

Codina, A., García, M.M, Romero, I.M. & Lupiáñez, J. (2022). Poliedros con el software de realidad virtual inmersiva Neotrie VR, una experiencia con maestros en formación. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 25(3), 1-14.

DOI: <https://doi.org/10.6018/reifop.531841>

## Poliedros con el software de realidad virtual inmersiva Neotrie VR, una experiencia con maestros en formación

Antonio Codina Sánchez<sup>1</sup>, María del Mar García López<sup>1</sup>, Isabel María Romero Albaladejo<sup>1</sup>, José Luis Lupiáñez Gómez<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Almería, <sup>2</sup>Universidad de Granada

### Resumen

El uso de la Realidad Virtual Inmersiva para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es una línea de creciente interés, en la que hacen falta investigaciones empíricas sobre el impacto de su inclusión en las aulas. Presentamos un estudio llevado a cabo con maestros en formación, en el que el software NeoTrie VR es utilizado en un grupo experimental para trabajar la noción de poliedro, siguiendo el modelo de Vinner. El análisis de datos cuantitativos muestra los errores más comunes en los que incurren los participantes a la hora de identificar las clases a las que pertenecen un conjunto de figuras tridimensionales. El contraste de resultados del grupo experimental con un grupo control arroja diferencias significativas, que implican que el trabajo con el software contribuye a la adquisición de una imagen mental más rica y conectada de los conceptos estudiados. Los maestros en formación del grupo experimental han podido identificar en mayor grado las características relevantes de los poliedros, sus tipos y conexiones entre ellos, así como reducir los errores detectados en la prueba inicial.

### Palabras clave

Realidad Virtual Inmersiva; NeoTrie VR; Geometría; Formación de Maestros

---

### Contacto:

José Luis Lupiáñez Gómez, [lupi@ugr.es](mailto:lupi@ugr.es), Dpto. de Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias de la Educación, Campus de Cartuja, Universidad de Granada, 18071, Granada.

Trabajo vinculado a los proyectos FEDER-Junta de Andalucía (UAL2020-SEJ-B2086) y PROFESTEAM del Ministerio de Economía y Competitividad (PID2021-128261NB-I00)

# Polyhedra with Neotrie VR immersive virtual reality software, an experience with prospective teachers

## Abstract

The use of Immersive Virtual Reality for the teaching and learning of mathematics is a line of growing interest, where empirical research is needed on the impact of its inclusion in the classroom. We present a study carried out with prospective teachers, in which NeoTrie VR software is used in an experimental group to work on the notion of polyhedron, following the Vinner framework. The analysis of quantitative data shows the most common errors made by participants when identifying the classes to which a set of three-dimensional figures belong. The contrast of results of the experimental group with a control group yields significant differences, which imply that working with the software contributes to the acquisition of a richer and more connected mental image of the concepts studied. The students of the experimental group have been able to identify to a greater extent the relevant characteristics of the polyhedrons, their types and connections between them, as well as to reduce the errors detected in the initial test.

## Keywords

Immersive Virtual Reality; NeoTrie VR; Geometry; Teacher Training

## 1. Introducción

Una de las tendencias en la investigación educativa actual está relacionada con el uso realidad virtual inmersiva (RVI) en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y especialmente en cómo integrar dichas herramientas tecnológicas en el aula y su impacto (Demetriadou et al., 2020; Oguz, 2022; Radianti et al. 2020). Centrándonos en el uso del RVI en el aprendizaje de las matemáticas, existen trabajos desde la primera década del siglo XXI (Kaufmann et al., 2000; Kaufmann y Schmalstieg, 2006; Song y Lee, 2002); sin embargo, aún sigue habiendo una carencia de investigaciones empíricas que arrojen mayor luz e información sobre las implicaciones de su inclusión en el aula (Dilling y Sommer, 2021). Es más, esta necesidad se refleja en la existencia de resultados incipientes de investigación opuestos.

Por ejemplo, Kang et al. (2020) no obtuvieron diferencias significativas en una prueba específica de conocimientos entre el grupo control y el experimental, utilizando un recurso de RVI con estudiantes de ingeniería para trabajar cálculo en 3D, a pesar de que los propios estudiantes afirmaban que había mejorado su capacidad para imaginar los conceptos asociados. Igualmente, Silva-Díaz et al. (2021), en un experimento de enseñanza STEM con RVI, aunque evidencian un impacto positivo en las actitudes hacia las ciencias, no lo detectan en matemáticas. Los autores intentan dar una explicación a este hecho basándose en que, entre otros motivos, "... los estudiantes interpretan las experiencias vividas como científicas, aunque impliquen el empleo de habilidades matemáticas..., pero no las han percibido también como ejemplos de modelizaciones matemáticas del mundo" (p. 134).

En contraste con los estudios anteriores, numerosos trabajos señalan avances exitosos en la integración de RVI en las aulas (Allcoat y von Mühlénen, 2018; Radianti et al., 2020;). A este respecto, Tang et al. (2020) afirman que la RVI puede mejorar las habilidades en análisis

