

Marbán, J.M., Martín, M.C., Ortega, T., & De la Torre, E. (2013). Perfil emocional matemático y competencias profesionales. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 16(1), 73-96.

DOI: <http://dx.doi.org/10.6018/reifop.16.1.179451>

## Perfil emocional matemático y competencias profesionales

José María Marbán<sup>1</sup>, María del Carmen Martín<sup>1</sup>, Tomás Ortega<sup>1</sup>, Enrique de la Torre<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Valladolid, <sup>2</sup>Universidad de La Coruña

### Resumen

El principal objetivo de esta investigación fue la medición de competencias profesionales de alumnos del Grado en Educación Primaria. Es un tema relativamente novedoso en la investigación en Educación Matemática y posee una importancia capital para el diseño y evaluación de la formación de maestros. En este artículo se describe el análisis realizado sobre tales competencias y el análisis de sus correlaciones. Se descubrió que la formación que alcanzan estos alumnos es escasa y que, por tanto, pueden tener problemas como futuros profesores de matemáticas en Educación Primaria (alumnos de edades entre 6 y 12 años). Así mismo, las correlaciones detectadas entre las competencias analizadas son escasas y existen diferencias significativas en las competencias relativas a los contenidos de geometría debidas al sexo.

### Palabras clave

Competencias profesionales; situaciones; educación primaria; graduado; perfil emocional; formación de maestros; evaluación; matemáticas.

## Math skills in the grade of elementary education

### Abstract

The main aim of this research was to measure professional skills of our students of the Degree in Primary Education. This is a quite recent topic in research on mathematics education, having a key importance for designing and evaluating teacher training programs. In this paper we describe the analysis carried out about these skills and the analysis of the correlations between them. We found that the formation achieved by these students is limited and, therefore, they may have problems as future teachers of mathematics in Primary Education (pupils aged between six and twelve years). At the same time, the detected correlations between tested skills are sparse and exist significant differences between girls and boys in geometry skills.

---

### Contacto

Tomás Ortega, [ortega@am.uva.es](mailto:ortega@am.uva.es), Facultad de Educación y Trabajo Social, Paseo de Belén, 1, 47011-Valladolid. Investigación subvencionada por el Proyecto I+D+I EDU2009-12063.

## Key words

Professional skills,, situations; Primary education; graduate; emotional profile; teacher training; evaluation; maths.

## Introducción

La cuestión sobre cómo caracterizar a los profesores de matemáticas competentes y excelentes ha sido estudiada con gran interés a lo largo de las dos últimas décadas (véase, por ejemplo Bishop, Clarke y Ocean, 2002; Freppon, 2001 y Niss, 2009). Así, son múltiples las propuestas que en este sentido se han sometido a debate, algunas desde un punto de vista teórico y otras muchas desde un enfoque mucho más práctico vinculadas a aspectos metodológicos (Barber, 1995 y Kugel, 1993, entre otras) o a procesos de evaluación (Berliner, 2005; Glazerman y Tuttle, 2006 y Leou, 1998 son buenos ejemplos). Dado que una descripción detallada y exhaustiva de estas propuestas va más allá del propósito de este artículo procederemos a presentar en su lugar tan solo aquéllas que pueden ser consideradas como una muestra representativa y relevante de las dos perspectivas mencionadas previamente.

Como primer ejemplo a considerar encontramos el trabajo de Niss (2009) en el cual un profesor de matemáticas competente es caracterizado como aquél que posee las siguientes seis competencias didácticas y pedagógicas, contextualizadas en el campo propio de la enseñanza de las matemáticas, tal y como se recogen literalmente en la correspondiente publicación:

- a) Competencia curricular: Analizar, evaluar, relacionar e implementar los currícula actualmente en vigor en matemáticas así como construir nuevas propuestas.
- b) Competencia docente: Diseñar, planificar, organizar, orquestar y ejecutar acciones docentes en el área de matemáticas, incluyendo: crear un rico espectro de situaciones de enseñanza-aprendizaje; encontrar, evaluar, seleccionar y crear materiales docentes; inspirar y motivar a los estudiantes; discutir sobre el currículo con los alumnos y justificar la pertinencia de las actividades de enseñanza-aprendizaje.
- c) Competencia para “destapar” el aprendizaje: Descubrir, interpretar y analizar la forma en que los alumnos aprenden matemáticas así como sus nociones previas, actitudes y creencias hacia las matemáticas. Incluye la identificación del desarrollo individual de cada estudiante.
- d) Competencia evaluadora: Identificar, evaluar, caracterizar y comunicar a los estudiantes sus propios resultados de aprendizaje y competencias, así como informar y apoyar a cada estudiante en su individualidad y a cuantos otros agentes puedan tener relevancia en los procesos en cuestión. Esto incluye seleccionar, modificar, construir, analizar críticamente e implementar un conjunto variado de instrumentos y métodos de evaluación para servir a propósitos tanto formativos como sumativos.

De acuerdo con Niss, estas competencias pueden ser consideradas plenas de significado si son interpretadas en múltiples situaciones caracterizadas tanto por el grupo de estudiantes con el que se esté trabajando como por el contenido matemático involucrado.

Junto a las cuatro competencias previas un profesor de matemáticas competente debe también poseer otras dos con un significado más transversal, a saber:

- a) Competencia colaborativa: Colaborar con diferentes grupos de compañeros dentro y fuera del ámbito de las matemáticas, así como con otras personas (padres y autoridades) vinculadas a la docencia de las matemáticas y sus condiciones.
- b) Competencia de desarrollo profesional: Desarrollar la propia competencia como profesor de matemáticas (una meta competencia) a través de acciones tales como la participación en actividades orientadas al desarrollo profesional tales como cursos de formación, proyectos, conferencias, etc. Por otra parte, esta competencia incluye la reflexión sobre las propias necesidades de desarrollo profesional así como la permanente preocupación por actualizar

conocimiento en relación con nuevos desarrollos y propuestas docentes o proyectos de innovación o investigación.

Una segunda propuesta que consideramos de gran interés para el propósito de nuestra investigación y que se encuentra conectada con el dominio de estudios generales sobre competencias profesionales de los profesores de matemáticas es la que nos ofrecen Hospesova y Tichá (2005), donde el término competencia docente se emplea para denotar “... un conjunto de habilidades profesionales y disposiciones que el profesor debería poseer de cara a ejecutar su trabajo eficientemente”. La actuación de un profesor se ve como una tarea compleja que debe ser desarrollada dentro de diferentes contextos y la cual sólo puede ser exitosa en términos de resultados de enseñanza-aprendizaje si incluye no sólo un buen conocimiento de la asignatura o materia objeto de estudio sino también una fuerte reflexión teórica sobre la experiencia práctica así como un conocimiento profundo de destrezas, actitudes, experiencias, valores y características personales. Con estos parámetros en mente, la autora sugiere que un profesor de matemáticas competente es aquel que posee las siguientes cuatro competencias:

- a) Competencia pedagógica consistente en (1) crear condiciones (clima), (2) eliminar bloqueos y barreras mentales, (3) dirigir operaciones de diagnóstico, (4) provocar el autoconocimiento y la empatía y (5) diseñar procedimientos para la intervención pedagógica.
- b) Competencia didáctica consistente en una orientación diestra hacia el significado educativo de enseñar una materia específica, combinando la base científica inherente a los contenidos en cuestión con la creatividad didáctica.
- c) Competencia pedagógico-organizativa.
- d) Competencia para la (auto) reflexión pedagógica de calidad.

Una tercera propuesta interesante, ahora en el marco de los estudios con enfoque evaluador, proviene de Chile (Poblete y Díaz, 2003a, 2003b, 2005 y 2008). En estos artículos la competencia profesional de un profesor de matemáticas se define como

*“... la descripción de un conjunto de destrezas que han de ser puestas en juego eficazmente y eficientemente al llevar a cabo una acción docente, acción que debe ser de calidad en términos de ejecución de tareas formativas y educativas”.*

En este marco los autores proponen un mecanismo para evaluar la cualificación docente en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, el cual se apoya en un listado de competencias que definen lo que ha de entenderse por una actuación docente de calidad en este campo, a saber:

- a) Desde un punto de vista general: La habilidad para innovar, investigar y crear en procesos de enseñanza-aprendizaje; la habilidad para aplicar el conocimiento propio de la disciplina; la capacidad para crear una atmósfera de trabajo favorable para el aprendizaje; la capacidad para adaptar, actualizar y proyectar.
- b) Desde un punto de vista especializado: La habilidad para planificar actividades didácticas en matemáticas; la habilidad para conjugar distintas demandas metodológicas y tecnológicas; la capacidad para aplicar distintas estrategias docentes; la capacidad para comprender, identificar y aplicar teorías sobre la enseñanza de las matemáticas; la capacidad para facilitar el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas, la investigación y el uso de métodos docentes activos; la capacidad para seguir, desarrollar y explicar razonamientos matemáticos; la capacidad para expresar ideas matemáticas; la capacidad para conectar otras áreas de conocimiento y desarrollo con las matemáticas; la capacidad para emplear métodos de evaluación contemporáneos.

