mas preciso y abstracto. Según Baroody (1994) el proceso sucede de la siguiente forma: conocimiento intuitivo, conocimiento informal y conocimiento formal.

En la conjunción de estos dos elementos, *¿qué ha aportado la psicología como ciencia al estudio de cómo se construyen los procesos de representación en el niño?* La evolución paradigmática de la psicología como ciencia ha impregnado nuestro objeto de conocimiento de una serie de características (carácter sintáctico, semántico, lingüístico, etc.) que después han tenido un carácter prescriptivo sobre una teoría general del aprendizaje (en este caso matemático). Las aportaciones que, por ejemplo, desde la psicología cognitiva en sus distintas acepciones se han realizado polarizan por un lado, los planteamientos teóricos, que siguiendo a Vygotski postulan que el conocimiento tiene un origen eminentemente social y comunicativo y los teóricos que como Piaget sitúan el origen en el proceso mental interno del sujeto. Esta polarización establece grandes diferencias sobre una posible teoría del aprendizaje y en consecuencia establece diferencias substanciales al abordar didácticamente la enseñanza de las matemáticas. De ahí que desde los estudios que profundizan en la naturaleza de los procesos de representación en el niño sea importante construir una teoría del aprendizaje que nos permita crear estructuras formales que hagan más plausible el acercamiento al objeto de conocimiento. La *didáctica de las matemáticas* tiene actualmente el reto de profundizar en la creación y desarrollo de estructuras didácticas formales que hagan mas transparente el nexo de unión entre representaciones externas e internas (Maza, 1995). Las aportaciones realizadas sobre la evolución histórica de la matemática y el camino que habitualmente sigue el niño en la adquisición y aprendizaje de las nociones matemáticas fundamentales en conjunción con las aportaciones de la psicología de la educación, nos permite construir los fundamentos de una futura didáctica de las matemáticas.

Finalmente, esta presentación quedaría incompleta si no abordáramos qué aportaciones a nivel empírico se han realizado al campo de la enseñanza de las matemáticas. Conocer los ámbitos sobre los que se investiga es un reflejo de la evolución de esta disciplina. La revisión realizada al principio de los noventa por Putnam (1990) refleja los tópicos fundamentales sobre los que se investiga. Este autor plantea como fundamentales: *la psicología cognitiva*, centrada mas en el estudio de los procesos cognitivos y en la importancia de considerar la enseñanza de las matemáticas como una actividad generada en contextos de actividad práctica social y culturalmente organizadas; un segundo ámbito, centrado en el estudio de *las matemáticas como disciplina*, cuyo objeto es delimitar que actividades podrían ser consideradas matemáticas y finalmente, este autor señala el estudio de *las matemáticas como práctica docente*, centrada en las diferencias de conocimiento entre profesores expertos y noveles. A estos hay que añadir otra línea de investigación que en los últimos años ha despertado un gran interés, *la matemática como resolución de problemas*, desarrollando una serie de trabajos que pode-

mos englobar en una triple vertiente: a) Variables implicadas en la resolución de problemas, b) Estrategias en la resolución de problemas y c) Didáctica de la resolución de problemas. Una revisión actualizada realizada por Castro (1995) y Castro, Rico y Gil (1992) centrada en el estudio global o parcial de las tareas de resolución de problemas aritméticos plantea también estas corrientes investigadoras.

El esbozo de estos referentes teóricos constituyen los pilares básicos del Programa de Iniciación a las Matemáticas evaluado. La especificidad que tanto a nivel teórico como curricular adquieren en el diseño del mismo las presentaremos en el siguiente epígrafe.

BREVE DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA DE INICIACIÓN A LAS MATEMÁTICAS

En este apartado presentaremos una visión general del diseño y estructura del Programa de Iniciación a las Matemáticas (PIMRP) para alumnos del Primer Ciclo de Educación Primaria evaluado de forma experimental. Esta descripción se refiere, sobre todo, a los aspectos generales, los detalles más concretos pueden consultarse en González Ramírez (1997).

A *nivel teórico* se nutre de los pilares fundamentales de la Psicología Cognitiva (en sus distintas acepciones); en su génesis participa en algunos aspectos de la teoría del Procesamiento de la Información, sobre todo por lo que ésta aporta en contraposición al enfoque dualista de Descartes y la corriente introspeccionista (proveniente de la psicología freudiana) y asociacionista al estudio de los procesos psicológicos superiores.

Esta primera idea tomada como punto de partida hicieron que su autor (González del Pino, 1911-1986) se adentrara en las aportaciones que la psicología soviética, realiza al estudio de los procesos de representación en el niño; de ahí que aparezcan dentro de sus planteamientos conceptos claves como contexto problemático, problema, resolución de problemas, pensamiento matemático, esquema lingüístico de interacción, matizados y definidos todos ellos por los supuestos teóricos básicos del enfoque dialéctico-contextual.

Desde una perspectiva curricular el programa responde a una visión teóricamente coherente de cómo iniciarse en el aprendizaje de las matemáticas; se enmarca dentro del ámbito de la Didáctica de la Matemática que, a inicios de la década de los 80 vino a denominarse «Resolución de Problemas». *La finalidad básica del programa es conducir de acuerdo al perfil evolutivo del niño, con relación a la génesis y desarrollo del conocimiento matemático, la construcción del pensamiento matemático.* De acuerdo a esta finalidad el programa adopta una estructura curricular basada en la Resolución de Problemas que, a su vez, se constituye en la piedra angular del mismo siendo al mismo tiempo la herramienta que nos permite guiar el proceso de enseñanza-aprendizaje; intrínsecamente aporta una Metodología para la Didáctica de la Resolución de Problemas. Esta metodología se articula en torno al Esquema Lingüístico de Interacción (E.L.I.). El E.L.I., se convierte así, en un instrumento mediador basado en la interacción social dentro del aula y en el lenguaje, como herramienta conceptual que nos posibilita partir

del conocimiento experienciado por el alumno antes de iniciarse en la enseñanza obligatoria. Cada paso del Esquema Lingüístico de Interacción responde a un momento del proceso resolutor y nos permite conocer los procesos de representación que en el niño se están generando.

La Tabla I recoge cómo se desarrolla la interacción entre el profesor y el alumno durante el proceso resolutor y las distintas fases que componen la resolución de los problemas propuestos en el diseño del programa.

El desarrollo del programa se realiza en doce unidades de aprendizaje y cada una de ellas gira en torno a la consecución de unos objetivos generales y específicos sobre

TABLA I
LAS FASES DEL ESQUEMA LINGÜÍSTICO DE INTERACCIÓN. (E.L.I.)