geométrico y la creatividad de los estudiantes, en comparación con los enfoques tradicionales. Rodríguez et al. (2021) muestran algunos ejemplos exitosos utilizando el software de geometría dinámica tridimensional de RVI Neotrie VR. Concretamente, según los autores, el uso de Neotrie VR ha permitido a los escolares afrontar retos imposibles o muy costosos de llevar a cabo con otros tipos de materiales como el trabajo con fractales 3D, el estudio de la simetría de sólidos o el estudio variacional a través de la extrusión de representaciones dinámicas de figuras 2D y 3D en el espacio. Por su parte, Jang et al. (2017) detectan que el trabajo en RVI facilita la incorporación y mantenimiento de estructuras tridimensionales a nivel cognitivo, siendo más significativa en estudiantes con una baja capacidad espacial. En general, los trabajos revisados en relación al estudio de la geometría y la medida en 3D, señalan que los estudiantes son capaces de emplear aproximaciones flexibles que fomentan el desarrollo del razonamiento visual estructural, el establecimiento de analogías entre conceptos tradicionalmente abordados en el plano con su extensión tridimensional (como los conceptos de paralelismo, perpendicularidad o simetría axial y los planos de simetría) y mejoran su capacidad argumentativa (Morales y Codina, 2020; Rodríguez et al., 2021). Y, a diferencia del trabajo de Silva-Díaz et al. (2021), las investigaciones con RVI en el aprendizaje de la matemática en general, y de la geometría en particular, sí evidencian que los estudiantes mejoran tanto la afectividad como la motivación hacia las matemáticas. Un ejemplo de ello también es señalado por Elkjaer y Thomsen (2022), quienes en un experimento de enseñanza sobre ecuaciones lineales utilizando una balanza virtual en RVI detectan que los estudiantes proporcionan respuestas afectivas positivas. Similares resultados son documentados por Hwang y Hu (2013).

Dado que una de las funcionalidades de los softwares de realidad virtual es su potencial para trabajar la tridimensionalidad, destacamos la versatilidad del software Neotrie VR para crear y transformar de forma dinámica figuras tridimensionales, lo que posibilita trabajar conceptos tales como el de poliedro, no solo a través de definiciones y ejemplos prototípicos, sino siguiendo el modelo propuesto por Vinner (Tall y Vinner, 1981; Vinner, 1983). Dicho modelo alude a la memoria del sujeto y marca una diferencia entre “definición del concepto” y la “imagen del concepto”. Así, cuando atendemos o leemos el nombre de un concepto que ya conocemos, se activa nuestra memoria de manera que se rememora algo que no suele ser la propia definición de esa noción, sino más bien una serie de imágenes o interpretaciones visuales. Por ello, al hablar de “imagen del concepto” nos referimos a una noción no verbal, la cual se va construyendo con el paso del tiempo mediante las experiencias personales y suele incluir características que no siempre concuerdan con la “definición del concepto”. Entendemos esta como una noción verbal y una descripción formal de lo que es un determinado concepto matemático, la cual es memorizada por el alumnado.

Es frecuente percibir cómo los estudiantes reproducen la definición del concepto cuando el docente les interroga, mostrándose incapaces de activar apropiadamente ese conocimiento para solucionar problemas. Lo que suele ocurrir es que el estudiante no consulta la definición del concepto a lo largo del proceso de formulación de la respuesta, sino que actúa basándose en su imagen del concepto (Vinner, 1991). A pesar de ello, los docentes se inclinan por hacer hincapié en las definiciones, sin ser conscientes de que son realmente las imágenes las que tienen mayor impacto en el alumnado produciendo un resultado más permanente e intenso en sus mentes (Can y Yilmaz, 2021; Gutiérrez y Jaime, 2012). Por esta razón, con el fin de optimizar el proceso de enseñanza de los conceptos, se recomienda mostrar al alumnado una buena selección de ejemplos variados, procurando encontrar los fallos en sus imágenes conceptuales y hacer hincapié en aquellos ejemplos que se encuentran directamente ligados a esos fallos. El hecho de exponer un conjunto cuidado de ejemplos y contraejemplos apoya la formación de una imagen del concepto apropiada, la cual facilita la correcta identificación

y clasificación de las figuras geométricas (Bernabeu et al., 2018; Chang et al., 2022; Gutiérrez y Jaime, 2012).

A la hora de realizar la selección de imágenes, el modelo de Vinner proporciona una serie de indicaciones (Charles, 1980): (a) reconocer los rasgos principales del concepto de estudio, al igual que las características irrelevantes más frecuentes; (b) escoger los ejemplos de manera expongan no solo las características relevantes (ejemplos prototípicos), sino también las características irrelevantes más comunes (ejemplos no prototípicos); (c) optar por una diversidad de contraejemplos que rompan con las características relevantes; y (d) despertar el interés del alumnado hacia las características relevantes e irrelevantes por medio de interrogaciones y aclaraciones o exposiciones.

Siguiendo esta línea, se resalta la importancia de trabajar sobre la imagen del concepto, con el fin de modificarla y crear una mejor versión de esta por medio de unos organizadores genéricos, denominados así por Tall y Vinner (1981), los cuales hacen referencia a contextos a través de los cuales el escolar puede manipular un concepto o elementos que tengan relación con él, pudiendo abarcar desde un ordenador hasta material curricular o didáctico. En el caso de las figuras planas, la generación de imágenes resulta sencilla una vez pensadas, ya sea gráficamente o a través de software, de ahí que la aplicación del modelo se haya investigado más frecuentemente con conceptos como el de polígono o cuadriláteros (Bernabeu et al., 2018, 2021; Chang et al., 2022; Hershkowitz y Vinner, 1983; Turégano, 2006).

No obstante, con la aparición de software de geometría tridimensional, entre ellos los de realidad virtual, es posible aplicar el modelo de Vinner a conceptos como el de poliedro e investigar sobre los resultados de dicha aplicación. En nuestro caso, lo hemos puesto en juego con tres grupos de maestros en formación.

Así, los objetivos de nuestro estudio son los siguientes:

1. Analizar los errores más comunes en los que incurren los maestros en formación a la hora de identificar las clases a las que pertenecen un conjunto de figuras tridimensionales.
2. Detectar si los maestros en formación que han trabajado con Realidad Virtual Inmersiva y el modelo de ejemplos-contraejemplos de Vinner obtienen mejores resultados en el examen que los que han seguido una metodología tradicional.

## 2. Metodología

La presente investigación se desarrolla desde un enfoque cuantitativo, con método de recogida de información a través de un cuestionario y bajo un diseño cuasi-experimental, al no existir asignación aleatoria en la composición de los grupos control y experimental.