Finalmente nos gustaría presentar una segunda propuesta en el ámbito de los estudios que tratan de ofrecer un marco a partir del cual evaluar la excelencia docente y que sirva al mismo tiempo para ejercer orientación y evaluación formativa sobre el profesor de matemáticas, esto es, para ayudarlo en su propósito de desarrollo profesional. Esta propuesta fue elaborada por la Australian Association of Mathematics Teachers y se denomina AAMT Standards for Excellence (2002, 2006), siendo el marco en que nos hemos apoyado en nuestra investigación a la hora de diseñar las situaciones

didácticas empleadas para evaluar la competencia profesional en el campo de la enseñanza de las matemáticas de los estudiantes que han participado en el estudio. En estos estándares los atributos de un profesor de matemáticas competente aparecen distribuidos en tres dominios, cada uno de los cuales incluye a su vez tres o más habilidades, conocimientos, destrezas... Siendo más precisos, los dominios y competencias a los que acabamos de hacer referencia son los siguientes:

- a) Conocimiento profesional: Incluye el conocimiento de los estudiantes, de las matemáticas y de cómo los alumnos aprenden matemáticas.
- b) Atributos profesionales: atributos personales, desarrollo profesional y responsabilidad comunitaria.
- c) Práctica profesional: creación de entornos de aprendizaje, planificación docente, acción docente y evaluación.

Como ya mencionamos al inicio de esta sección, éstas son tan sólo algunas de las contribuciones realizadas a la compleja tarea de definir el concepto de profesor de matemáticas competente, pero insistimos en que hay otras muchas cuya lectura es muy recomendable. Sin embargo, todas ellas, al margen de ciertas peculiaridades propias de la tradición cultural inherente al sistema educativo en el que son incorporadas o planteadas, comparten muchos aspectos esenciales, de ahí que en cierto modo parece factible establecer un elevado consenso sobre lo que puede considerarse a nivel internacional un excelente o competente profesor de matemáticas. Esta hipotética propuesta tendría –o debería tener– una fuerte relevancia para el desarrollo de los currícula propios de la formación de maestros y profesores (véase, por ejemplo, Ashton, 1996 y Hiebert, Morris y Glass, 2003).

Desde la perspectiva de la formación de docentes también hay múltiples investigaciones que tratan temas que tienen que ver con creencias, dificultades, entusiasmo profesional y concepciones. Así, Poulou (2007) considera de interés para el devenir del futuro maestro la existencia de creencias de autoeficacia y percepción de capacidad en cualquier materia y especialmente para las matemáticas (percibidas como más difíciles que otras disciplinas); Hodgen y Askew (2007) señalan las dificultades que tienen los futuros maestros en matemáticas que, además de arrastrar en muchos casos lagunas en conocimientos, sienten también emociones negativas hacia las matemáticas, lo que dificulta la búsqueda de una identidad asentada, necesaria para el correcto ejercicio de la profesión; Kunter et al. (2008) consideran de especial relevancia para el futuro docente, y del docente en ejercicio, el entusiasmo hacia la enseñanza de las matemáticas y hacia las propias matemáticas, y obtienen que aquellos candidatos con más entusiasmo por la educación matemática presentan rasgos de mayor calidad institucional; Gullberg et al. (2008) constatan la existencia de un amplio abanico de concepciones implícitas en los estudiantes de magisterio sobre cómo se aprenden las matemáticas en particular y las ciencias en general.

## Metodología

La investigación que se presenta ha utilizado un marco teórico que, por la diversidad de las respuestas que se analizan, integra la filosofía de la adquisición de competencias profesionales derivada de los antecedentes (Hospesova y Tichá (2005); Poblete y Díaz, 2003a; y AAMT, 2002), el análisis del contenido curricular de Educación Primaria ya que los contenidos subyacentes sobre los que se considerarán las competencias profesionales son claves en el aprendizaje de cada uno de los bloques curriculares, en el aprendizaje colaborativo y, finalmente, en la teoría de evaluación mediante rúbricas soportadas por los niveles de competencias de PISA'2003. Siguiendo este marco se han creado las cuestiones que constituyen el test que ha sido cumplimentado por los alumnos y también se han analizado las respuestas. El test final, tal y como se reproduce en el Anexo I es el resultado de un análisis llevado a cabo por un grupo de investigadores expertos, de una experimentación piloto realizada en el año 2009 y de un refinamiento siguiendo las pautas de la metodología de diseño (Cob et al, 2003; Collins et al, 2004; Confrey 2006; Barab y Squire, 2004; Di Sessa y Cobb, 2004; Cobb y Gravemeijer, 2006; Molina, 2006). Este cuestionario combina respuestas cerradas, en las que los alumnos tienen que elegir una opción impresa, con otras respuestas que tienen que ser redactadas por ellos. Todas las respuestas se valoran en una escala decimal siguiendo

unas pautas similares a las que aparecen en el ANEXO II que corresponden a las situaciones segunda y tercera. Las puntuaciones, que son acumulativas e independientes en cada apartado, nos permiten contrastar las diferentes competencias profesionales. Las pruebas se han ido adaptando a la investigación desde las pruebas piloto, hecho que es una característica de la metodología de diseño que se conoce como refinamiento, y dirigidas por la conjetura de la escasa competencia profesional.

Es incuestionable que la formación matemática y didáctica de los alumnos del Grado de Educación Primaria se reduce a unas matemáticas fundamentales, pero muy básicas, y que en la calidad profesional de estos alumnos será importantísimo alcanzar un buen nivel de competencias profesionales. Sin embargo, los planes de estudio se han elaborado desde posiciones de influencia de los departamentos, quizás pensando más en sí mismos que en la formación que los alumnos debían alcanzar y, en consecuencia, parece que no se ha tenido en cuenta la formación en competencias matemáticas profesionales de éstos.

Nosotros creemos que es importantísimo determinar el estado de esta formación y analizar la evolución de la misma durante el tiempo de permanencia de estos alumnos en los centros universitarios. Por esta razón consideramos una metodología de observación longitudinal en la que es imprescindible hacer una valoración inicial y otra final. Aquí se describe la primera fase que denominamos “fase de exploración”. A ésta le van a seguir otras fases con alumnos de nuevo ingreso y con los mismos de la primera fase en cursos superiores. Sin embargo, los resultados que hemos obtenido en el análisis de esta fase nos parecen tan interesantes que deben ser divulgados entre la comunidad investigadora y docente en el Grado de Educación Primaria.

En concreto, se ha pasado un cuestionario a una muestra por disposición de 385 alumnos del Grado de Educación Primaria de las siguientes universidades: Autónoma de Madrid, La Coruña, La Rioja, Salamanca, Valladolid y Zaragoza. Este cuestionario está formado por la descripción de seis situaciones reales de aula sobre las cuales se formulan una serie de cuestiones que los alumnos deben responder. Por su novedad, ya que éste es el primer trabajo de esta índole que se realiza en España, y por la importancia que tienen las situaciones de aula, se describen los contenidos de las mismas en el ANEXO I.

### Análisis general

En este apartado, se describe el análisis general cuantitativo, para el que se ha utilizado el programa Statgraphics, sobre las respuestas de los alumnos a las formulaciones de las seis situaciones. Comenzamos mostrando un análisis estadístico general de la distribución de las medias de las seis situaciones. El histograma de la figura 1 y el gráfico de cajas y bigotes de la figura 2 son las primeras representaciones de esta estos datos recogidos a 384 alumnos del Grado de Educación Primaria. En la primera gráfica se puede apreciar la normalidad de la distribución y en la segunda la distribución de los valores alrededor de la media así como la existencia de un único valor atípico.