<i>FASE 1: COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA</i>
<p>a) Representación icónica del enunciado a través de un dibujo esquemático del mismo. Debe responder a la pregunta: ¿qué sabemos de este problema?</p> <p>b) Descripción verbal del enunciado dibujado. Facilita esta descripción la representación mental del problema. El profesor pregunta: ¿qué queremos saber?</p> <p>c) Aproximación a una estrategia de solución. Para guiar ese proceso el profesor pregunta: ¿qué hay que hacer juntar, quitar o repartir?</p>
<i>FASE 2: EJECUCIÓN DE LA OPERACIÓN</i>
<p>a) Supone la realización de la operación aritmética propiamente dicha. La realización de la operación se realiza en dos momentos: Manipulando los elementos tangibles de la caja de cálculo (recursos enactivos) Haciendo una descripción verbal de los elementos que intervienen en la ejecución de la operación. El profesor pregunta: ¿Qué número se escribe primeramente? (primer número de la operación a realizar) ¿Eso qué es? (¿Qué representa el primer número de la operación a realizar?) ¿Qué número se escribe ahora? (segundo número de la operación a realizar) ¿Eso qué es? (qué representa el segundo número de la operación a realizar) ¿Qué se dice para hacer la operación? (El alumno debe responder según el tipo de operación a realizar: juntar, quitar o repartir).</p>
<i>FASE 3: VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS</i>
<p>Supone hacer un análisis de los resultados obtenidos. El profesor pregunta: ¿Ese número qué es? El alumno debe explicar qué significa el resultado.</p>

la base de unos contenidos y actividades. Los contenidos del programa se estructura en relación a nueve áreas curriculares: Resolución de Problemas, Composición de Números Naturales, Las Horas, Composición de Números fraccionarios, Medición de Magnitudes, Geometría, Ángulos, Sistemas de Numeración, Operaciones y Cálculo.

Cada unidad de aprendizaje se inicia con la resolución de problemas (tres series de problemas con tres problemas cada serie). Desde el inicio del programa siempre se simultanean los problemas de juntar (sumar), quitar (restar) y repartir (dividir), seguidamente se realizan algunas de las actividades complementarias propuestas en el programa. Tanto la resolución de problemas como las actividades se estructuran en torno a un criterio de complejidad creciente. Las diferencias que se establecen entre las distintas unidades de aprendizaje en el área curricular «Resolución de Problemas» estriban en los siguientes aspectos: a) naturaleza de los problemas (gráfico, mixto y escrito), b) el nivel de representación de los problemas (posesión o pertenencia de un objeto/ valor o medida de objetos concretos), c) la numeración con la que se trabaja, d) la información que se ofrece en el enunciado del problema, e) el tipo de sentencia que se utiliza y f) la estructura semántica de los problemas.

A *nivel metodológico* resultan elementos claves del programa: atención más a los procesos que a los resultados, la importancia de la interacción verbal como base de la construcción del conocimiento matemático, el análisis y la reflexión metacognitiva sobre la resolución de problemas, estructura cíclica de las unidades de aprendizaje, el profesor como elemento mediador en el proceso resolutor y finalmente la utilización del Esquema Lingüístico de Interacción (E.L.I.) válido para todos los problemas del programa.

METODOLOGÍA DE LA EVALUACIÓN

Generalidades metodológicas del diseño evaluativo

Dentro de la investigación evaluativa, nuestro trabajo se centra en el ámbito de la evaluación de programas; ello supone atender a dos dimensiones fundamentales: una primera de carácter teórico-conceptual en la que resulta de vital importancia tener en cuenta los elementos básicos que en opinión de Colás y Rebollo (1993) delimitan el modelo de evaluación utilizado en la investigación. La tabla que presentamos a continuación, recoge las distintas dimensiones que debe contemplar un modelo de evaluación y las concreciones que adquieren en nuestro trabajo.

Desde una segunda dimensión de carácter metodológico el modelo evaluativo adquiere una serie de concreciones en cuanto a la delimitación de objetivos, hipótesis, técnicas de recogida de datos y de análisis de los datos obtenidos. Estas concreciones en nuestro trabajo siempre están focalizadas hacia los dos contenidos fundamentales a evaluar: el proceso resolutor y los resultados obtenidos por los alumnos durante la implementación del programa así como los logros que los profesores que lo han desarrollado le atribuyen en relación a lo que posibilita al alumno y a ellos como docentes.

TABLA II
EL MODELO DE EVALUACIÓN

EL MODELO EVALUATIVO	
CONCEPTO DE EVALUACIÓN	Valoración de los procesos y resultados de un programa
FINALIDAD DE LA EVALUACIÓN	Científica
CONTENIDOS A EVALUAR	Proceso/Producto
UNIDAD DE EVALUACIÓN	Sujetos (profesores y alumnos)
TOMA DE DECISIONES	Autoridad
PAPEL DEL EVALUADOR	Externo

Contextualización del estudio evaluativo

El estudio se desarrolló en dos centros públicos de Educación Primaria. En el primero de ellos contamos con los tres profesores de los tres grupos de primero y en el otro centro con los dos profesores de los grupos existentes para el nivel de segundo. En total fueron cinco profesores. El número de alumnos en cada grupo era bastante homogéneo. Para el nivel de primero, un grupo (G1) contaba con 19 alumnos y los otros dos (G2 y G3) con 21. Para el nivel de segundo un grupo (G4) estaba formado por 17 alumnos y el otro grupo (G5) por 15. En el curso de primero fueron un total de 61 alumnos y para el curso de segundo de 32.

La tabla adjunta resume la distribución definitiva según el centro (CEN1/CEN2) y el nivel educativo (N1/N2):

TABLA III
SELECCIÓN MUESTRAL SEGÚN NIVEL EDUCATIVO Y CENTRO

NIVEL DE PRIMERO/CENTRO 1		NIVEL DE SEGUNDO/CENTRO 2	
Nº DE GRUPOS	ALUMNOS	Nº DE GRUPOS	ALUMNOS
G1	19	G4	17
G2	21	G5	15
G3	21		

Selección de los participantes

Dado el carácter experimental del programa, la selección de los profesores que participaron en el estudio se realizó en conjunción con el Centro de Profesores de Sevilla y los responsables de Educación Primaria y del Área de Matemáticas a partir de un curso de formación en esta metodología que impartimos a todos los profesores

que durante ese curso escolar estuvieran en el primer ciclo de Educación Primaria. El desarrollo del curso pretendía un doble objetivo:

- a) Retomar una labor iniciada por el autor del programa basada en la formación del profesorado en esta metodología desde un acercamiento a su propia práctica.
- b) Iniciada esa labor formativa invitar a los profesores a participar en el estudio evaluativo.

El Curso de Formación se desarrolló en tres fases: de iniciación, seguimiento y evaluación. La **Fase de Iniciación** comenzó con una exposición sobre las bases conceptuales del programa. La **Fase de Seguimiento** se realizó con los tres profesores del nivel de primero de forma rigurosa y exhaustiva durante todo el proceso de implementación del programa. En estos profesores nos hemos basado para aportar toda la información relativa a la evaluación del proceso resolutor. La evaluación de los resultados del programa la hemos realizado con los profesores del nivel de primero y de segundo.