### 2.1 Participantes

Se selecciona como población diana a maestros en formación que cursan la asignatura “Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medida”, perteneciente al segundo curso del grado para maestro de Educación Primaria de la Universidad de Almería. En total, se dispone una muestra compuesta por 203 participantes ( $n=203$ ). A través de un muestreo intencional no probabilístico, y con criterio de inclusión estar matriculado en la asignatura, se asignan al grupo experimental los maestros en formación de los cursos segundo B y C, con un total de 132 participantes ( $n_{exp}=132$ ), mientras que al grupo control se asignan los maestros en formación matriculados en el curso segundo A, con un total de 71 participantes ( $n_{con}=71$ ).

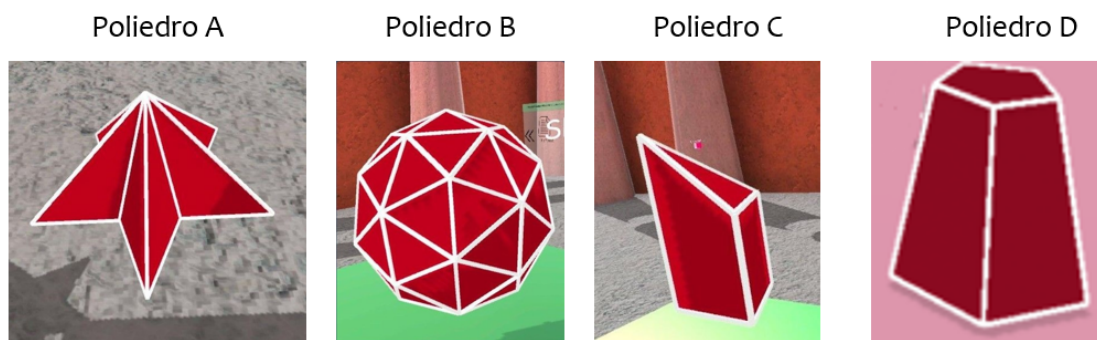
## Diseño

Bajo un diseño cuasi-experimental, se asume que los participantes poseen similares conocimientos antes del inicio del curso académico en relación con el campo conceptual de los poliedros. Durante el primer cuatrimestre, el grupo control ha trabajado la asignatura a través de una metodología docente tradicional basada en explicaciones teórico-prácticas, donde los poliedros y sus tipos han sido estudiados a partir de sus definiciones y mostrando ejemplos variados de cada clase, en los cuales se vinculaban los elementos básicos de cada poliedro a su definición.

Por su parte, el grupo experimental además de trabajar los poliedros a partir de sus definiciones, trabajaron gran cantidad de ejemplos (prototípicos y no prototípicos) generados a través del software de geometría dinámica 3D Neotrie VR, atendiendo a las características relevantes e irrelevantes de los poliedros y sus clases. Así, la Figura 1 muestra un ejemplo no prototípico y un contraejemplo de poliedro: el poliedro A es cóncavo y la figura B no es un poliedro puesto que en algunos vértices confluyen seis triángulos equiláteros. Por otra parte, los poliedros C y D son contraejemplos de prismas: en el primero las caras básicas no son paralelas y por tanto las caras laterales no son paralelogramos, y en el segundo, las bases tienen distinto tamaño y eso conlleva a que las caras laterales no sean paralelogramos sino trapecios.

**Figura 1.**

*Ejemplos figuras no prototípicas y contraejemplos*



## Instrumento

La recogida de datos se realizó a través de dos procedimientos. El primero consistió en una actividad de identificación de diversas figuras entre un conjunto de opciones posibles a través de la plataforma Wooclap<sup>1</sup>. Se presentaron 20 figuras con las siguientes opciones de elección múltiple: cóncavo, convexo, no poliedro, prisma, paralelepípedo, antiprisma, pirámide, bipirámide, regular, semirregular, deltaedro. El segundo consistió en un cuestionario elaborado ad-hoc, compuesto por 22 ítems de tres opciones, con una única opción correcta y se corresponde con la prueba de evaluación de conocimientos básicos de la asignatura del primer cuatrimestre del curso 2021/2022. Integrados en el cuestionario, se distribuyen aleatoriamente siete ítems objetivo relacionados con el campo conceptual de las familias de los poliedros (Anexo I). Estos siete ítems serán objeto de análisis.

<sup>1</sup> <https://www.wooclap.com/es/>

## Procedimiento

La actividad de reconocimiento de las clases de las figuras a través de Wooclap se llevó a cabo en ambos grupos y antes de la realización de la prueba de evaluación. Las figuras fueron mostrándose una a una durante 3 minutos. En ese tiempo, los maestros en formación seleccionaron la/s clases a las que consideraban que pertenecían las figuras. Tras este tiempo, se mostraba y discutía en grupo las respuestas dadas. Con posterioridad, el grupo experimental llevó a cabo diferentes actividades con distintas clases de figuras con el software Neotrie VR. Los resultados de la actividad de reconocimiento han sido analizados observando la red de relaciones entre las opciones de respuesta que habían seleccionado los profesores en formación, centrando el análisis en aquellas siete figuras que fueron después utilizadas en la prueba de evaluación.

La prueba de evaluación se administró a ambos grupos al finalizar el cuatrimestre (enero 2022), en la convocatoria oficial de exámenes de la titulación. La duración máxima permitida para responder como máximo a 20 de los 22 ítems fue de 1 hora y 30 minutos. Para cada ítem, solo se podía seleccionar una de las opciones o bien dejarlo sin responder. Cada respuesta correcta tenía un valor de 0,5, y cada incorrecta -0.25, no asignando puntuación a los ítems sin respuesta. La puntuación máxima del cuestionario de evaluación es de 10 puntos, siendo la puntuación máxima de los siete ítems objetivo de 3,5 puntos.