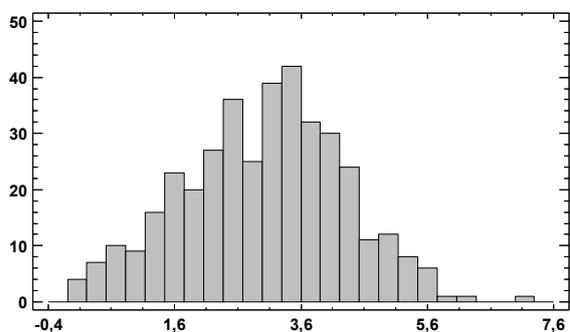


Figura 1. Histograma de las medias

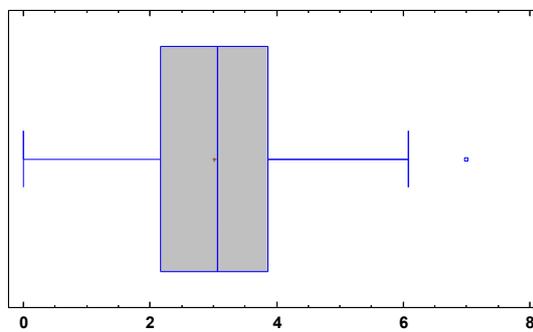


Figura 2. Gráfico de cajas y bigotes de las medias

Los valores de la media, 3,02, y de la mediana, 3,07, están muy próximos, pero, teniendo en cuenta que el rango de puntuaciones es  $[0, 10]$ , éstas son bajas y evidencian que estos alumnos están bastante lejos de alcanzar las competencias profesionales. La desviación estándar es pequeña en

comparación con la media y este valor junto con el error estándar indica que hay pocas oscilaciones alrededor de la media y que, como también puede apreciarse en el gráfico de cajas y bigotes, la mayor parte de los datos están en los cuartiles segundo y tercero siendo algo más dispersas las puntuaciones menores que la media. Finalmente, los valores de la *asimetría estandarizada* y de la *curtosis normalizada* confirman la normalidad de la distribución.

El análisis multivariado de los datos de las detecta las correlaciones existentes entre las puntuaciones de las seis situaciones testadas y de las puntuaciones medias de las seis puntuaciones. Se ha optado por la “correlación ordinal de Spearman” en lugar de las “correlaciones de Pearson” porque los coeficientes de Spearman se calculan a partir del orden de los datos y, en consecuencia, son menos sensibles a valores atípicos (outliers) que los coeficientes de Pearson.

Tabla 1. Correlaciones de Spearman

	M. Medida	Geometría	T. Equipo	Fracciones	Motivación	Evaluación	Medias
Medida		0,1134	0,2456	0,1230	0,1027	0,0352	0,4697
		0,0797	<b>0,0001</b>	<b>0,0449</b>	0,1270	0,5931	<b>0,0000</b>
Geometría	0,1134		0,2067	0,0536	0,0876	0,2712	0,4534
	0,0797		<b>0,0030</b>	0,4384	0,1642	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
Trabajo en equipo	0,2456	0,2067		0,1633	0,1364	0,2475	0,6030
	<b>0,0001</b>	<b>0,0030</b>		<b>0,0057</b>	<b>0,0331</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0000</b>
Fracciones	0,1230	0,0536	0,1633		0,0655	0,0676	0,3901
	<b>0,0449</b>	0,4384	<b>0,0057</b>		0,2910	0,3358	<b>0,0000</b>
Motivación	0,1027	0,0876	0,1364	0,0655		0,1780	0,6301
	0,1270	0,1642	<b>0,0331</b>	0,2910		<b>0,0052</b>	<b>0,0000</b>
Evaluación	0,0352	0,2712	0,2475	0,0676	0,1780		0,6240
	0,5931	<b>0,0000</b>	<b>0,0005</b>	0,3358	<b>0,0052</b>		<b>0,0000</b>
Medias	0,4697	0,4534	0,6030	0,3901	0,6301	0,6240	
	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	

La tabla 1 muestra los valores de esta correlación (filas superiores) y los correspondientes P-valores (filas inferiores). Los  $p < ,05$  indican correlación estadística al 95 % y ésta es mayor cuanto menor sea el P-valor. Estos valores aparecen enfatizados en la tabla (subrayados y negrita).

Como era de esperar las correlaciones más fuertes se producen entre las seis variables y las medias. La correlación entre las variables de las seis situaciones es menor, pero con los datos que disponemos (que no son muchos para evaluar cada competencia ya que sólo se dispone de las respuestas dadas a los apartados de una única cuestión) son significativas las siguientes: a) magnitud y medida con trabajo en equipo y fracciones; b) geometría con trabajo en equipo y evaluación; c) trabajo en equipo con las otras cinco; d)fracciones con magnitud y medida y trabajo en equipo; e) motivación con trabajo en equipo y evaluación; y, finalmente, f) evaluación con geometría, g) trabajo en equipo y h) motivación.

### Análisis de las situaciones

En la tabla 2 se presenta un resumen estadístico de las seis variables consideradas. Habida cuenta de que el rango de variación de los valores de estas variables es  $[0, 10]$ , los valores de posición central

de todas ellas son bastante bajos. Por otra parte, los valores de las desviaciones estándar que corresponde a las cuatro primeras variables indican que la mayor parte de ellos están agrupados en las proximidades de la media. Sin embargo, como los valores estandarizados de la asimetría y de la curtosis no están dentro del intervalo de normalidad, la distribución de los mismos puede ser irregular. Estas posibles irregularidades se describirán en cada caso mediante un diagrama de cajas y bigotes.

Tabla 2. Resumen estadísticos de las variables consideradas.

	M. Medida	Geometría	Trabajo en equipo	Fracciones	Motivación	Evaluación
Average	2,0997	1,7813	2,9406	3,0016	6,6151	1,9281
Median	2,0	2,0	3,0	3,0	8,0	1,35
Standard deviation	1,3789	1,2936	1,8671	1,5488	2,6950	2,0317
Std. skewness	<b>2,0705</b>	<b>4,3398</b>	1,9804	<b>3,0880</b>	<b>-4,1007</b>	<b>7,097</b>
Std. kurtosis	-1,5746	1,0286	<b>-2,2256</b>	1,5870	-1,7835	1,9135

### Análisis de la primera situación: Magnitudes y Medida

Responden 297 alumnos y, de ellos, 91 contestaron de forma voluntaria a las cuatro preguntas formuladas sobre el cálculo del número de botellas. La puntuación media de estas cuestiones fue de 4,88 puntos sobre 10, abundando más las respuestas disparatadas o en blanco que las respuestas de sobresaliente: Sin duda, este resultado es muy pobre, pero lo es más el resultado que da cuenta del pronóstico de los alumnos del Grado sobre el comportamiento de los niños. Globalmente, sólo alcanzaron una media de 2,10 puntos sobre 10 y las respuestas sobre las dos últimas preguntas, contenidos matemáticos y errores, a pesar de que las soluciones estaban implícitas en el texto, fueron más deficientes que las dos primeras, especialmente la última, en la que abundan respuestas, ciertamente, disparatadas.

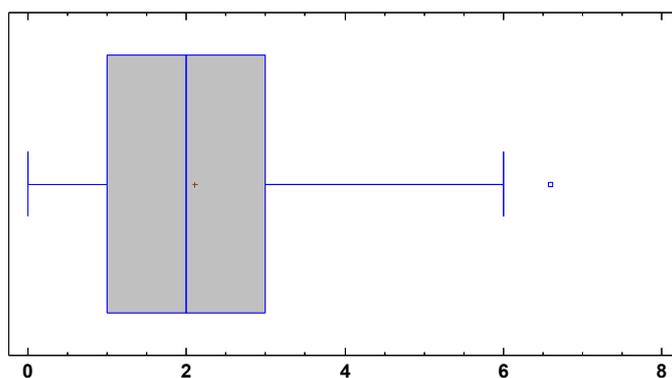


Figura 3. Cajas y bigotes de magnitud y medida

El diagrama de cajas y bigotes de la figura 3 muestra la distribución de las puntuaciones en torno a la media y en él se aprecia un fuerte desplazamiento hacia el extremo inferior del intervalo y la existencia de un valor atípico hacia el extremo superior (6,6 sobre 10). Por otra parte, como muestra la figura 4, que es un escaneo de la respuesta de uno de los alumnos, AL1. En ella se puede apreciar varios patrones de respuesta que se producen en muchos alumnos:

- a) Desprecian el cuarto de litro que sobra después de llenar 13 botellas de tres cuartos de litro.
- b) Se percibe la creencia de que con trasvasado “todos los alumnos” responderían correctamente.