Respecto al grupo de profesores de segundo, tomamos las siguientes decisiones: a) Mantener la misma estructura didáctica que en el de primero, a diferencia de aumentar la numeración con la que se trabaja en los problemas planteados y b) Trabajar todas las actividades propuestas en el programa. Hay actividades de las que se contemplan en el programa (números fraccionarios, geometría, ángulos, etc.) que, a juicio de los profesores, exceden los objetivos de este primer ciclo de Educación Primaria según las directrices generales de los programas actuales para ese ciclo educativo.

La **fase de Evaluación** se organizó en torno a tres sesiones de evaluación que se realizaron a lo largo del curso con los cinco profesores. Cada una de ellas respondía a un objetivo evaluativo sobre el programa; el tipo de información aportada en estas sesiones de evaluación han apoyado la evaluación del programa desde la óptica del profesorado que lo ha llevado a la práctica.

2. EVALUACIÓN DEL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La evaluación del proceso resolutor se plantea como objetivo fundamental conocer el grado de asimilación o incorporación en los alumnos del procedimiento resolutor (integración del Esquema Lingüístico de Interacción).

Este objetivo general se concretará en los siguientes objetivos más específicos:

- a) Conocer si el alumno diferencia la estrategia de resolución de problemas: comprensión del problema, ejecución de una estrategia de solución y verificación o análisis del resultado obtenido.
- b) Conocer la integración que el alumno ha realizado del Esquema de Interacción que le ayuda a diferenciar las tres partes del proceso de resolución de problemas (qué sabemos de este problema, qué queremos saber, qué hay que hacer juntar, quitar o repartir; etc...) y si existe alguna relación entre la integración que realiza el profesor y la que realiza el alumno.
- c) Conocer que comprensión del problema, ejecución de la operación, verificación del resultado obtenido y grado de resolución total tienen los sujetos durante el proceso resolutor.

- d) Conocer si es la caja de cálculo una herramienta adecuada para facilitar el paso hacia el razonamiento abstracto desligado de la manipulación de elementos tangibles.
- e) Conocer si existen diferencias entre los sujetos en cuanto a comprensión, ejecución, verificación y grado de resolución total durante el proceso resolutor atendiendo a la naturaleza del problema (gráfico, mixto o totalmente escrito).
- f) Conocer si existen diferencias entre los sujetos en comprensión, ejecución, verificación y grado de resolución total durante el proceso resolutor según el profesor que ha implementado el programa.
- g) Conocer si existen diferencias entre los sujetos en cuanto a comprensión, ejecución y verificación durante el proceso resolutor según el nivel de resolución (alto, medio y bajo) de los sujetos.

Con la finalidad de alcanzar los objetivos señalados se planteó una recogida de datos basada en la observación del proceso resolutor durante todo el curso escolar. La lista de rasgos a observar es la siguiente:

LISTA DE RASGOS A OBSERVAR

- h) ¿Realiza un dibujo esquemático del problema?
- b) ¿Qué sabemos de este problema?
- c) ¿Qué queremos saber?
- d) ¿Qué hay que hacer juntar, quitar o repartir?
- e) ¿Utiliza la caja de cálculo como material básico para la realización de la operación aritmética?
- f) ¿Qué número se escribe primeramente?
- g) ¿Eso qué es? (¿Referido al primer número de la operación a realizar?)
- h) ¿Qué número se escribe ahora?
- i) ¿Eso qué es? (¿Referido al segundo número de la operación a realizar?)
- j) ¿Qué se dice para hacer la operación?
- k) ¿Ese número qué es? (¿Referido al número que se ha obtenido como resultado en el problema?)

Estas preguntas que conducen el proceso resolutor en situación de interacción (profesor-alumno) se han utilizado tanto para conocer el grado de fidelidad con que reproducen los profesores la secuencia del proceso resolutor así como la incorporación del mismo que realiza el alumno; de ahí que la información recogida sea tanto del profesor como del alumno.

El listado de rasgos incluye las tres etapas fundamentales del proceso resolutor: comprensión del problema, ejecución de una estrategia de solución y verificación o análisis del resultado obtenido al concluir la operación matemática.

En total se han realizado doce sesiones de observación de las cuales las cuatro primeras tienen un carácter exploratorio con objeto de indagar sobre la viabilidad de la lista de control elaborada de acuerdo con el contexto de observación y los objetivos

del estudio. El criterio que se ha utilizado para la selección de estos períodos de tiempo intersesionesales ha sido el que cada uno de ellos fuera representativo de las distintas unidades de aprendizaje que se realizan a lo largo del programa, de tal forma que el conjunto de todas las sesiones de observación supone una muestra de la variabilidad que implica por parte del alumno y el profesor la resolución de problemas en el programa. Cada sesión se ha dividido en números de intervalos de longitud constante y en el transcurso de la misma se anota si el proceso resolutor se conduce de la forma prevista. Es un registro de todo o nada. Nos interesaba conocer cómo cada profesor guiaba el proceso resolutor a partir del Esquema de Interacción propuesto y cómo respondían los alumnos seleccionados a cada una de las preguntas que el profesor hacía en relación al proceso resolutor. Para optimizar los registros realizamos cuatro sesiones de observación que tenían un carácter exploratorio con objeto de controlar la posible reactividad de los sujetos; estas sesiones también se utilizaron para mejorar la lista de rasgos a observar.

La tabla que presentamos a continuación recoge el total de observaciones realizadas a lo largo del curso:

TABLA IV
NÚMERO DE REGISTROS OBSERVACIONALES REALIZADOS

OBSERVACIÓN DEL PROCESO RESOLUTOR								
Profesor 1			Profesor 2			Profesor 3		
Sujeto 1	Sujeto 2	Sujeto 3	Sujeto 4	Sujeto 5	Sujeto 6	Sujeto 7	Sujeto 8	Sujeto 9
Observación 1			Observación 1			Observación 1		
.....				
Observación 8			Observación 8			Observación 8		

Para la selección de los sujetos nos basamos en los trabajos realizados por Brown (1983) y Carpenter y Moser (1984). Estos autores señalan como componentes esenciales en la resolución de problemas matemáticos procesos de carácter metacognitivo y afectivo, destacando la importancia de fomentar una reflexión sobre la práctica en el alumno y una motivación basada en la propia tarea.

Los factores que observamos en el aula durante el desarrollo del programa fueron los siguientes: a) planificación de la tarea de cara al entendimiento de la misma, b) control de actividades durante la propia resolución, c) tipo de representación efectuada sobre el problema propuesto y d) nivel de motivación hacia la tarea. Cada sesión de observación estaba focalizada hacia cada uno de esos sujetos durante un intervalo de tiempo corto y por turnos; dividimos el período de observación en tantos intervalos como individuos y dedicamos a cada uno de ellos un intervalo de tiempo.