Para el análisis de las respuestas, se utiliza el paquete estadístico SPSS V21, llevándose a cabo pruebas *t-student* de comparación de medias (asumiendo igualdad o desigualdad de varianzas) de la puntuación total obtenida en la prueba de evaluación, del conjunto de los siete ítems objetivo y de cada uno de dichos ítems. Igualmente, para cada ítem se construye un índice de dificultad definido como  $(n^\circ \text{ respuestas correctas} + n^\circ \text{ respuestas en blanco})$  dividido entre el total de la muestra. En los ítems objetivo se presentaban figuras de características similares a las utilizadas en la actividad de reconocimiento con Wooclap (Anexo I).

## 3. Resultados

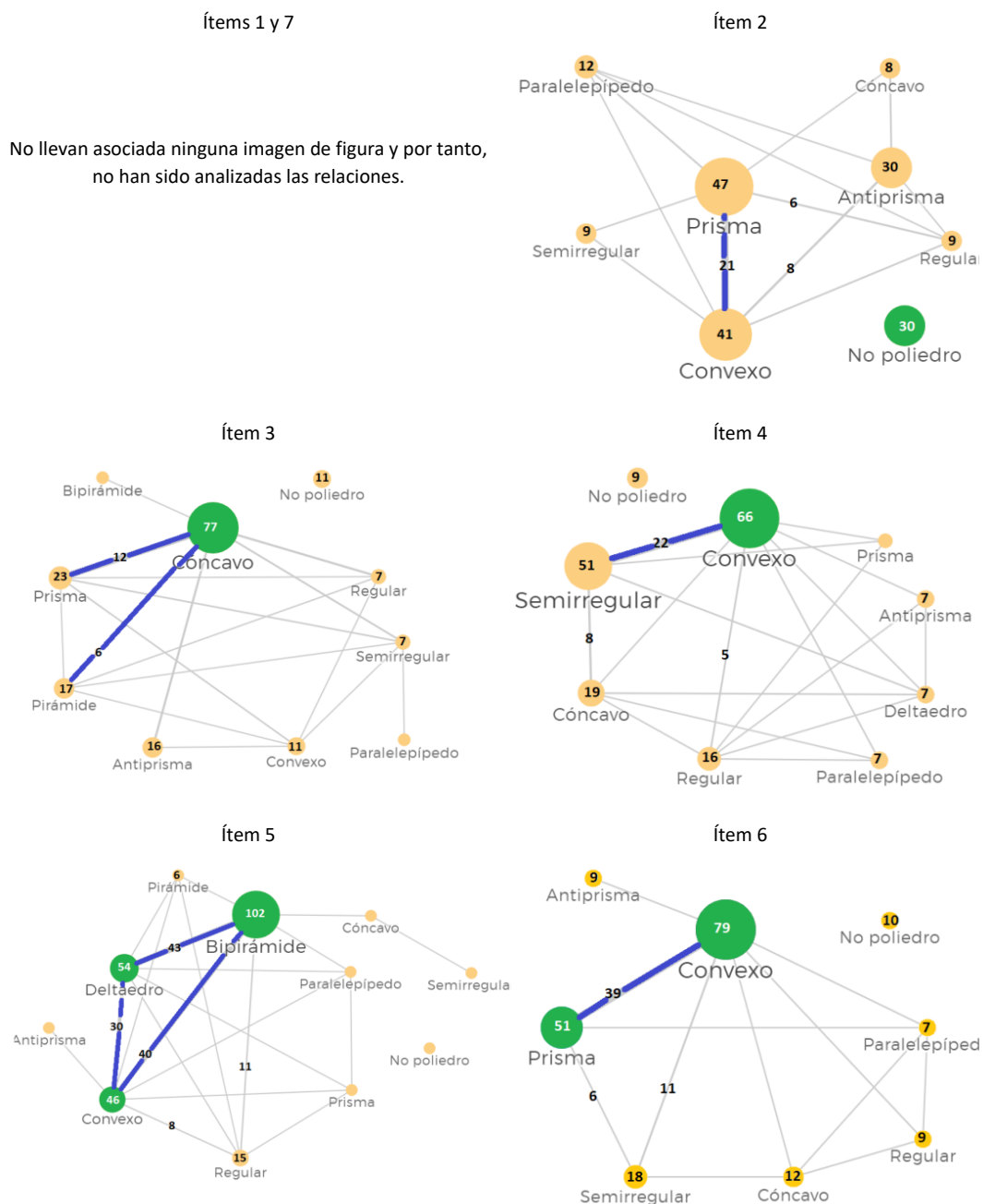
En cuanto a la actividad de reconocimiento implementada a través de Wooclap en ambos grupos, para cada figura presentada se ofrecían las siguientes opciones de elección múltiple: cóncavo, convexo, no poliedro, prisma, paralelepípedo, antiprisma, pirámide, bipirámide, regular, semirregular, deltaedro. Una vez contabilizadas las opciones seleccionadas, se analizó la red de relaciones entre dichas opciones seleccionadas. En la Figura 2 se presentan aquellas relaciones y opciones seleccionadas más frecuentes de los cinco ítems, cuyas figuras son análogas a los ítems objetivo incluidos en la prueba de evaluación (se utilizó la misma nomenclatura en ambos instrumentos).

En relación con el ítem 2, 30 participantes identifican correctamente que no se trata de un poliedro (sus caras laterales son curvas). El resto de las respuestas erróneas se concentran en prisma, poliedro convexo y antiprisma, por orden en la frecuencia de sus respuestas. La imagen del ítem 2 (Anexo I) podría confundirse con un prisma a simple vista pues está apoyada sobre una cara básica y se asemeja al ejemplo prototípico de poliedro prisma y poliedro convexo que se muestra en muchos libros de texto y que, por tanto, encaja con la imagen mental de prisma y convexo que muchos maestros en formación tienen. Ello explica que más del 50% de estos seleccionaran simultáneamente las opciones prisma y convexo. Los que seleccionaron la opción antiprisma reflejan con ello que no tenían muy claro ni el concepto de poliedro ni la diferencia entre prisma y antiprisma, pues para serlo todas sus caras laterales deberían de ser triángulos.