- c) En general las respuestas sobre el número de aciertos sin trasvase es un tanto aleatoria, como se muestra en el escaneo.
- d) Al igual que el alumno del escaneo, muchos otros señalan escasos contenidos matemáticos y cometen errores.
- e) En la última columna, en general, señalan demasiados errores y, aunque entre ellos figuran varios son válidos, muchos otros no tienen ninguna relación con los contenidos, lógicamente,
- f) Al igual que muestra la figura 4, en general, los errores matemáticos que citan los alumnos carecen de sentido, a pesar de estar implícitos en los contenidos.

Preguntas	Responde a las preguntas	Número de aciertos con trasvasado	Número de aciertos sin trasvasado	Contenidos matemáticos	Posibles errores matemáticos sin trasvase según los contenidos enumerados en el texto
1	10L.	22	15	a, b	La suma de distintos medidos
2	20 botells	22	14	b	Passar $\frac{3}{4}$ de lo $\frac{1}{4}$ l. a $\frac{1}{2}$ l. tro
3	40 botellas	22	14	b	Passar litros y $\frac{1}{2}$ l a $\frac{1}{4}$ l.
4	13 botells	22	9	b	Passar el resto de los medidos a $\frac{3}{4}$ l

Figura 4. Ejemplo de respuesta del alumno AL1

Analizando por separado las respuestas según el sexo de los alumnos, el test de Mann-Whitney (Wilcoxon), no se apreciaron diferencias estadísticamente significativas ( $p = ,45$ ) para un  $\alpha = 0,05$ .

### Análisis de la segunda situación: Geometría

La media de los 284 alumnos apenas alcanza los 1,78 puntos sobre 10, lo que nos permite afirmar que estos alumnos del Grado de Educación Primaria están muy lejos de alcanzar una competencia profesional relacionada con la geometría. El diagrama de cajas y bigotes indica que los valores del segundo cuartil están más dispersos que los del segundo y los valores, que desde un punto de vista competencial académica y profesional se podrían considerar normales (puntuaciones superiores a 5 puntos sobre 10) son atípicos en la distribución.

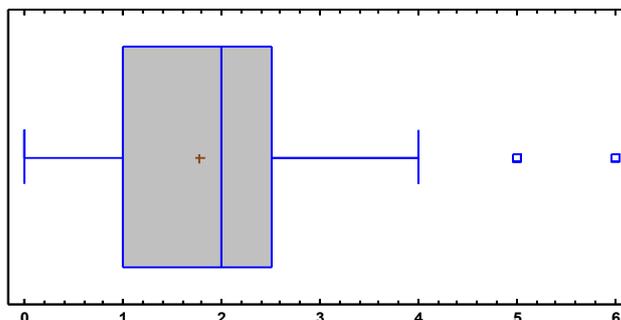


Figura 5. Cajas y bigotes de magnitud y medida

Desde una perspectiva cualitativa, las respuestas que dan los alumnos son muy diferentes y, en general, se pueden enunciar los siguientes comportamientos:

- a) Las puntuaciones se concentran alrededor de las más bajas, mientras que hay muy pocas altas.
- b) Señalan pocas estrategias viables en uno y otro caso, y muchos alumnos consideran que se pueden dibujar diámetros sin conocer el centro de la circunferencia o de la mesa.
- c) Muchos de los alumnos consideran que el primer enunciado es más motivador.
- d) La respuesta a la cuarta cuestión también es cerrada y, en general, aciertan bastantes alumnos.
- e) Suelen responder bien a la tercera cuestión, aunque algunos alumnos, como el de la ilustración 6, tienen respuestas diferentes para las situaciones planteadas por los dos profesores.
- f) En general suelen dar respuestas que suponen conocer el centro de la circunferencia. La ilustración 6 es un ejemplo de esta casuística.

Preguntas	El problema de Juan	El problema de Luis
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para hallar el centro, trazaron varios diámetros.</li> <li>• Medirían el diámetro de la circunferencia y lo dividirían entre dos (punto medio).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medirían el papel A2 y lo dividirían entre dos (punto medio).</li> <li>• Medirían el diámetro de la circunferencia y lo dividirían entre dos (punto medio).</li> </ul>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El problema se percibe como un "juego" ameno.</li> <li>• El enunciado motiva la realización del problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Como es en un papel A2 (en este caso) pueden utilizar la escuadra y el compás.</li> </ul>
3	②	③
4	ⓐ	ⓐ

Figura 6. Ejemplo de respuesta del alumno AL2

En relación con las respuestas a las cuestiones planteadas en la segunda situación, se observa que estos alumnos desconocen qué estrategias resolutorias permiten determinar el centro de la mesa y el centro de la circunferencia, apartado en el que se producen las puntuaciones más bajas. Como ejemplo de estas respuestas se muestra la figura 6, que es un escaneo de las respuestas dadas por el alumno AL2.

En relación con la variable sexo, el test de de Mann-Whitney (Wilcoxon), estableció diferencias estadísticamente significativas ( $p = ,049$ ) en las distribuciones para un  $\alpha=0,05$ . En los diagramas de cajas y bigotes de estas dos distribuciones de la figura 7 se pueden apreciar las diferencias de estas distribuciones. Las competencias profesionales detectadas con nuestra prueba en geometría de las alumnas ( $M = 1,87$ , moda = 2,00) son superiores a las de los alumnos ( $M = 1,57$ , moda = 1,00)

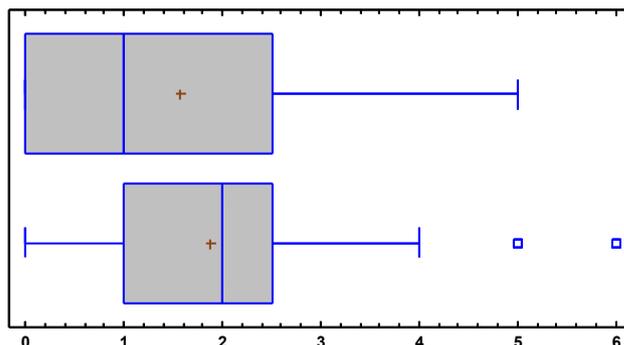


Figura 6. Cajas y bigotes de alumnos y alumnas

### Análisis de la tercera situación. Trabajo en equipo

En las respuestas de los 284 alumnos encuestados, en general, no se reconoce ningún criterio *academista*, sino que lo hacen de forma arbitraria, ya que han formado desde tres hasta ocho grupos de trabajo. La formación de estos grupos está bastante alejada de ser la más adecuada desde la perspectiva colaborativa y los alumnos no utilizan adecuadamente los criterios, que podríamos calificar como *academistas*, a pesar de que están implícitos en los enunciados. En ocasiones, parece que sí que han tenido en cuenta alguno de estos criterios, por ejemplo: separar a los alumnos hiperactivos, dejar juntos a los alumnos que hacen las tareas conjuntamente o repartir en grupos diferentes a los alumnos que tienen más desarrollado el mismo tipo de inteligencia; sin embargo, en las observaciones no indican que hayan considerado ninguno de estos criterios. A continuación se presentan las figuras 7 y 8, que son sendos escaneos de las respuestas de dos alumnos, AL3 y AL4, sobre la formación de grupos: en la primera se puede observar las agrupaciones tan disparatadas que hace el alumno AL3 y, en la segunda, los criterios que considera el alumno AL4, criterios que, incluso, están fuera de la situación de aula descrita.