La tabla siguiente resume todo el proceso metodológico desarrollado para la evaluación del proceso resolutor:

TABLA V
CUADRO-RESUMEN SOBRE METODOLOGÍA UTILIZADA PARA
LA EVALUACIÓN DEL PROCESO RESOLUTOR

LA EVALUACIÓN DEL PROCESO RESOLUTOR	
OBJETIVOS EVALUATIVOS	a) Nivel de implementación del programa con relación al proceso resolutor a través de la interacción profesor-alumno durante el proceso resolutor y las diferencias que se establecen entre los sujetos según el profesor, el tipo de alumno y los niveles de resolución de los alumnos.
INSTRUMENTOS	Observación sistemática. Escala de observación tipo lista de control (las preguntas del proceso resolutor constituyen la lista de rasgos a observar).
TÉCNICAS DE ANÁLISIS	a) Análisis descriptivo basado en las once preguntas-respuestas sobre las que se analiza el proceso resolutor. b) Análisis de la varianza para establecer si existen diferencias en el proceso resolutor según el profesor que lo ha desarrollado, la naturaleza del problema, niveles de resolución de los sujetos y por la interacción profesor y niveles de resolución de los sujetos.

LA EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PROGRAMA

La evaluación de resultados tiene como objetivo general conocer cuáles han sido los principales logros del programa. Este objetivo general, se canaliza a través de dos agentes: profesores y alumnos.

En relación al alumno este objetivo general se concreta en los siguientes objetivos más específicos:

- a) Conocer el grado de consecución de los objetivos del programa (en sus distintas áreas curriculares) en los alumnos del nivel de primero y segundo de Educación Primaria con los que se ha desarrollado el programa.

De este objetivo prioritario para esta evaluación del programa de deriva otro objetivo que en nuestro estudio tiene un carácter más secundario:

- b) Conocer si existen diferencias entre los alumnos de los distintos grupos (tanto del nivel de primero como de segundo) en cuanto al grado de consecución de los objetivos del programa según el profesor que lo ha llevado a la práctica.

En relación al profesor nos hemos planteado los siguientes objetivos más específicos:

- c) Conocer cómo valoran los profesores los logros alcanzados en el programa en cuanto a la consecución de objetivos, contenidos, actividades, recursos y aspectos organizativos del mismo.
- d) Conocer qué dimensiones del programa valoran los profesores en relación a cómo ha incidido el desarrollo del programa en los alumnos.
- e) Conocer qué dimensiones del programa valoran los profesores en relación a la influencia que ha ejercido en ellos durante su desarrollo.

La tabla siguiente resume todo el proceso metodológico desarrollado para la evaluación de los resultados del programa:

TABLA VI
CUADRO-RESUMEN SOBRE METODOLOGÍA UTILIZADA PARA
LA EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PROGRAMA

LA EVALUACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL PROGRAMA		
	SOBRE EL ALUMNO	DESDE EL PROFESOR
OBJETIVOS EVALUATIVOS	a) Conocer los logros alcanzados en el programa a través del nivel de consecución de objetivos en las distintas áreas curriculares.	a) Valoraciones que hace el profesorado en cuanto a consecución de objetivos, contenidos, etc... del programa. b) Valoraciones del profesorado en cuanto a cómo ha incidido el desarrollo del programa en los alumnos y en ellos como docentes.
INSTRUMENTOS	Pruebas de carácter criterial para medir los objetivos del programa en el nivel de primero y de segundo	Sesiones de evaluación guiadas por entrevistas semiestructuradas.
TÉCNICAS DE ANÁLISIS	a) Análisis descriptivo para comprobar el nivel de consecución de los objetivos del programa. b) Análisis de la varianza para ver si existen diferencias entre los logros alcanzados por cada grupo y nivel educativo.	Análisis de contenido: se toma como unidad de análisis la unidad temática conceptual significativa.

En relación a la **evaluación de los resultados del programa**, dos han sido las fuentes principales de obtención de los datos:

Cinco **Pruebas** tanto para el nivel de primero como de segundo, para evaluar el rendimiento matemático de los alumnos teniendo como referentes o criterios de comparación los objetivos del programa.

Tres **Sesiones de Evaluación** realizadas con los profesores durante la implementación del programa con objeto de analizar e indagar qué dimensiones del programa resultan, a juicio de los profesores, más reveladoras de la posible efectividad del mismo; incidiendo en este análisis en la influencia que haya podido ejercer tanto en los alumnos como en los profesores. Los objetivos que pretendían cubrir cada una de ellas son los siguientes:

Objetivos de la Primera Sesión de Evaluación

- Indagar en la trayectoria personal de cada uno de los profesores en cuanto a sus conocimientos, expectativas y deseos en relación a la Didáctica de las Matemáticas.
- Explorar las primeras impresiones sobre el programa tras una primera toma de contacto con él.

Objetivos de la Segunda Sesión de Evaluación

- Análisis de todos aquellos factores que podían estar incidiendo durante la implementación del programa.

Objetivos de la Tercera Sesión de Evaluación

- Realizar una evaluación de carácter sumativo sobre los resultados alcanzados en el programa con relación a la consecución de objetivos, contenidos, actividades, etc...

Grado de consecución de los objetivos del programa para el nivel de primero

Las conclusiones fundamentales que podemos establecer en relación a los logros alcanzados en el programa para el nivel de primero, han sido las siguientes:

- a) Los objetivos de aprendizaje de las áreas curriculares del programa referidas a Resolución de Problemas, Composición de Números Naturales, Números Fraccionarios, Las Horas, Operaciones y Cálculo, han sido superados por el 75% de los alumnos del nivel de primero excepto en el área curricular «Operaciones y Cálculo».

La figura nº 2 recoge los logros alcanzados en cada una de las áreas curriculares que se han desarrollado durante la implementación del programa.

En cuanto al área curricular del programa referida a **Resolución de Problemas** los objetivos de esa área han sido superados por los alumnos del nivel de primero. En la resolución de problemas de la primera prueba (PR1) los alumnos que mejores resultados han obtenido han sido los del grupo tres y los resultados menos satisfactorios en el grupo uno. En la resolución de problemas de la segunda prueba (PR2) los alumnos de los tres grupos han obtenido resultados muy parecidos a los anteriores; en esta segunda prueba los alumnos del grupo uno han superado los resultados con respecto a los de PR1. La resolución de problemas de la tercera prueba (PR3) ha sido superada por los alumnos del grupo uno y dos. Los alumnos del grupo tres no han alcanzado el

