

# **Realidad aumentada y GeoGebra 3D para mejorar la inteligencia espacial en la enseñanza de la geometría volumétrica**

## **Augmented reality and GeoGebra 3D for improving spatial intelligence in teaching volumetric geometry**

Ginés Morales Méndez

Universidad de Murcia. Murcia, España

gines.morales@um.es

Ana Belén Lozano Avilés

Universidad de Murcia. Murcia, España

ala71225@um.es

...

### **Resumen**

Este estudio analiza el impacto de la realidad aumentada (RA) mediante la aplicación GeoGebra 3D en la enseñanza de la geometría volumétrica y en la mejora de la inteligencia espacial en estudiantes de secundaria. La inteligencia espacial, fundamental en áreas STEM, se desarrolla a través de la visualización y manipulación de objetos tridimensionales, habilidades que los métodos tradicionales de enseñanza no logran potenciar completamente. Se implementó un diseño cuasi-experimental con un grupo experimental, que utilizó GeoGebra 3D con RA, y un grupo control, que trabajó con métodos tradicionales. La muestra incluyó estudiantes de secundaria y se aplicaron el test PSVT:R para medir habilidades espaciales, pruebas académicas y cuestionarios de percepción. Los resultados muestran una mejora significativa en las habilidades de visualización y rotación espacial en el grupo experimental, así como un incremento en la motivación y el interés de los estudiantes. La RA facilitó la interacción y comprensión de conceptos geométricos complejos, favoreciendo un aprendizaje más activo y significativo. En conclusión, la integración de GeoGebra 3D con RA mejora la inteligencia espacial y optimiza el proceso de enseñanza de la geometría volumétrica, posicionándose como una herramienta tecnológica eficaz e innovadora en la educación secundaria.

**Palabras clave:** Realidad aumentada, GeoGebra 3D, inteligencia espacial, geometría volumétrica, educación secundaria.

### **Abstract**

This study analyses the impact of augmented reality (AR) using GeoGebra 3D on teaching volumetric geometry and improving spatial intelligence in secondary school students. Spatial intelligence, fundamental in STEM areas, is developed through the visualisation and manipulation of three-dimensional objects, skills that are not fully developed by traditional teaching methods. A quasi-experimental design was implemented with an experimental group using GeoGebra 3D with AR and a control group using traditional methods. The sample consisted of high school students and included the PSVT:R test to measure spatial ability, academic tests and perceptual questionnaires. The results show a significant improvement in visualisation and spatial rotation skills in the experimental group, as well as an increase in student motivation and interest. AR facilitated interaction and understanding of complex geometric concepts, promoting more active and meaningful learning. In conclusion, the integration of GeoGebra 3D with AR improves spatial intelligence and optimises the teaching process of volumetric geometry, positioning itself as an effective and innovative technological tool in secondary education.

**Keywords:** Augmented reality, GeoGebra 3D, spatial intelligence, volumetric geometry, secondary education.

## 1. Introducción

La inteligencia espacial está considerada como un componente cognitivo fundamental en la formación académica y profesional dentro de las disciplinas STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics), abarcando la capacidad de los individuos para percibir, manipular y representar mentalmente objetos, relaciones y transformaciones en tres dimensiones (Uttal et al., 2013; Newcombe & Shipley, 2014; Sorby, 2018; Lee et al., 2020; Atit et al., 2022). Esta competencia cognitiva, que incluye habilidades como la visualización, la rotación mental, la percepción de la simetría y la capacidad para imaginar secciones internas de sólidos, ejerce un rol determinante en la resolución de problemas geométricos, el razonamiento matemático, el pensamiento crítico, el análisis arquitectónico, así como en la interpretación de datos científicos y la modelación de fenómenos naturales (Patsiomitou, 2008; Maeda & Yoon, 2013; Wang & Degol, 2017).