Grupo	Composición	Observaciones
1	A5, A2, A10, A14, A17, A20, A11	
2	A12, A3, A4, A8, A7, A19, A15, A12, A22	
3	A22, A1, A6, A9, A21, A16, A13, A18	

Figura 7. Ejemplo de las agrupaciones hechas por AL3

Grupo	Composición	Observaciones
1	A3 A4 A12 A1 A12 A11 <del>A14</del> A14 <del>A11</del>	Hay 2 niños con un intervalo [9,10] y otros 2 niños con un intervalo [5,6]
2	A14 A17 A5 A2 A6 A19 A18	Buen equilibrio
3	A9 A21 A22 A7	Buen equilibrio
4	A13 A8 A10 A16 A15 A20	Grupo con mayor problema mayor intervalo [7,8]

Figura 7. Ejemplo de las justificaciones dadas por AL4

La puntuación media en esta cuestión ha sido de 2,94 puntos sobre 10, y la mediana 3,0, lo que confirma una actuación competencial profesional deficiente. Además, las puntuaciones más bajas

son más numerosas y las más altas están más dispersas, como se puede apreciar en la figura 8. Por otra parte, aunque las diferencias entre las medias es de un 14,3 % entre alumnas y alumnos, la comparación entre las muestras mediante el test de Mann-Whitney (Wilcoxon), no detectó diferencias estadísticamente significativas en las distribuciones ( $p = ,16$ ) para un  $\alpha = ,05$ .

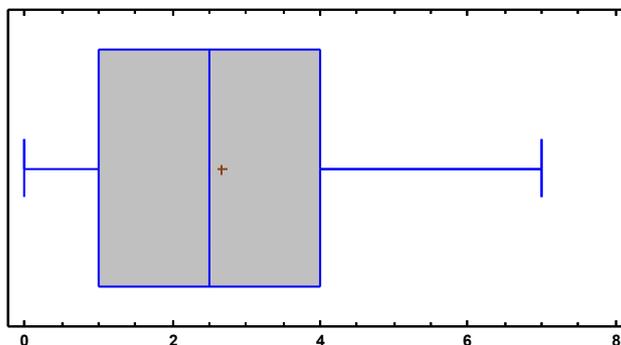


Figura 8. Cajas y bigotes de alumnos y alumnas

### Análisis de la cuarta situación. Fracciones

Responden 310 alumnos y, nuevamente, las puntuaciones de los alumnos son bastante bajas y las respuestas indican que no tienen recursos profesionales adecuados para solventar situaciones de docencia similares a la planteada en relación con Fracciones. En este caso, junto con las opciones correctas señalan otras que no lo son y que, en suma, anulan la elección de las opciones correctas, ya que lo hacen de forma arbitraria. En la figura 9 se presenta un escaneo de las repuestas del alumno AL5, que es un ejemplo más de los patrones de respuesta que se producen.

- En general, las respuestas son parciales y no consideran todos los casos.
- En la primera pregunta, casi todos los alumnos interpretan erróneamente que la fracción como parte- todo es la más adecuada.
- La mayor parte de los alumnos indican erróneamente que la respuesta correcta es la visualización.
- Curiosamente, muchos alumnos eligen la opción errónea de multiplicar a ambas fracciones por 13 y casi todos, también erróneamente la representación gráfica.

Pregunta	Respuesta
1	Parte-Todo
2	Visualización directa, de $\frac{3}{8}$ y $\frac{7}{10}$ . Situando los puntos en la recta numerada a los lados opuestos entre individuos
3	Divide el número entre el denominador multiplicando ambos por 13 D.V. de cada una por sí misma en la recta

Figura 9. Respuestas dadas por el alumno AL5

Por otra parte, la puntuación media es de 3,00 sobre 10 y la mediana 3,0. El análisis estadístico indica que los valores del segundo y tercer cuartil están en el intervalo [2,4] y y que aparecen dos valores atípicos (que académicamente se considerarían normales) por encima de los 8 puntos. Al igual que en la situación anterior, con la prueba de Mann-Whitney (Wilcoxon), no se detectaron diferencias estadísticamente significativas en las distribuciones ( $p = 0,62$ ), para un  $\alpha = ,05$ . En la figura 10 se muestra el comportamiento de las distribuciones por sexo y, nuevamente aparecen como atípicos dos valores académicamente normales.

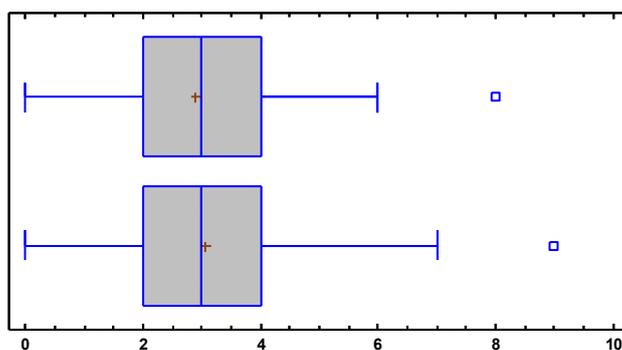


Figura 11. Cajas y bigotes de alumnos y alumnas

### Análisis de la quinta situación. Motivación

En esta situación responden 305 alumnos y se produce las puntuaciones más altas, siendo 6,62 sobre 10 la puntuación media de los alumnos, y la mediana 8,0. En este caso, los alumnos tienen que elegir dos respuestas cerradas y, sin duda, esto ha influido en que los alumnos encuestados hayan obtenido unos resultados mucho mejores que en el resto de situaciones. Como se puede apreciar en la tabla 3, que muestra la distribución de frecuencias, el intervalo de la media contiene a la tercera parte de las puntuaciones y los colaterales casi la mitad de todas ellas. Por otra parte, lo mismo que en la situación anterior, la prueba de Mann-Whitney (Wilcoxon) no identificó diferencias estadísticamente significativas en las distribuciones por sexo ( $p = ,67$ ) calculado con para un  $\alpha = ,05$ . El gráfico de la figura 11 representa estas distribuciones. Aquí los valores atípicos son los excesivamente bajos.

Tabla 3. Distribución de frecuencias de Motivación.

Class	Lower Limit	Upper Limit	Midpoint	Frequency
	at or below	0		5
1	0	2,0	1,0	17
2	2,0	4,0	3,0	41
3	4,0	6,0	5,0	80
4	6,0	8,0	7,0	100
5	8,0	10,0	9,0	62
	above	10,0		0

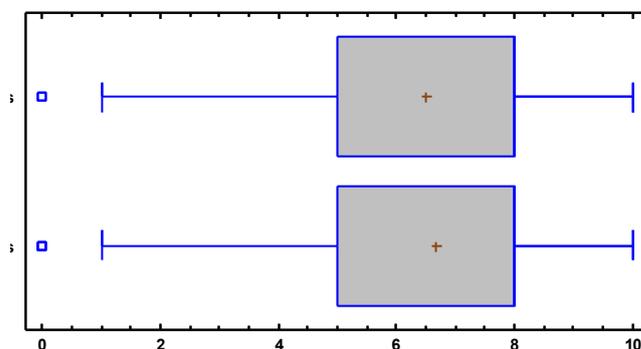


Figura 10. Cajas y bigotes de alumnos y alumnas

### Análisis de la sexta situación. La evaluación

Esta encuesta ha sido cumplimentada por 278 alumnos y en la figura 12 se presenta el escaneo de las respuestas del alumno AL6. En general, las respuestas que dan los alumnos son parecidas a ésta, ya que no se ajustan a las preguntas formuladas en la situación y muchas de ellas tratan de reproducir el ejemplo que figura en la descripción de la situación sobre resolución de problemas sin tener en cuenta el contenido curricular de Estadística, no tienen en cuenta las orientaciones que aparecen en los enunciados de las cuestiones y menos aún la competencia comunicación.

Dimensiones	Niveles		
	MAJ	REGULAR	BIEN
Comprensión	No ha entendido nada.	Comprende algo.	Comprende todo.
Resolución	Los resultados son incorrectos.	Los resultados son correctos con pequeños errores.	Los resultados son totalmente correctos.
Recursos	No dispone de recursos.	Utiliza algunos recursos.	Usa muy bien los recursos.
Trabajo en equipo	No trabaja en equipo.	Trabaja solo a veces en equipo.	Trabaja bien en equipo.
Exposición escrita	No ha entendido lo que quería explicar.	Ha entendido lo que quería explicar pero ha cometido errores.	Ha seguido un orden correcto en la explicación.
Capacidad de autoevaluación	No es capaz de autoevaluarse.	Se autoevalúa aunque con dificultad.	Se autoevalúa correctamente.