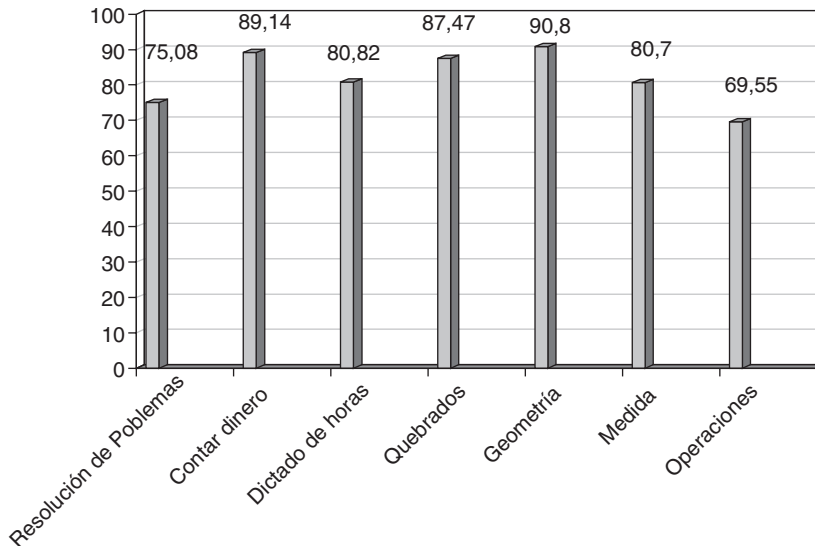


Figura 2

Logros alcanzados en las Áreas Curriculares del Programa en el Nivel de Primero.

nivel mínimo de superación. Los problemas de la cuarta y quinta prueba (PR4) y (PR5) son totalmente escritos sólo se diferencian en el nivel de representación empleado. En la cuarta prueba (PR4) los resultados son muy similares en los alumnos de los tres grupos. Los mejores resultados los han obtenido los alumnos del primer grupo. Los resultados varían sustancialmente en los problemas realizados en la última prueba. En ésta los objetivos del programa referidos a resolución de problemas sólo han sido superados por los alumnos del tercer grupo.

Para el área que va referida a la **Composición de Números Naturales**, los resultados obtenidos muestran que los objetivos del programa relativos a contar dinero con monedas de 1, 5, 10 y 25 pesetas ha sido superados por los tres grupos. Las mayores dificultades han estado en CD2, CD3 y CD4. En estos ítems el uso de las monedas implicaba a la decena.

En relación al conocimiento de las **Horas** los resultados obtenidos muestran que han sido superados los objetivos de aprendizaje referidos a las horas en punto, medias y cuartos. El concepto de medio y cuarto en relación a las horas se trabaja a partir de la introducción que ya se ha realizado previamente en la resolución de problemas.

En cuanto a la **Composición de Números Fraccionarios** se han superado los objetivos del programa que hacen referencia a la utilización de la unidad, el medio y el cuarto. A un nivel manipulativo para la composición de los números fraccionarios sólo se han utilizado círculos, medios círculos y cuartos de círculos.

La introducción que a partir de esta actividad del programa se realiza para la geometría no ha sido trabajada en toda su extensión. En el área de **Geometría** sólo se ha alcanzado el objetivo del programa referido a la discriminación entre cuerpos

redondos y poliedros; actividad que, por otra parte, no ha sido trabajada por todos los profesores. Esta área curricular del programa sólo ha sido evaluada en las dos últimas pruebas realizadas. Los alumnos del grupo uno y tres sólo han realizado la evaluación de esta área en la última prueba.

El apartado del programa destinado al desarrollo de las **Medidas de Peso y Longitud** ha tenido un tratamiento muy puntual. Aunque son conceptos que se desarrollan en la parte media-final del curso su desarrollo en el programa ha sido muy limitado. No se han desarrollado las medidas de peso y de capacidad. Los resultados obtenidos en medidas de longitud han sido satisfactorios; aunque este concepto sólo se haya contemplado en la realización de la última prueba (PR5) si que se han realizado muchos ejercicios en clase con el metro de cartulina que pintaron los niños.

En cuanto al área de **Operaciones y Cálculo** dentro del programa tiene un carácter secundario. Su inclusión en las pruebas obedece fundamentalmente a que los programas de matemáticas recomiendan que los niños ejerciten el cálculo desligado de las situaciones contextuales en las que hay que resolver una situación problemática. Los resultados en esta área han sido del 69,5%.

De estas consideraciones se desprende otras dos conclusiones para el nivel de primero:

- Los objetivos del programa que principalmente han desarrollado los profesores en este nivel educativo pertenecen a las siguientes áreas curriculares: Resolución de Problemas, Composición de Números Naturales y Fraccionarios, Las Horas, Operaciones y Cálculo. Han tenido un menor tratamiento las áreas Medición de Magnitudes y geometría; esta última sólo ha estado referida a la discriminación de figuras geométricas. No se han desarrollado los objetivos del programa correspondientes al valor y tamaño de los ángulos. En el área curricular Sistemas de Numeración, la actividad «numeración casi romana» no se ha trabajado.
- En aquellos objetivos del programa que existen diferencias en los resultados obtenidos por los alumnos las ha establecido el profesor uno (P1) con respecto a los resultados obtenidos por los alumnos del profesor dos (P2) o del profesor tres (P3) para ese mismo objetivo de aprendizaje.

Este resultado se confirma también para la implementación del proceso resolutor: el profesor uno (P1) es el ha marcado diferencias entre los sujetos en cuanto a la comprensión del problema, ejecución y verificación o análisis del resultado obtenido durante el proceso de resolución de problemas.

Grado de consecución de los objetivos del programa para el nivel de segundo

Las diferencias fundamentales establecidas entre el nivel primero y segundo en las distintas áreas curriculares del programa hace referencia a los siguientes aspectos:

1. En cuanto a **Resolución de problemas** se utilizan los mismos conceptos que en el nivel de primero a diferencia de que se realizan mas problemas de tipo mixto y escrito que de tipo gráfico. La numeración que interviene en los problemas es

- mas elevada. Los profesores de este nivel no han utilizado la caja de cálculo como material manipulativo para resolver los problemas.
2. En el área **Composición de Números Naturales**, los profesores de segundo, además de las monedas de 1, 5 y 25 pesetas previstas en el programa para la actividad de contar dinero han añadido las de 50 y 100 pesetas.
 3. En relación al conocimiento de **Las Horas** los objetivos evaluados coinciden con los especificados en el programa: Horas en punto, medias y cuartos.
 4. En la **Composición de Números Fraccionarios** han trabajado la unidad, el medio y el cuarto. Para desarrollar esta actividad han utilizado como materiales básicos el círculo entero, medios círculos y cuartos de círculos. La singularidad de esta actividad en este nivel ha sido que los alumnos han realizado operaciones algebraicas con los números fraccionarios. Han desarrollado la versatilidad de las operaciones con estos números.
 5. En este nivel no se han trabajado la discriminación de cuerpos geométricos (cuerpos redondos y poliedros) pero sí la diferenciación en relación al tamaño de los **Ángulos** (grande, mediano y pequeño).
 6. No han desarrollado el objetivo de aprendizaje dirigido al conocimiento del valor de los ángulos medidos en minutos horarios.
 7. En las **Operaciones y el Cálculo** se han trabajado las operaciones de adición y sustracción con mayor complejidad que en el nivel de primero y se ha introducido a los alumnos en la operación de multiplicar (con una cifra).