No obstante, la enseñanza de la geometría tridimensional en la educación secundaria enfrenta desafíos considerables al basarse, con frecuencia, en métodos didácticos tradicionales que se sustentan en la presentación estática de figuras y en la limitada manipulación de materiales didácticos. Estos enfoques suelen limitar la capacidad del estudiante para construir representaciones mentales de sólidos geométricos, dificultando la comprensión de propiedades, secciones, relaciones espaciales y transformaciones complejas (Sorby, 2009; Uttal & Cohen, 2012; Hawes et al., 2022). Esta problemática se hace especialmente evidente en contextos educativos donde el currículo contempla conceptos geométricos volumétricos avanzados, pero las herramientas y estrategias de aprendizaje no facilitan la exploración dinámica y la interacción directa con las entidades espaciales (Nguyen et al., 2016; Hung et al., 2017).

Ante este panorama, la Realidad Aumentada (RA) se presenta como una alternativa tecnológica emergente y prometedora, capaz de superar las limitaciones de los métodos de formación tradicional al integrar elementos digitales tridimensionales con el entorno físico real (Radu, 2014; Ibáñez & Delgado-Kloos, 2018; del Cerro & Morales, 2021; Buchner & Kerres, 2023). La RA ofrece la posibilidad de crear escenarios de aprendizaje inmersivo y altamente interactivo, en los que el estudiante puede visualizar, manipular, rotar, descomponer y reconfigurar objetos geométricos con una inmediatez y un nivel de detalle difícilmente alcanzables mediante imágenes estáticas o materiales manipulativos convencionales. Además, esta tecnología potencia la vinculación entre la teoría y la práctica, favoreciendo la construcción de modelos mentales sólidos, la transferencia de conocimientos a nuevos contextos, el aprendizaje significativo y la motivación del alumnado (Dunleavy & Dede, 2014; del Cerro & Morales, 2017).

En este ámbito, la integración de GeoGebra 3D, una herramienta de software libre y ampliamente difundida en entornos educativos, con RA destaca como una estrategia que posibilita la construcción, manipulación y análisis de figuras tridimensionales a partir de principios matemáticos (Hohenwarter & Fuchs, 2004; Martínez et al., 2020; del Cerro & Morales 2021; Juandi et al., 2021). Al combinar GeoGebra 3D con un entorno de RA

mediante dispositivos móviles, se habilita un contexto de aprendizaje ubicuo, flexible y centrado en el alumno, en el que la exploración de propiedades geométricas avanza más allá de los límites del aula tradicional (Baltaci & Yıldız, 2015; Solvang & Haglund, 2021). El alumnado puede, por ejemplo, analizar intersecciones entre planos y sólidos, comprender la relación entre secciones y proyecciones, y visualizar operaciones de rotación, traslación o reflexión en tiempo real, incrementando su comprensión conceptual y su capacidad para enfrentar actividades con una alta carga visuoespacial (Freina & Ott, 2015; Chang & Hwang, 2019).

La relevancia educativa de esta propuesta se sustenta en investigaciones previas que han documentado el potencial de la RA y otras tecnologías inmersivas en la enseñanza de la geometría, evidenciando mejoras en el rendimiento académico, el desarrollo de la inteligencia espacial, la motivación intrínseca, la implicación cognitiva y la actitud hacia las matemáticas (Crollen & Noël, 2015; Mystakidis et al., 2022). Por su parte, el uso de pruebas estandarizadas de medición de habilidades espaciales, como el Purdue Spatial Visualization Test: Rotations (PSVT:R), ha mostrado ser una prueba psicométricamente parametrizada, que es válida para evaluar el impacto de intervenciones didácticas innovadoras sobre las competencias espaciales de los estudiantes (Hoe et al., 2019; Gecu-Parmaksız & Delialioğlu, 2020).