Figura 11. Respuestas dadas por el alumno AL6

Por otra parte, la media de las puntuaciones de este ítem también es muy baja, 1,93 puntos sobre 10 (la mediana es 1,35) y más de la mitad de las puntuaciones son menores que 2. El gráfico de la figura 13 representa estas distribuciones y en ellas se pueden apreciar que los valores atípicos son muy superiores a la media y a la mediana, valores que, como en otras situaciones, se podrían considerar académicamente normales. En esta gráfica se observa que los resultados de las alumnas son mejores que las de los alumnos, la prueba de Mann-Whitney (Wilcoxon), indica que no se detectan diferencias estadísticamente significativas en las distribuciones por sexo ( $p = 0,54$ ), calculado con para un  $\alpha = ,05$ .

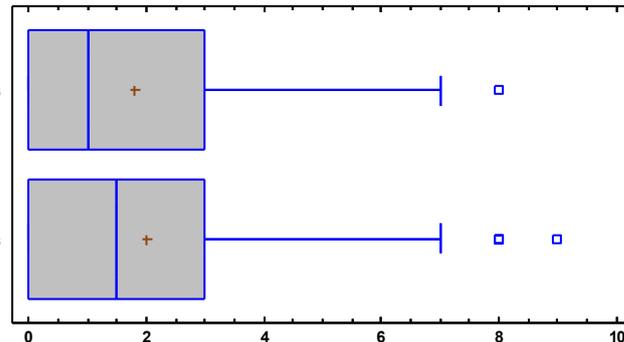


Figura 11. Cajas y bigotes de alumnos y alumnas

## Discusión y conclusiones

Las respuestas que emiten los alumnos confirman que éstos están bastante alejados de las competencias profesionales que les permitan comprender las situaciones que se producen en la docencia de las matemáticas y el análisis de datos realizado, por tanto, permite concluir que se les debe instruir para que adquieran una formación adecuada en estas competencias profesionales para que puedan solventar con éxito situaciones relacionadas con: contenidos matemáticos curriculares (magnitudes y medida, geometría, fracciones), la motivación a través de los enunciados de tareas, organización del aula para favorecer los aprendizajes (en cuanto a formación de grupos colaborativos) y evaluación a través de rúbricas, hecho que también es avalado por la ausencia de correlaciones entre las múltiples competencias, y que, sin duda, es un síntoma del escaso arraigo de las mismas.

El análisis cualitativo realizado sobre las respuestas de cada una de las situaciones confirma que la mayor parte de los alumnos aplican soluciones erróneas y, en muchos casos, un tanto disparatadas, que causarían problemas en los procesos de enseñanza-aprendizaje, en el control del aula, en la motivación y en la evaluación.

Se detectan diferencias significativas entre los alumnos y las alumnas en la situación de Geometría. Además, las puntuaciones de las alumnas han sido superiores que las de los alumnos en la totalidad de las situaciones, aunque los testes estadísticos no han detectado que estas diferencias sean estadísticamente significativas en el resto de las situaciones.

Visto el análisis de los resultados de una forma global, sería interesante que en el currículo del Grado en Educación Primaria se incluyese alguna asignatura que diese cuenta de los aspectos relacionados con las competencias profesionales, analizando casos prácticos (situaciones de aprendizaje, motivación, evaluación, gobierno del aula) que se producen diariamente en los colegios de Educación Primaria.

Finalmente, esta investigación aporta otra perspectiva diferente de las que están implícitas en las guías docentes de Didáctica de la Matemática del Grado de Educación Primaria y tiene unas consecuencias importantes para la formación profesional de los futuros profesores de Educación Primaria. Por tanto, esta investigación debiera ser conocida por todos los profesores del grado de Educación Primaria y tener en cuenta las deficiencias formativas que se han detectado.

## Bibliografía

Australian Association of Mathematics Teachers (AAMT) (2002). *Standards for Excellence in Teaching Mathematics in Australian Schools*. The Australian Association of Mathematics Teachers Inc. Adelaide.

- Australian Association of Mathematics Teachers (AAMT) (2006). *Standards for Excellence in Teaching Mathematics in Australian Schools*. The Australian Association of Mathematics Teachers Inc. Adelaide.
- Ashton, P.T. (1996). Improving the Preparation of Teachers. *Educational Researcher*, 25, 21-22.
- Barab, S. A. y Squire, K. D. (2004). Design-Based Research: Putting Our Stake in the Ground. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 1-14.
- Barber, M. (1995). Reconstructing the Teaching Profession. *Journal of Education for Teaching*, 21(1), 75-85.
- Berliner, D. (2005). The Near Impossibility of Testing for Teacher Quality. *Journal of Teacher Education*, 56(3), 205-213.
- Bishop, A., Clarke, B. y Ocean, J. (2002). *Highly Accomplished Teaching in Mathematics*. Tomado en febrero de 2009 de: <http://www.mav.vic.edu.au/pd/confs/2002/papers/bishopclarkeocean.pdf>
- Cobb, P. et al. (2003). Design experiments in education research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P., y Gravemeijer, K. (2006). Design research from the learning design perspective. In J. Van Den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney, y N. Nieveen (Eds.), *Educational design research* (pp. 17-51). London: Routledge.
- Collins, A. et al. (2004). Design Research: Theoretical and Methodological Issues. In J. L. Kolodner (ed.), *The Journal of the Learning Sciences*. Georgia Institute of Technology. Vol. 13(4).
- Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. En R. Keith Sawyer (ed.) *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences*. Washington University, St. Louis.
- Di Sessa y Cobb (2004). Ontological innovation and the role of theory in design experiments. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 77-103.
- Freppon P. A. (2001). *What it Takes to be a Teacher: The role of personal and professional development*. NH: Heinemann.
- Glazerman, S. y Tuttle, C. (2006). *An Evaluation of American Board Teacher Certification: Progress and Plans*. Mathematica: Policy Research, Inc. Tomado en febrero de 2009 de: [http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content\\_storage\\_01/0000019b/80/28/09/9c.pdf](http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/28/09/9c.pdf)
- Gullberg, A. et al. (2008). Prospective teachers' initial conceptions about pupils' understanding of science and mathematics. *European Journal of Teacher Education*, 31(3), 257-278.
- Hiebert, J., Morris, A.K. y Glass, G. (2003). Learning to Learn to Teach: An "Experiment" Model for Teaching and Teacher Preparation in Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 201-222.
- Hodgen, J. y Askew, M. (2007). Emotion, Identity and Teacher Learning: Becoming a Primary Mathematics Teacher. *Oxford Review of Education*, 33(4), 469-487.
- Hospesová, A. y Tichá, M. (2005). *Developing Mathematics Teacher's Competence*. Tomado en febrero de 2009 de: <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/12/Hospesov%C3%A1.pdf>
- Kugel, P. (1993): How professors develop as teachers. *Studies in Higher Education*, 18(3), 315-328.
- Kunter, M. et al. (2008). Students' and mathematics teachers' perceptions of teacher enthusiasm and instruction. *Learning and Instruction*, 18(5), 468-482.
- Leou, S. (1998). Teaching competencies assessment approaches for mathematics teachers. *Proc. Natl. Sci. Council. ROC (D)*, 8(3), 102-107.
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada.

- Niss, M.: What Does it Mean to be a Competent Mathematics Teacher? A General Problem Illustrated by Examples from Denmark. Tomado en febrero de 2009 de: [www.emepatras.gr/emec23/perilipseis/Ko4%20NISS%20Patras.doc](http://www.emepatras.gr/emec23/perilipseis/Ko4%20NISS%20Patras.doc)
- Poblete, A. y Díaz, V. (2003a). Evaluation of the professional competences of the mathematics Teacher. In *Proceedings of the Internacional Conference "The decidable and the Undecidable in Mathematics Education"*, 231.
- Poblete, A. y Díaz, V. (2003b). Competencias en profesores de matemática y estrategia didáctica en contextos de reforma educativa. *Investigación en Educación Matemática*, 68.
- Poblete, A. y Díaz, V. (2005). Improving the professional competence of mathematics teachers. In *Reform, Revolution and Paradigm Shifts in Mathematics Education*. 1-6.
- Poblete, A. y Díaz, V. (2008). *The Evaluation of the Professor of Mathematics and Quality of Education*. Tomado en febrero de 2009 de: <http://dg.icme11.org/document/get/163>
- Poulou, M. (2007). Personal teaching efficacy and its sources: Student teachers' perceptions. *Educational Psychology*, 27(2), 191-218.