En cuanto al ítem 3, cuya imagen corresponde a un tronco de pirámide, confundible con un prisma si no se tiene en cuenta que las bases tienen distinto tamaño y las caras laterales no son paralelogramos, los resultados reflejan 77 selecciones correctas, aunque nuevamente los errores principales están asociados a los conceptos de prisma y antiprisma. Ello sugiere que efectivamente un conjunto de maestros en formación no los domina y, en esta ocasión, algunos de ellos también parecen desconocer las características relevantes de las pirámides. Hay que hacer notar aquí que en los ítems 2 y 3, la selección de la opción antiprisma puede deberse también a la nomenclatura, es decir, si la figura presentada no les encaja como prisma, entonces debe de ser lo contrario, es decir, un “anti” prisma.

**Figura 2.**

Red de relaciones de respuestas de Wooclap correspondientes a los ítems objetivo de la prueba de evaluación



En cuanto al ítem 4, aunque 66 participantes lo identifican correctamente (poliedro convexo), 22 de ellos también seleccionan erróneamente la opción semirregular e incluso 5 de ellos seleccionan la opción regular. Pero, es más, la selección errónea más común es semirregular, lo que sugiere nuevamente que los futuros maestros llevan a cabo una deducción errónea por la nomenclatura al considerar que dado que no es regular (las caras son pentágonos irregulares), entonces debe ser “semi” regular.

Respecto al ítem 5, el cual admite diferentes respuestas correctas, solo 25 maestros en formación las identifican todas, y aunque 102 identifican adecuadamente la figura como bipirámide, menos de la mitad también la clasifican como convexo y/o deltaedro. En este caso, las 15 respuestas erróneas “regular” pueden deberse a la imagen mental errónea de equivalencia entre poliedro regular y poliedro cuyas caras son polígonos regulares.

Finalmente, el ítem 6 es clasificado mayoritariamente como poliedro convexo, pero solo la mitad lo clasifica también como prisma. El error en esta figura recae en la posición del prisma que, al estar apoyado sobre una cara lateral en lugar de sobre una cara básica, crea confusión al no ajustarse a la imagen prototípica de prisma.

En cuanto a los resultados de la prueba de evaluación, la prueba t-student de la puntuación total no arrojó diferencias significativas entre grupos ni asumiendo igualdad de varianzas, a un nivel  $p < .05$ , con  $t(201) = -1.021$ ,  $p = .309$ , IC  $[-.905, .287]$ , ni sin asumir igualdad de varianzas a nivel  $p < .05$  y  $t(170.041) = -1.086$ ,  $p = .279$ , IC  $[-.870, .252]$ . En cambio, la prueba t-student sobre el conjunto de los 7 ítems objetivo arroja diferencias significativas entre grupos, al nivel  $p < .001$  con  $t(201) = -3.524$ , IC  $[-.769, -.217]$  asumiendo igualdad de varianzas, y  $t(187.864) = -3.914$ , CI  $[-.742, -.244]$  asumiendo desigualdad de varianzas. Los resultados por ítems reflejan la existencia de diferencias significativas para los ítems 2, 3 y 6, tanto para igualdad de varianzas como para desigualdad de varianzas (Tabla 1).

Tabla 1.

## Pruebas de igualdad de medias

	Prueba de Levene de igualdad de varianzas		Prueba t para la igualdad de medias				
	F	p	t	gl	p	IC	
						Inferior	Superior
Se asumen varianzas iguales							
Ítem1	5.622	.019**	1.124	161	.263	-.039	.144
Ítem2	24.278	.000*	-2.091	149	.038**	-.271	-.007
Ítem3	40.323	.000*	2.433	147	.016**	.029	.289
Ítem4	.225	.636	.226	148	.821	-.120	.151
Ítem5	5.575	.020**	-1.063	126	.290	-.209	.063
Ítem6	7.420	.007*	-5.591	134	.000*	-.500	-.238
Ítem7	5.137	.025**	1.076	179	.283	-.043	.146
Conj_ÍtemsObjetivo	10.308	.002*	-3.524	201	.001*	-.769	-.217
Puntuación_Total	1.733	.190	-1.021	201	.309	-.905	.287
No se asumen varianzas iguales							
Ítem1			1.224	107.710	.224	-.032	.137
Ítem2			-2.198	79.410	.031*	-.266	-.013



Ítem3	2.774	79.482	.007*	.045	.274
Ítem4	.227	66.595	.821	-.121	.152
Ítem5	-1.104	69.373	.273	-.205	.059
Ítem6	-5.965	67.029	.000*	-.493	-.246
Ítem7	1.139	118.203	.257	-.038	.141
Conj_ÍtemsObjetivo	-3.914	187.86	.000*	-.742	-.244
		4			
Puntuación_Total	-1.086	170.041	.279	-.870	.252

\* significativo con p-valor<0.01

\*\* significativo con p-valor <0.05

Respecto de la puntuación total obtenida considerando el conjunto de los siete ítems objetivo, en media, el grupo control obtiene una puntuación de 1.19 de 3.5 posibles, mientras que el grupo experimental alcanza una puntuación de 1.5 de 3.5 posibles (Tabla 2). Asimismo, el análisis por ítem objetivo refleja que para el grupo control, las puntuaciones son menores en los ítems 6, 5 y 2 (-0.1, -0.06 y -0.05 respectivamente) mientras que para el grupo experimental las puntuaciones más bajas corresponden a los ítems 5, 2 y 4 (0.01, 0.09 y 0.2 respectivamente). Por otro lado, para el grupo control y salvo en los ítems 1 y 7, los demás ítems (ítem 6, 5, 3, 4 y 2) han suscitado grandes dudas pues más del 40% de los futuros maestros han preferido dejar en blanco dichos ítems (50.7%, 49.3%, 47.9%, 45.1% y 42.3% respectivamente). En cambio, en el grupo experimental han preferido dejar sin responder solo el ítem 5 y el ítem 6 en un porcentaje superior al 20%, concretamente un 30.3% y un 23.5% respectivamente, mientras que en el resto, dicho porcentaje es inferior al 17% de los sujetos. En ambos grupos, los ítems con mayor número de respuestas en blanco son el ítem 5 y 6, y los de menor número de respuestas en blanco los ítems 7 y 1 (Tabla 2).