Hechas estas diferenciaciones en cuanto a la especificidad que, en el nivel de segundo adquieren los objetivos del programa desarrollado, las conclusiones fundamentales que podemos establecer para este nivel son las siguientes:

- Los objetivos de aprendizaje de las áreas curriculares del programa referidas a Resolución de Problemas, Composición de Números Naturales, Números Fraccionarios, Las Horas, Ángulos, Operaciones y Cálculo, han sido superados por el 75% de los alumnos del nivel de segundo excepto en el área curricular «Resolución de Problemas».

A modo de síntesis el gráfico siguiente ilustra los resultados globales obtenidos para este nivel educativo en las distintas áreas curriculares del programa que se han desarrollado:

- Los objetivos del programa que han desarrollado los profesores en el nivel de segundo pertenecen a las siguientes áreas curriculares: Resolución de Problemas, Composición de Números Naturales y Fraccionarios, Las Horas, Geometría, Operaciones y Cálculo. El área de geometría sólo ha estado referida al valor y tamaño de los ángulos. No se ha desarrollado el área curricular Medición de Magnitudes. La actividad «numeración casi romana» dentro del área «Sistemas de Numeración» no se ha trabajado.
- Para el nivel de segundo, el profesor no ha establecido diferencias entre los alumnos en cuanto a la consecución de los objetivos del programa.

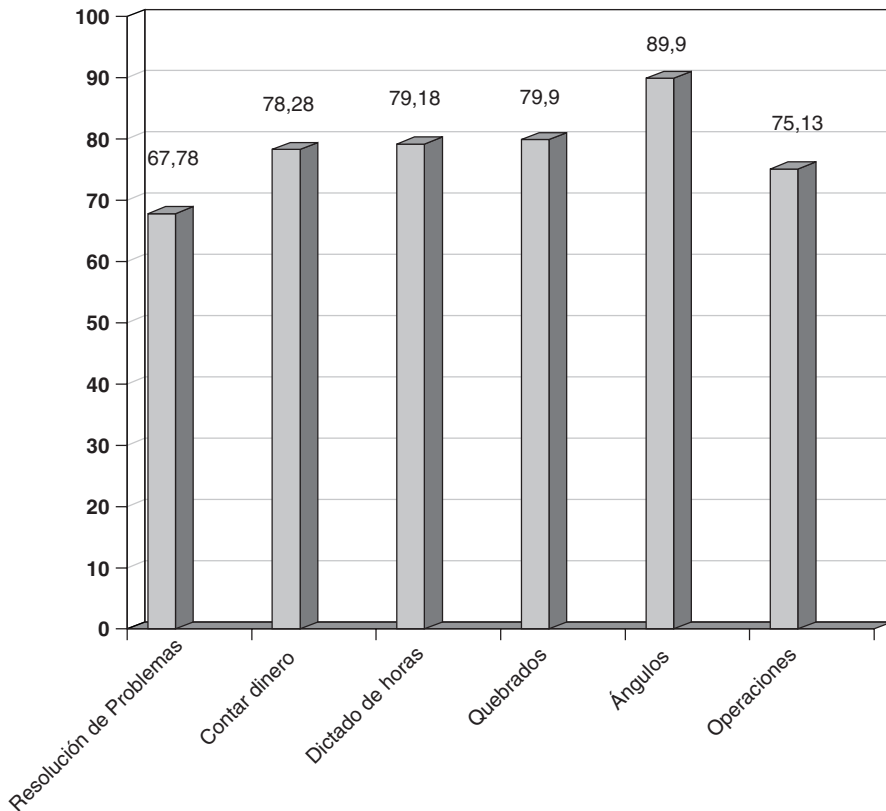


Figura 3

Logros alcanzados en las Áreas Curriculares del Programa en el nivel de segundo.

La visión de los profesores sobre la metodología para la resolución de problemas

Las valoraciones de carácter más interpretativo realizadas por los profesores durante la implementación del programa en tres momentos distintos del mismo, completa desde otras dimensiones la evaluación que en su globalidad hemos realizado del Programa de Iniciación a la Matemática.

Estas valoraciones que realiza el profesorado, se extienden a tres ámbitos diferentes:

- estimación que de forma global han realizado los profesores sobre la implementación del programa: grado de consecución de los objetivos, contenidos, actividades, recursos y aspectos organizativos del programa; factores que han afectado a su funcionamiento, logros principales alcanzados, etc.
- cómo perciben el impacto que el desarrollo del programa ha producido en los alumnos. Valoran que aspectos del programa les ha gustado más a los alumnos, cuáles menos, si ha habido cambio de actitudes, procesos cognitivos que genera en ellos, etc.

- dimensiones que el programa ha propiciado en los profesores que lo han llevado a la práctica. En este último apartado valoran que aspectos les ha enseñando el programa a ellos, repercusión que ha tenido en su práctica profesional, si el programa ha generado un cambio de actitud sobre lo que es enseñar matemáticas, etc.

Aportaciones del programa a los alumnos según los profesores

El objetivo de esta evaluación es desvelar qué aporta el programa al alumno desde la percepción del profesorado. Este objetivo se concretaría en la siguiente cuestión evaluativa:

¿Qué dimensiones propicia en el alumno el desarrollo del programa?

La información obtenida nos ha posibilitado la categorización de la misma. Se toma como unidad de análisis la unidad conceptual temática significativa. Atendiendo a este criterio las valoraciones que hacen los profesores sobre cómo ha incidido el programa en los alumnos las aglutinamos en las siguientes **dimensiones o categorías**: Cognoscitiva, Actitudinal, Organizativa y Social.

El procedimiento que utilizamos para la elaboración de estas dimensiones fue el siguiente: Una vez recogida la información y seleccionada la unidad de análisis se procedió a la construcción de las categorías o núcleos categoriales que abarcan el conjunto de ideas y temas sobre los que los profesores discuten en las sesiones de evaluación realizadas.

En el **ámbito cognoscitivo**, los profesores consideran que el programa propicia las siguientes dimensiones en los alumnos:

- Razonamiento ordenado de acuerdo a una estructura lógica.
- Desarrolla la atención.
- Posibilita la adquisición de una herramienta válida que puede extrapolar a situaciones problemáticas de la vida real (modelo resolutor).
- El conocimiento experiencial como motor de aprendizaje.
- Capacidad de análisis y síntesis.
- Construcción del discurso matemático que es el que facilita el paso del conocimiento informal a otro formal.
- Lectura de imágenes. Intercambio verbal-visual.

Atendiendo a una dimensión **actitudinal** algunos de los aspectos señalados por los profesores se sitúan en:

- Toma de decisiones
- Análisis de las situaciones
- Autoestima y seguridad en sí mismo
- Investigativas (curiosidad, búsqueda, tenacidad, estimación, planteamiento de hipótesis...)
- Motivación e interés hacia el trabajo
- Participación

En relación a la categoría **aspectos organizativos** que el programa ha generado en los alumnos, a juicio de los profesores, los más importantes han sido:

- Ubicación espacial: todos los niños tienen que mirar a la pizarra cuando se resuelven los problemas.
- La resolución impone un orden en cuanto a quién lo resuelve en cada momento. Se tiene que establecer un sistema rotatorio que permita intervenir cada día que se realizan los problemas a determinados niños.
- Temporalidad: los problemas se hacen únicamente los lunes, miércoles y viernes. El resto de las actividades martes y jueves.