## Autores

José María Marbán

Profesor Titular de Didáctica de la Matemática, autor de numerosos trabajos de investigación en Didáctica de la Matemática. Vicerrector de Docencia de la Universidad de Valladolid. Miembro de SEIEM (Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática) desde 1999

María del Carmen Martín

Profesora Titular de Didáctica de la Matemática, autora de numerosos trabajos de investigación en Didáctica de la Matemática. Miembro de SEIEM desde su fundación. Secretaria Académica de la Facultad de Educación y Trabajo Social

Tomás Ortega

Catedrático de Universidad de Didáctica de la Matemática, autor de más de cien trabajos de investigación en Didáctica de la Matemática. Director del Departamento de Didáctica de las Ciencias Sociales, Experimentales y de la Matemática de la Universidad de Valladolid. Miembro de SEIEM desde su fundación y, en la actualidad, presidente de la misma

Enrique de la Torre

Profesor Titular de Didáctica de la Matemática, autor de numerosos trabajos de investigación en Didáctica de la Matemática. Miembro de SEIEM desde su fundación

## Anexos

### Anexo I

#### Primera situación. Magnitudes y medida

**El contexto:** Nos encontramos en un aula con 23 niños de Primaria que están trabajando las unidades de medida y las medidas de capacidad. Un niño conoce el significado de litro si lo identifica con la unidad de capacidad y reconoce aproximadamente esta cantidad. Conoce el significado de medio litro si sabe que al duplicar esta cantidad de capacidad obtiene un litro y asocia la cantidad con su representación verbal. Conoce el significado de un cuarto de litro si sabe que al duplicar esta cantidad de capacidad forma medio litro, y que 4 subunidades de cuarto litro hacen 1 litro; y asocia la cantidad con su representación verbal. Conoce el significado de tres cuartos de litro si percibe esta cantidad de capacidad como compuesta por 3 subunidades de un cuarto de litro, o bien, como agregación de medio litro y un cuarto de litro, o bien, como la cantidad que necesita un cuarto de litro para completar el litro; y asocia la cantidad con su representación verbal.



La siguiente tabla muestra el significado que poseen los niños de esa clase:

- Grupo A: 2 niños conocen el significado de tres cuartos de litro, de cuarto de litro, de medio litro y de litro.
- Grupo B: 4 niños desconocen el significado de tres cuartos de litro, pero conocen el de cuarto de litro, de medio litro y de litro.
- Grupo C: 6 niños desconocen el significado de cuarto de litro, pero conocen el de medio litro y el de litro.
- Grupo D: 8 niños desconocen el significado de medio litro, pero conocen el de litro.
- Grupo E: 3 niños desconocen el significado de todas las cantidades mencionadas.

Por otra parte, los niños no saben sumar fracciones, ya que ese contenido es de cursos posteriores. Sin embargo, pueden manejar el contenido de botellas o envases vacíos de un litro, de medio litro, de cuarto de litro y de tres cuartos de litro. Todas estas botellas o envases vacíos llevan una etiqueta con su capacidad para que los niños las reconozcan.

**La tarea.** La maestra les propone el siguiente problema:

*Un grifo del colegio pierde agua y un día recogieron en un recipiente grande el agua vertida, llenando con él posteriormente 2 botellas de litro, 5 botellas de tres cuartos de litro, 6 botellas de medio litro y 5 botellas de un cuarto de litro.*

Los niños disponen de envases vacíos para establecer equivalencias y tienen que responder a estas cuestiones:

1. *Cuántos litros de agua pierde el grifo cada día.*
2. *Cuántas botellas de medio litro se podrían llenar.*
3. *Cuántas botellas de un cuarto de litro se podrían llenar.*
4. *Cuántas botellas de tres cuartos de litro se podrían llenar.*

La tarea de los estudiantes para maestros consiste en anticipar tanto la tasa de éxito que podemos esperar por parte de los alumnos del colegio ante las preguntas planteadas, escribir los contenidos matemáticos que pondrán en juego y describir los errores que se espera que manifiesten en la resolución del problema. Se les facilita una tabla de 5 columnas para que escriban sus respuestas en ella.

En la 1ª columna responderán a las 4 cuestiones formuladas a los niños.

En la 2ª columna el número de alumnos que se espera resuelvan bien la tarea si para ello se les permite utilizar trasvases de agua en botellas.

En la 3ª columna el número de alumnos que se espera resuelva correctamente la tarea si no se les permite recurrir a trasvases.

En la 4ª columna cuáles de los siguientes contenidos matemáticos se considera que pondrán en juego los niños ante cada pregunta de la tarea propuesta por la maestra:

- a) Composición de cantidades de capacidad
- b) Descomposición de cantidades de capacidad
- c) Medida de cantidades de capacidad
- d) Equivalencia entre cantidades de capacidad
- e) Equivalencia de fracciones
- f) Operaciones con fracciones

Finalmente, en la quinta columna deben escribir los errores que creen que pueden cometer los niños.

### Segunda situación: Geometría

**El contexto:** Dos clases de Educación primaria. En la primera, el maestro Juan está pensando en proponer el siguiente problema a sus alumnos:

*La familia Pérez tiene una mesa circular de 1m de longitud y se quiere cubrir con un cristal circular que ajuste perfectamente. En el centro de la mesa se colocará un pivote para evitar que el cristal se desplace. La mesa está sin pintar y se puede dibujar en la propia mesa con lápiz, regla sin graduar, escuadra y compás.*



Pero duda entre los siguientes enunciados para plantear a los alumnos la tarea.

1. Determina el centro de la mesa.
2. ¿Podrías determinar el centro de la mesa?
3. Explica cómo se podría determinar el centro de la mesa.
4. Narra cómo se podría determinar el centro de la mesa justificando el porqué de cada uno de los pasos del procedimiento utilizado y determínalo.

El maestro Luis, por su parte, prefiere presentar la situación problemática así:

*Se tiene una circunferencia de 1m de longitud dibujada en un papel A2 cuyo centro no está marcado.*

Pero duda también entre los siguientes enunciados para plantear esta tarea:

1. Determina el centro de la circunferencia.
2. ¿Podrías determinar el centro de la circunferencia?
3. Explica cómo se podría determinar el centro de la circunferencia.
4. Narra cómo se podría determinar el centro de la circunferencia justificando el porqué de cada uno de los pasos del procedimiento utilizado y determínalo.

### Responde a las siguientes cuestiones (se facilita una tabla de respuestas):

1. Escribe en la tabla adjunta las estrategias de resolución que tú creas que utilizarán los alumnos de una clase de 6º de Educación Primaria.

2. Escribe en la tabla las ventajas de cada uno de los formatos del problema -de Juan y de Luis- teniendo en cuenta la preparación de materiales, el desarrollo y gestión del aula, la motivación, las estrategias que se ponen en juego,...
3. Elige en cada caso -Juan y Luis- la opción de enunciado de tarea que te parezca más adecuada desde el punto de vista competencial y anótalo en la tabla.
4. Anota en la tabla cuál de las siguientes afirmaciones sobre las cuatro opciones de enunciado de tarea es más adecuada en cada caso:
  - a. Iguales porque dicen lo mismo.
  - b. Todas distintas por el uso del lenguaje.
  - c. La primera y la última son iguales pero diferentes a las dos restantes que a su vez son iguales entre sí.
  - d. Son todas distintas porque se esperan respuestas diferentes.

### **Tercera situación: Trabajo en equipo**

**El contexto** (El aula y su diversidad): El aula de matemáticas de 4º de Primaria tiene forma rectangular y los pupitres de los alumnos son individuales y, por tanto, se pueden agrupar. El grupo está formado por 22 alumnos (los numeraremos así: A1, A2,..., A22) y las características de los mismos son éstas:

1. Hay tres parejas de alumnos que son muy amigos y suelen hacer las tareas juntos: A3 y A4, A14 y A17, A9 y A21.
2. Hay 3 niños que son hiperactivos, uno de ellos con buenos resultados académicos, A5, y otros dos no, A12 y A22.
3. 4 niños tienen la inteligencia lógico-matemática más desarrollada: A1, A2, A3 y A4; 6 niños la lingüístico-verbal: A5, A6, A7, A8, A9 y A10.
4. 3 niños tienen más desarrollada la inteligencia kinestésica: A11, A12 y A13; 5 la naturalista: A14, A15, A16, A17 y A18; 3 la artístico-espacial: A19, A20 y A21; y 1 la musical: A22.
5. Hay 5 niños que tienen una actitud muy positiva hacia el aprendizaje: A5, A10, A13, A18 y A22.
6. Las calificaciones pasadas de 5 niños están en el intervalo [5,6), las de otros 5 en el intervalo [6,7), las de otros 5 niños en el intervalo [7,8), las de un tercer grupo de 4 niños en el intervalo [8,9) y, finalmente, las de 3 niños en el intervalo [9,10]. En concreto:
  - a. Intervalo [5,6): A12, A13, A8, A14 y A22.
  - b. Intervalo [6,7): A9, A10, A16, A17 y A21.
  - c. Intervalo [7,8): A6, A15, A18, A20 y A11.
  - d. Intervalo [8,9): A1, A2, A7 y A19.
  - e. Intervalo [9,10]: A3, A4 y A5.