Tabla 2.

Datos estadísticos básicos de los ítems objetivo

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7	Total
<u>Control<sup>a)</sup></u>								
Correcto	43 89.60%	11 26.80%	31 83.80%	24 61.50%	9 25.00%	7 20.00%	47 85.50%	
Incorrecta	5 10.40%	30 73.20%	6 16.20%	15 38.50%	27 75.00%	28 80.00%	8 14.50%	
En blanco	23 32.40%	30 42.30%	34 47.90%	32 45.10%	35 49.30%	36 50.70%	16 22.50%	
Total	48	41	37	39	36	35	55	
Puntuación	.42	-.05	.38	.21	-.06	-.1	.39	1.19
<u>Experimental<sup>a)</sup></u>								
Correcto	95 82.60%	50 45.50%	70 62.50%	66 59.50%	32 34.80%	70 69.30%	99 78.60%	
Incorrecta	20 17.40%	60 54.50%	42 37.50%	45 40.50%	60 65.20%	31 30.70%	27 21.40%	
En blanco	17 12.90%	22 16.70%	20 15.20%	21 15.90%	40 30.30%	31 23.50%	6 4.50%	
Total	115	110	112	111	92	101	126	
Puntuación	.37	.09	.22	.20	.01	.27	.34	1.5

Notas: <sup>a)</sup> Porcentajes de respuestas correctas e incorrectas obtenidos sobre el total de respuestas emitidas sin contabilizar las respuestas en blanco. Porcentaje en blanco sobre el total de la muestra.

En relación con el índice de dificultad (Tabla 3), se puede observar que presentan valores más elevados en el grupo control los ítems 6, 5 y 2 (0.9, 0.87 y 0.85 respectivamente), y en el grupo experimental los ítems 5, 2, 6 y 3 (0.76, 0.62, 0.47 y 0.47 respectivamente), siendo los ítems 6 y 2 aquellos que mayor diferencia presentan entre grupos (0.43 y 0.22 respectivamente) y que recordemos, también presentan diferencias significativas (Tabla 2). Esta diferencia de dificultad en los ítems 6 y 2 procede de la diferencia en los porcentajes de respuestas correctas del grupo control (20% y 26.8%, respectivamente) con respecto al grupo experimental (69.3% y 45.5%, respectivamente). Con relación al ítem 3, que también presenta diferencias significativas (Tabla 1) y un índice de dificultad similar (Tabla 3), se observa que el porcentaje de respuestas incorrectas para el grupo experimental asciende al 37.5%, por solo el 15.2% de respuestas en blanco, mientras que para el grupo control es del 16.2%, pero con un 47.9% de respuestas en blanco (Tabla 2). En el ítem 3, el mayor porcentaje de aciertos del grupo control no es significativo, si tenemos en cuenta el alto porcentaje de respuestas en blanco, que corresponde casi a la mitad del grupo. Por el contrario, el grupo experimental acumuló mayor porcentaje de respuestas incorrectas en este ítem, aunque solo el 15.2% se mostró inseguro y lo dejó en blanco.

Tabla 3.

*Índice de dificultad de ítems objetivos del cuestionario 1*

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7
Control	.39	.85	.56	.66	.87	.9	.34
Experimental	.28	.62	.47	.5	.76	.47	.25
Diferencia	.11	.22	.09	.16	.12	.43	.09

#### 4. Discusión y conclusiones

Después de analizar los errores más frecuentes de los maestros en formación globalmente y los resultados obtenidos en la prueba de evaluación para el grupo control y el grupo experimental, podemos concluir que el estudio de las distintas clases de figuras espaciales con NeoTrie VR contribuyó a que los resultados en el examen fuesen mejores para el grupo experimental que para el grupo control. En definitiva, Neotrie VR consiguió que el aprendizaje de estos contenidos geométricos fuese más exitoso y significativo para el grupo experimental que para el grupo control.

Como se ha comprobado en las respuestas de la actividad de Woodlap, los futuros maestros inicialmente tenían un conocimiento limitado de las distintas clases de figuras espaciales, y en especial, de los conceptos de poliedro, así como de poliedro prisma, antiprisma y semirregular. Los resultados muestran que el hecho de trabajar el grupo experimental numerosos ejemplos no prototípicos con Neotrie VR ha permitido a los sujetos ampliar su “imagen del concepto” y conectarla con su “definición” (Vinner, 1983). Es decir, el trabajo con Neotrie VR ha contribuido a la adquisición de una imagen mental más rica y conectada de los conceptos estudiados. En este sentido, dichos maestros en formación han podido identificar en mayor grado las características relevantes de los poliedros, sus tipos y conexiones entre ellos, lo cual se ha reflejado en la mayor seguridad de sus respuestas en la prueba de evaluación (menor número de respuestas en blanco y mayor porcentaje de aciertos) respecto a los sujetos del grupo control. Así mismo, los errores mostrados en Woodlap en los ítems 2, 3 y 6, se reducen considerablemente en el grupo experimental después del trabajo con Neotrie VR, como se ve reflejado en sus respuestas a los ítems análogos en la prueba de evaluación. No sucedió lo mismo en el grupo control quienes

trabajaron estos conceptos de manera más tradicional, de ahí la existencia de las diferencias significativas detectadas en los resultados.