En el **ámbito social**, todos los profesores coinciden en que el efecto principal se traduce en:

- El aula como lugar de encuentro y de construcción del conocimiento. Los problemas se resuelven de forma oral produciéndose una interacción entre niño-profesor. En esta interacción el niño recibe retroalimentación del profesor y de sus iguales (influencias metacognitivas). Una vez resuelto de forma oral, cada niño lo hace individualmente en su cuaderno.

Aportaciones del programa a los profesores que lo han desarrollado

El objetivo de esta evaluación es desvelar qué ha aportado el programa a los profesores que lo han desarrollado. Este objetivo se concretaría en la siguiente cuestión evaluativa:

- **¿Qué dimensiones del programa consideran los profesores que han ejercido una influencia ellos que lo han llevado a la práctica?**

Para el análisis de la información aportada por los profesores sobre los efectos que el programa ha producido en ellos como agentes de su puesta en práctica han utilizado también como unidad de análisis la unidad temática conceptual significativa. De acuerdo a esta unidad de registro el análisis de la información la hemos realizado agrupando las manifestaciones que realizan los profesores en relación al tópico sobre el que se indaga en los mismos núcleos categoriales que señalamos anteriormente.

Algunos de los aspectos señalados por los profesores, muestran las siguientes dimensiones:

- Satisfacción ante la labor docente.
- Una nueva forma de abordar las matemáticas.
- Orden y sistematización.
- Formación en una metodología nueva.
- Conocimiento de una estructura didáctica cíclica.
- Una metodología para la resolución de problemas.
- Conocimiento de una estructura didáctica gradual.
- Ha resultado motivante llevarlo a la práctica.
- Promueve el situarte en una actitud abierta y aperturista.

Dimensiones que también la hemos categorizado con la misma denominación que para las valoraciones que hacen los profesores sobre los efectos que ha producido según ellos en los alumnos: **cognoscitivas, organizativas, actitudinales y sociales.**

Las conclusiones fundamentales que podemos establecer referidos a estos tres ámbitos (el programa en sí, el programa para los alumnos, y el programa en los profesores) son las siguientes:

- El área curricular del programa que más le ha gustado a los profesores y a los alumnos ha sido Resolución de Problemas. La caracterización del proceso resolutor como sistemático, basado en la lógica, conectado con el conocimiento concreto y experiencial del alumno, son algunas de las manifestaciones mostradas por ellos.
- Los logros fundamentales alcanzados a juicio de los profesores son los siguientes: a) construcción de un lenguaje matemático, b) integración de un esquema mental para resolver problemas que hacen extensibles a otras situaciones de la vida cotidiana, c) rigurosidad y sistematicidad que establece el Esquema de Interacción en el proceso resolutor, y d) el programa les enseña a pensar.
- Las actitudes básicas que el desarrollo del programa propicia en el alumno según las valoraciones realizadas por los profesores son: Entusiasmo, de búsqueda, motivación hacia la tarea y autoestima.
- A nivel cognitivo los profesores añaden como aportaciones fundamentales para los alumnos las siguientes: Atención, adquisición de una herramienta conceptual para aplicarla a situaciones problemáticas de la vida real, aprender a pensar en términos de solución de problemas, análisis de situaciones y abstracción.
- Para el profesorado que lo ha llevado a la práctica el programa le ha aportado principalmente una nueva forma de abordar la enseñanza de las matemáticas, mayor rigurosidad y sistematicidad, satisfacción ante la labor docente y una estructura didáctica que ha hecho extensible a otras áreas del currículum escolar teniendo como herramienta el Esquema de Interacción que guía el proceso resolutor.

VALORACIÓN GLOBAL DEL PROGRAMA

A modo de síntesis, expondremos algunos puntos que corresponden a una valoración global del programa así como ciertas recomendaciones para futuras implementaciones del mismo. Finalmente, señalaremos ciertos puntos que requieren aún mayor investigación.

- El programa de Iniciación a la Matemática para niños de primer curso de Educación Primaria ha mostrado resultados satisfactorios en los sujetos de la muestra experimental. Estos resultados se aprecian tanto en el desarrollo del proceso resolutor, en la consecución de los objetivos del programa como en los indicadores cualitativos estimados por los profesores.
- Los resultados obtenidos podemos entenderlo de carácter exploratorio y no como una estimación definitiva; La falta de control sobre la interacción entre selección y tratamiento hace necesaria nuevas aplicaciones del programa.
- Aunque pueda discutirse que los resultados globales obtenidos tengan una traducción en un incremento real de rendimiento matemático es innegable su aportación como herramienta conceptual. El programa de Iniciación a las Mate-

máticas debe considerarse mas un instrumento que facilita la construcción del pensamiento matemático que de incremento de conocimiento matemático.

- El currículum del programa debe ser mantenido en su forma actual, salvo en los puntos que a criterio de los profesores necesitan una revisión.
- Los profesores han detectado sobre los alumnos claros efectos de carácter actitudinal, cognoscitivo, organizativo y social. Para los profesores estos efectos son mas potentes que los meramente cognoscitivos. Estos efectos se han generalizado a otras áreas del currículum escolar.
- El desarrollo del programa ha favorecido un cambio de actitud docente en los profesores que lo han desarrollado. Consideran la experiencia como positiva y los cambios detectados los atribuyen inequívocamente a la intervención del programa.
- La modalidad formativa dispuesta (inicial, de seguimiento y final) ha resultado clave para la implementación del programa.
- El principal problema que presenta su implementación es la resistencia mostrada por los profesores para desarrollarlo acorde al diseño previsto. La ruptura que supone para los profesores con la forma en que tradicionalmente se enseñan las matemáticas.
- El currículum del programa debe ser mantenido en su forma actual, salvo en los puntos que a criterio de los profesores necesitan una revisión.
- Los profesores han detectado sobre los alumnos claros efectos de carácter actitudinal, cognoscitivo, organizativo y social. Para los profesores estos efectos son mas potentes que los meramente cognoscitivos. Estos efectos se han generalizado a otras áreas del currículum escolar.
- El desarrollo del programa ha favorecido un cambio de actitud docente en los profesores que lo han desarrollado. Consideran la experiencia como positiva y los cambios detectados los atribuyen inequívocamente a la intervención del programa.
- La modalidad formativa dispuesta (inicial, de seguimiento y final) ha resultado clave para la implementación del programa.
- El principal problema que presenta su implementación es la resistencia mostrada por los profesores para desarrollarlo acorde al diseño previsto. La ruptura que supone para los profesores con la forma en que tradicionalmente se enseñan las matemáticas, puede esperarse que se den en aplicaciones futuras teniendo en cuenta la duración y los requisitos exigidos.
- El ajuste entre lo teóricamente esperado en el diseño del programa y lo realizado durante su implementación se manifiesta tanto en los resultados mostrados en relación al desarrollo del proceso resolutor como a los logros globales alcanzados con el programa.