### **Responde en la tabla adjunta (que se omita) a las siguientes cuestiones:**

1. Forma los grupos de aprendizaje colaborativo (máximo 8) que creas conveniente considerando las características descritas del grupo de 22 niños.
2. Rodea con un círculo en qué casos es favorable el cambio de alumnos de un grupo a otro:
  - a. Un alumno del grupo 1 habla constantemente con un alumno del grupo 3 y distorsiona el ambiente de trabajo.
  - b. Un alumno de un grupo no sigue a sus compañeros en el trabajo diario.
  - c. Un alumno tiene interpretaciones diferentes de las del resto de sus compañeros en la resolución de las tareas.

- d. Los componentes de un grupo aprenden pero tienen serios problemas de convivencia.

#### Cuarta situación: Fracciones

**El contexto:** En una clase de 5° de Primaria, después de haber estudiado la comparación, suma, resta, multiplicación y división de fracciones sencillas, la maestra plantea a los alumnos el siguiente ejercicio: *¿Cuál de las dos fracciones siguientes es mayor:  $5/6$  ó  $7/10$ ?*

Algunos alumnos responden que es mayor  $7/10$  y lo justifican con este dibujo:



Se facilita una tabla en la que tienen que consignar las respuestas y se pregunta:

1. Se pregunta qué dos interpretaciones del concepto de fracción son los más adecuados para resolver el problema planteado por la maestra: parte-todo, medida, operador, división, situación en la recta numérica, porcentaje, probabilidad o relación entre cardinales.
2. Señala las tres estrategias más adecuadas para mostrar cómo resolver el problema: Visualización directa, de cálculo de  $5/6$  y  $7/10$  de una cantidad, experimental como probabilidad, midiendo, situando los puntos en la recta numérica o haciendo repartos entre individuos.
3. Señala qué opciones de entre las siguientes provocarían conflictos cognitivos:
  - a. Dividir el numerador entre el denominador.
  - b. Representar gráficamente ambas fracciones en sendos rectángulos (tiras), una de 6cm de base y otra de 10cm de base.
  - c. Multiplicando ambas fracciones por 13.
  - d. Dividiendo una fracción entre la otra.
  - e. Reduciendo a común numerador.

#### Quinta situación: Motivación

**El contexto:** En una clase de 4° de E.P. se proponen las siguientes tareas:

**Tarea 1:** *Calcula  $(6+8) \times 2$*

**Tarea 2:** *Calcula el perímetro de un rectángulo de lados 6cm y 8cm.*

**Tarea 3:** *Se quiere construir un invernadero de forma rectangular tal que su perímetro sea de 28 m. Para realizar el diseño se utiliza un geoplano de trama cuadrada tal que la separación mínima entre pivotes representa a 2m de la realidad. Utiliza la trama adjunta y dibuja las posibles soluciones de área máxima.*

1. Se pregunta si las tres tareas son ejercicios equivalentes. Marca con un círculo la respuesta correcta.
  - a. Sí, porque el perímetro se calcula con los mismos datos y operaciones.
  - b. No, porque el perímetro es  $6 \times 2 + 8 \times 2$  o  $6 + 6 + 8 + 8$ .
  - c. No, porque la primera, en su enunciado, ya presenta la operación que hay que hacer.
  - d. No, porque el tercero presenta una situación de exploración.
2. ¿Qué enunciado crees que motiva más a los alumnos? Rodea con un círculo la opción elegida.
  - a. El primero porque es más fácil.
  - b. El segundo porque lo asocian con una figura geométrica conocida.
  - c. El tercero porque presenta una situación real.

**Sexta situación: La evaluación**

**El contexto:** Una clase de 3º de Primaria formada por 25 alumnos se quiere evaluar su nivel de competencia matemática en sus distintas dimensiones mediante el uso de rúbricas.

Una rúbrica tiene la estructura de la figura:



A continuación se muestra un ejemplo de rúbrica para evaluar la resolución de problemas.

Dimensiones	Nivel bajo	Nivel medio	Nivel alto
<b>Comprensión</b>	No distingue los datos ni la incógnita	Distingue datos e incógnita pero no los relaciona	Distingue datos e incógnita y los relaciona
<b>Plan resolutor</b>	No plantea ninguna estrategia resolutora	Diseña un plan resolutor parcialmente erróneo	Elabora un plan resolutor correcto
<b>Proceso de solución</b>	No alcanza ninguna solución ni utiliza procedimientos correctos	solo alcanza soluciones parciales aunque utiliza procedimientos correctos	Utiliza procedimientos correctos y obtiene la solución

Construye una rúbrica para evaluar el nivel de competencia comunicativa en el área de Estadística, estableciendo claramente los siguientes aspectos:

1. Las dimensiones a considerar (se sugieren 6)
2. Los niveles de la escala de evaluación (se sugieren 3).
3. Los criterios de asignación.

Se adjunta una tabla de cuatro columnas y ocho filas, con los mismos encabezados que la rúbrica modelo para que escribas tus respuestas en ella.

**Anexo II**

Criterios de corrección de la Situación 2 (geometría):

Solución:

Preguntas	El problema de Juan	El problema de Luis
1	a. Calcar la circunferencia a un papel y doblar por dos diámetros b. Dibujar en la mesa dos ángulos inscritos con la escuadra. c. Procedimiento físico tipo plomada (radio - rueda) d. Dibujar en la mesa dos mediatrices a dos cuerdas e. Buscar el punto de equilibrio. f. Recortando una circunferencia de radio arbitrario y centro conocido. Se sitúa esta	a. Doblar el papel por dos diámetros b. Dibujar en el papel dos ángulos inscritos con la escuadra c. Dibujar en el papel dos mediatrices a dos cuerdas d. Recortando una circunferencia de radio arbitrario y centro conocido. Se sitúa esta circunferencia tangente a la dada en dos posiciones diferentes y se trazan las rectas que pasan por el

	circunferencia tangente a la dada en dos posiciones diferentes y se trazan las rectas que pasan por el centro de la construida y por los dos puntos de tangencia.	centro de la construida y por los dos puntos de tangencia.
2	Motivación, más manipulable. Más estrategias de resolución. Otras	Se puede pasar a la pizarra. Se puede dar un ejemplar a cada alumno o a cada grupo...
3	4°	4°
4	Son todas distintas por el uso del lenguaje	

**Valoración:**

**Pregunta 1**

5 puntos si señalan tres estrategias y dos, respectivamente, y ninguna mal.

4 puntos si marcan dos y dos, o tres y una.

3 puntos si marcan dos y una.

2 puntos si señalan una y una.

1 punto para una estrategia.

0 puntos en el resto.

**Pregunta 2**

3 puntos si señalan las tres ventajas u otras

2 puntos si señalan dos

1 si señalan una

0 si no señalan ninguna o ninguna correcta

**Pregunta 3**

1 punto si la respuesta es correcta.

0 si es incorrecta.

**Pregunta 1**

1 punto si la respuesta es correcta.

0 si es incorrecta.

**Criterios de corrección de la situación 4 (fracciones):**

**Pregunta 1**

**Solución:** División entera y operador

**Valoración:**

2 puntos si marcan ambos.

1 punto si marcan sólo uno.

0 puntos si no indican ninguno de los dos.

**Pregunta 2**

**Solución:** 2ª, 4ª y 5ª.

4 puntos si seleccionan las tres respuestas correctas y no marcan ninguna incorrecta.

3 puntos si seleccionan dos de las respuestas correctas y no marcan ninguna incorrecta.

2 puntos si seleccionan dos de las respuestas correctas y, como máximo, marcan una incorrecta.

1 punto si seleccionan una correctas y, a lo sumo, dos incorrectas.

0 puntos en el resto de los casos.