Por otra parte, Neotrie VR ha facilitado la generación y manipulación de múltiples contraejemplos, cuidadosamente elegidos por el profesorado, para que cada uno de ellos incumpliera una o varias características relevantes. Algunos de estos contraejemplos serían difíciles de construir con materiales y, además, requerirían mayor tiempo y esfuerzo para ello. Al exponer a los maestros en formación a estos contraejemplos y analizar sus características, estos se han visto obligados a deshacerse de su imagen previa basada en un ejemplo prototípico y adoptar una visión más amplia y relacionada de cada concepto acorde con su definición. Los resultados sugieren que el entorno virtual inmersivo ha favorecido este proceso al permitir visualizar cada cuerpo geométrico desde diferentes vistas y no como un objeto estático, sino dinámico que puede ser deformado y transformado. Neotrie VR ha mostrado su potencial para la construcción de cuerpos geométricos interactivos y tridimensionales que permite trabajar sobre ellos directamente y no como una imagen plana estática en 2D, o una representación plana dinámica de un objeto que es tridimensional.

Las generaciones actuales han experimentado un desarrollo tecnológico que implica el uso de variados dispositivos en su día a día que, sin embargo, no se ve reflejado en la metodología tradicional que se sigue empleando mayoritariamente en las aulas de matemáticas, principalmente por falta de formación docente en el uso de nuevas tecnologías. Por una parte, este estudio pretende paliar esa deficiencia al implicar a los maestros en formación en situaciones reales de aprendizaje con Neotrie VR que serían fácilmente replicables en sus futuras aulas. El hecho de comprobar en primera persona la importancia de trabajar con una amplia variedad de ejemplos y contraejemplos para conectar la imagen de un concepto con su definición, contribuirá a que, como futuros docentes, no se centren únicamente en los ejemplos prototípicos que usualmente aparecen en los libros de texto, pudiendo diseñar ellos mismos actividades más enriquecedoras con Neotrie VR. Y, por otra parte, que los sujetos hayan podido probar la Realidad Virtual Inmersiva y comprobar las ventajas que tiene para la enseñanza de las matemáticas, es un aliciente para que la incorporen en su futura práctica docente y, de este modo, estas tecnologías vayan cobrando más presencia en las aulas y las escuelas se vayan actualizando y adaptando a una sociedad tecnológicamente cambiante. Por todo ello, consideramos que el uso de Realidad Virtual Inmersiva y de softwares como Neotrie VR puede tener un importante impacto en la formación docente, que repercutirá en la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el ambiente de aula y las actitudes de los estudiantes en términos de mayor motivación, interés y disfrute hacia las matemáticas, coincidiendo nuestros resultados con los de otros autores como Alcoat y von Mühlennen (2018) o Tang et al. (2020).

## Referencias

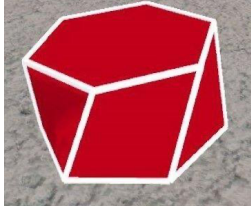



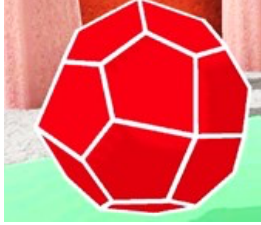


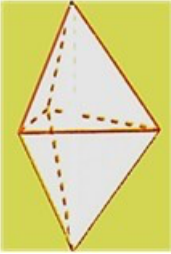
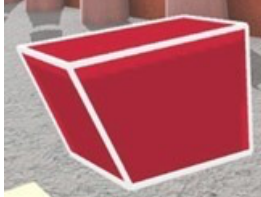

- Allcoat, D., y von Mühlennen, A. (2018). Learning in virtual reality: effects on performance, emotion and engagement. *Research in Learning Technology*, 26, 2140. <https://doi.org/10.25304/rlt.v26.2140>
- Bernabeu, M., Llinares, S., y Moreno, M. (5-8 de septiembre de 2018). Comprensión del concepto de polígono en niños/as de 9 años. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García, y A. Burno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII*, 3, (pp. 151–160). Ediciones de la Universidad de Oviedo. <https://www.seiem.es/docs/actas/22/ActasXXIIDefinitivas.pdf>

- Bernabeu, M., Llinares, S., y Moreno, M. (2021). Levels of sophistication in elementary students' understanding of polygon concept and polygons classes. *Mathematics*, 9(16), 1966. <https://doi.org/10.3390/math9161966>
- Can, Y., y Yilmaz, S. (2021). An investigation of the concept images on the plane in three dimensional Euclidean space. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 10(5), 326-341. <http://www.ijase.net/index.php/ijase/article/view/42>
- Chang, H. S., Kim, M. C., y Lee, B. (2022). An analysis on concept definition and concept image on quadrangle of middle and high school students. *The Mathematical Education*, 61(2), 323-338. <https://doi.org/10.7468/MATHEDU.2022.61.2.323>
- Charles, R. I. (1980). Some guidelines for teaching geometry concepts. *Arithmetic Teacher*, 27(8), 18-20.
- Demitriadou, E., Stavroulia, K.E., y Lanitis, A. (2020). Comparative evaluation of virtual and augmented reality for teaching mathematics in primary education. *Education and Information Technologies*, 25, 381-401. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09973-5>
- Dilling, F., y Sommer, J. (13-16 de septiembre de 2021). Virtual reality in mathematics education: design of an application for multiview projections. En U. Jankvist, R. Elicer, A. Clark-Wilson y H. Weigand (Eds.) *Proceedings of the 15th international conference on technology in mathematics teaching* (pp. 263-270). Danish School of Education. <https://doi.org/10.7146/aul.452>
- Elkjaer, M., y Thomsen, L.A. (2022). Adapting the balance model for equation solving to virtual reality. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 8, 127-156. <https://doi.org/10.1007/s40751-022-00103-4>
- Gutiérrez, Á., y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 32, 55-70. <https://doi.org/10.17227/ted.num32-1859>
- Hershkowitz, R., y Vinner, S. (24-29 de julio de 1983). The role of critical and non-critical attributes in the concept image of geometrical concepts. En R. Hershkowitz (Ed.) *Proceedings of the 7th PME conference* (pp. 223-228). The Weizmann Institute of Science.
- Hwang, W., y Hu, S. (2013). Analysis of peer learning behaviors using multiple representations in virtual reality and their impacts on geometry problem. *Computers & Education*, 62, 308-319. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.10.005>
- Jang, S., Vitale, J., Jyung, R., y Black, J. (2017). Direct manipulation is better than passive viewing for learning anatomy in a three-dimensional virtual reality environment. *Computers & Education*, 106, 150-165. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.12.009>
- Kang, K., Kushnarev, S., Wei Pin, W., Ortiz, O., y Chen Shihang, J. (2020). Impact of virtual reality on the visualization of partial derivatives in a multivariable calculus class. *IEEE Access*, 8, 58940-58947. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2982972>
- Kaufmann, H., y Schmalstieg, D. (25-29 de marzo de 2006). Designing Immersive Virtual Reality for Geometry Education. En S. Julier, J. Chen y M. Göbel (Eds.) *Proceedings of the IEEE Virtual Reality Conference* (pp. 25-29). IEEE. <https://doi.org/10.1109/VR.2006.48>