RECOMENDACIONES

Sobre el diseño del programa

- Los profesores han destacado que algunas actividades del programa deberían eliminarse y otras actualizarse. Entre las primeras se encuentra la numeración casi romana. Esta actividad los profesores la han considerado de carácter anacrónico. Entre las que habría que actualizar se encuentra la de contar dinero. Ellos proponen la revisión de la actividad en cuanto al uso de las monedas que allí se trabajan.
- En relación al enunciado de los problemas (ya sean gráficos, mixtos o escritos) estiman que hay que revisar el valor adquisitivo de los objetos que intervienen en los problemas planteados. También consideran que no hay una coordinación muy estrecha entre el uso que en los problemas se hace sobre medidas de capacidad y peso y las actividades que trabajan esos conceptos; existen actividades relativas a pesar pero ninguna a medidas de capacidad.
- Estiman que algunos contenidos que se imparten en el programa (números fraccionarios, geometría, ángulos principalmente) exceden los objetivos básicos para este nivel educativo. Esta premisa ha influido para que haya áreas del programa que se han trabajado superficialmente o que no se han tratado.
- Establecer pasos más graduales entre la resolución de problemas de una operación y de dos operaciones; estiman que los cambios entre estos dos tipos de problemas son muy bruscos.
- En la actividad sobre el tamaño de los ángulos consideran que se debería utilizar la denominación usual en los libros de textos: ángulos agudo, recto y obtuso en vez de la propuesta en el programa de grande (obtusos), mediano (recto) y pequeño (agudo).
- Los profesores estiman la conveniencia de extender el diseño del programa hacia el segundo curso de este primer ciclo de Educación Primaria con recursos y actividades adaptados al nivel educativo y en la misma línea pedagógica.
- Rediseñar el tipo y niveles de objetivos del programa para que el modelo teórico de base resulte más accesible y facilite su dominio a los profesores.

Sobre la implementación del programa

- Antes de iniciar una nueva implantación del programa es conveniente estudiar las circunstancias concretas del contexto educativo en el que se va a desarrollar para atenuar o evitar el máximo de problemas institucionales. Los profesores estiman que el factor principal que ha afectado a la implementación efectuada ha sido la falta de tiempo. El comienzo del programa se realizó un mes después de haberse iniciado el curso escolar y la temporalización prevista en el diseño del programa exige la duración completa del curso escolar.
- Profundizar en la modalidad formativa desarrollada para llevar a cabo el programa. La formación del profesorado que lo lleve a sus aulas resulta un factor

clave para su posterior Éxito. Los profesores reclaman la necesidad institucional de realizar grupos de trabajo que potencien la formación en esta metodología.

Sobre la evaluación de la aplicación:

- En futuras aplicaciones del programa sería conveniente diseñar mejores y más ajustados instrumentos de medición para profundizar con mayor precisión en algunos de los logros que los profesores han destacado como fundamentales: el programa como herramienta conceptual que les enseña a pensar; y la validez conceptual y metodológica del Esquema de Interacción como instrumento didáctico que facilita el cambio conceptual en la enseñanza de las matemáticas.
- La evaluación del programa desde una perspectiva longitudinal. Si en el futuro el diseño del programa se hace extensivo al primer ciclo de Educación Primaria, esto nos permitiría valorarlo teniendo como referentes objetivos terminales de ciclo.
- Sería también importante atender en el futuro a hacer más extensiva la aplicación del programa. El desarrollo del programa abierto a más alumnos y profesores con diversidad de características, permite profundizar en algunos aspectos que en esta implementación no han sido tratados.
- Estas recomendaciones generales realizadas para futuras implementaciones del programa abren además **líneas de investigación** para profundizar en la intervención iniciada con el Programa de Iniciación a la Matemática. Estas líneas de trabajo nos parecen muy útiles para mejorar los resultados del programa o incluso para abrir nuevas perspectivas.

BIBLIOGRAFÍA

- BAROODY, A. (1994): El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Aprendizaje-Visor: Madrid.
- CASTRO, E.; RICO, L. y GIL, F. (1992): «Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos». *Enseñanza de las Ciencias*, 10 (3), 243-253.
- CASTRO, E. (1995): *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Granada: Comares.
- CASTRO, E.; RICO, L.; GUTIÉRREZ, J.; CASTRO, E.; SEGOVIA, I.; MORCILLO, N.; FERNÁNDEZ, F.; GONZÁLEZ, E. y TORTOSA, A. (1996): «Evaluación de la resolución de problemas aritméticos en Primaria». *Revista de Investigación Educativa*, Vol. 14, nº 2.
- COLAS, P. y REBOLLO, M.A. (1993) (2ª Ed.). *Evaluación de programas. Una guía práctica*. Sevilla: Kronos.
- GONZÁLEZ RAMÍREZ, T. (1997): «Evaluación de un Programa de Iniciación a las Matemáticas a través de la Resolución de Problemas». Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Sevilla.

- GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. (1991): «Historia de la matemática: Integración cultural de las matemáticas: Génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza». *Enseñanza de las Ciencias*, 9(3), pp. 281-289.
- KLINE, M. (1978). *El fracaso de la matemática moderna*. Siglo XXI: Madrid.
- LAPOINTE, A. E., MEAD, N.A. y PHILIPS, G.V. (1989). *A world of differences*. Princenton, NL, Educational Testing Service (Trad. cast: *Un mundo de diferencias*. Madrid, CIDE).
- LOPES, B. y COSTA, N. (1996): «Modelo de enseñanza-aprendizaje centrado en la resolución de problemas: Fundamentación, presentación e implicaciones educativas». *Enseñanza de las Ciencias*, 14 (1), pp. 45-61.
- MASINGILA, J. (1996). Learning from students out-of-school mathematics practice. *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Valencia, 8-12 de Julio.
- MAZA, C. (1995). *Aritmética y representación. De la comprensión del texto al uso de materiales*. Barcelona: Paidós.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (1989): *Diseño Curricular Base*. Educación Primaria. Madrid.
- PUTNAM, R.T.; LAMPERT, M. y PETERSON, P.L. (1990). Alternative perspectives on knowing mathematics in elementary schools. En C.B. Cazden, *Review of Research in Education*, 16 Washington. AERA, 57-150.
- ROGOFF, B. AND LAVE, J. (eds.) (1995). *Everyday cognition: its development in social context*. Cambridge, MA, Harvard University Press.
- SAXE, G.B.; GUBERMAN, S.R.; GEARHART, M. (1993). Social processes in early number development. *Monographs in the Society for Research in Child Development*, 52 (serial n. 216).