- Kaufmann, H., Schmalstieg, D., y Wagner, M. (2000). Construct3D: A Virtual Reality Application for Mathematics and Geometry Education. *Education and Information Technologies*, 5, 263–276. <https://doi.org/10.1023/A:1012049406877>
- Morales, C.-S., y Codina, A. (2020). Cognición y metacognición en geometría con realidad virtual utilizando NeoTrie VR. En E. Castro-Rodríguez, E. Castro, P. Flores y I. Segovia (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Enrique Castro* (pp. 157-178). Octaedro
- Oguz, A. (2022). Thirty-five years of the Journal of Computer Assisted Learning: A bibliometric overview. *Journal of Computer Assisted Learning* (Early View). <https://doi.org/10.1111/jcal.12686>
- Radianti, J., Majchrzak, T.A., Fromm, J., y Wohlgenannt, I. (2020). A systematic review of immersive virtual reality applications for higher education: design elements, lessons learned, and research agenda. *Computer & Education*, 147, 1–29. <https://doi:10.1016/j.compedu.2019.103778>.
- Rodríguez, J.L., Romero, I.M., y Codina, A. (2021). The Influence of NeoTrie VR's immersive virtual reality on teaching and learning of geometry. *Mathematics*, 9(19), 2411. <https://doi.org/10.3390/math9192411>
- Silva-Díaz, F., Carrillo-Rosúa, J., y Fernández-Plaza, J. A. (2021). Uso de tecnologías inmersivas y su impacto en las actitudes científico-matemáticas del estudiantado de Educación Secundaria Obligatoria en un contexto en riesgo de exclusión social. *Educar*, 57(1), 119-138. <https://doi.org/10.5565/rev/educar.1136>
- Song, K.S., y Lee, W.Y. (2002). A Virtual Reality Application for Geometry Classes. *Journal of Computer Assisted Learning*, 18, 149–156, <https://doi:10.1046/j.0266-4909.2001.00222.x>
- Tall, D., y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151–169. <https://doi.org/10.1007/BF00305619>
- Tang, Y. M., Au, K. M., Lau, H. C. W., Ho, G. T. S., y Wu, C. H. (2020). Evaluating the effectiveness of learning design with mixed reality (MR) in higher education. *Virtual Reality*, 24, 797–807. <https://doi.org/10.1007/s10055-020-00427-9>
- Turégano, P. (2006). Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula. *Ensayos*, 21, 35–48. [https://doi.org/10.1016/0022-3999\(63\)90002-3](https://doi.org/10.1016/0022-3999(63)90002-3)
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305. <https://doi.org/10.1080/0020739830140305>
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. En D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-80). Kluwer Academic Press. [https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_5](https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_5)

## Anexo I

## Instrumento 1. Preguntas objetivo incluidas en la prueba de evaluación

Imagen Wooclap	Ítem	Imagen P. Evaluación
	<p><b>Ítem1.</b> Señala la respuesta correcta:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Solo los polígonos regulares se nombran por el número de lados</li> <li>Los poliedros regulares se nombran por el número de caras</li> <li>Todos los polígonos se nombran por el número de lados, salvo los cóncavos</li> </ol>	
	<p><b>Ítem2.</b> Señala la respuesta correcta. La imagen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Es un prisma porque sus caras básicas son hexágonos regulares iguales y sus caras laterales son trapezoides, por tanto, paralelogramos</li> <li>no es un prisma porque las caras laterales no son polígonos</li> <li>no es un prisma porque los polígonos de la base no coinciden exactamente</li> </ol>	
	<p><b>Ítem3.</b> La siguiente figura es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>un poliedro cóncavo</li> <li>un prisma cóncavo</li> <li>un antiprisma</li> </ol>	
	<p><b>Ítem4.</b> La siguiente figura es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>un poliedro convexo</li> <li>Un poliedro semirregular</li> <li>Un poliedro cóncavo</li> </ol>	
	<p><b>Ítem5.</b> ¿Por qué la siguiente figura no es un poliedro regular?:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Porque falla en la condición que tienen que cumplir los ángulos poliedros</li> <li>Porque es demasiado alargada</li> <li>Porque sus caras son triángulos isósceles y las caras de los poliedros regulares tienen que ser polígonos regulares</li> </ol>	
	<p><b>Ítem6 (Wooclap 19).</b> La siguiente figura es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>un poliedro semirregular</li> <li>un antiprisma</li> <li>un prisma convexo</li> </ol>	
	<p><b>Ítem7 (Wooclap 7).</b> Un cubo es:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Prisma, poliedro regular y paralelogramo</li> <li>Paralelepípedo, poliedro semirregular y prisma</li> <li>Poliedro regular, paralelepípedo y hexaedro</li> </ol>	