En este contexto, el presente estudio adopta un diseño cuasi-experimental con dos grupos: un grupo experimental que emplea la aplicación GeoGebra 3D integrada con RA, y un grupo control que sigue metodologías tradicionales en la enseñanza de la geometría volumétrica. El análisis compara no solo el rendimiento en tareas espaciales (medido mediante el PSVT:R), sino también el logro académico, la motivación y la percepción del alumnado sobre la utilidad y la eficacia de la tecnología de RA. El propósito del estudio es generar evidencia empírica sobre la capacidad de esta integración tecnológica para superar las limitaciones del enfoque convencional y, en consecuencia, para promover aprendizajes más profundos, significativos y transferibles.

#### Objetivos de la investigación:

1. Evaluar el efecto de la integración de la RA con la herramienta GeoGebra 3D en la mejora de las habilidades de inteligencia espacial de estudiantes de educación secundaria.
2. Comparar la eficacia de la intervención tecnológica basada en RA frente a métodos tradicionales de enseñanza de la geometría volumétrica, considerando indicadores de rendimiento académico, motivación e interés hacia la materia.

#### Preguntas de investigación:

1. ¿La implementación de GeoGebra 3D con RA conduce a una mejora significativa en las habilidades espaciales del alumnado, en comparación con los métodos tradicionales?
2. ¿De qué manera la intervención que combina RA y GeoGebra 3D influye en el rendimiento académico, la motivación y la percepción de los estudiantes hacia el aprendizaje de la geometría tridimensional?

Al responder a estas interrogantes, el presente estudio pretende contribuir a la literatura sobre el uso de tecnologías inmersivas en la educación matemática, proporcionando un

marco conceptual y metodológico que pueda orientar tanto futuras investigaciones como el diseño de propuestas didácticas innovadoras. De esta forma, se busca fundamentar la incorporación de la RA y GeoGebra 3D como herramientas transformadoras de la enseñanza de la geometría volumétrica en educación secundaria, respaldando la utilidad de la inteligencia espacial como un componente clave para el desempeño en disciplinas STEM.

## **2. Impacto de la realidad aumentada en la inteligencia espacial para el aprendizaje de la geometría**

La inteligencia espacial, componente esencial de las capacidades cognitivas, ha sido ampliamente estudiada desde una perspectiva psicológica y educativa debido a su influencia en la comprensión, representación y manipulación mental del espacio tridimensional (Parong & Mayer, 2021). En el ámbito de la didáctica de la geometría, la inteligencia espacial resulta determinante, pues su desarrollo incide positivamente en la formación del pensamiento geométrico, la resolución de problemas complejos y el razonamiento matemático (Mix et al., 2016). La inteligencia espacial comprende un conjunto de habilidades que incluyen la percepción, la rotación y la visualización mental de objetos, la identificación de secciones internas y la comprensión de relaciones topológicas, métricas y proyectivas (Hegarty, 2010). Dichas habilidades, en conjunto, facilitan la interpretación de conceptos geométricos abstractos y su integración en el bagaje cognitivo del estudiante, ampliando su versatilidad en disciplinas STEM y mejorando su desempeño académico.

La RA ha emergido en los últimos años como una tecnología educativa capaz de potenciar la inteligencia espacial del alumnado, ofreciendo entornos de aprendizaje inmersivos, interactivos y contextualizados (Wu et al., 2013). A diferencia de los métodos tradicionales, en los cuales la representación geométrica suele limitarse a diagramas bidimensionales impresos o proyectados en pizarras, la RA integra elementos digitales tridimensionales en el entorno físico real, proporcionando una experiencia de aprendizaje más rica, dinámica y significativa (del Cerro & Morales, 2017). Esta integración permite a los estudiantes explorar sólidos geométricos complejos desde múltiples ángulos, identificar relaciones entre secciones y componentes, manipular objetos en tiempo real y comprender mejor los principios subyacentes a las transformaciones espaciales.

En el campo de la educación matemática, la eficacia de la RA se ha documentado en diversas investigaciones que destacan su impacto positivo en el desarrollo de las habilidades espaciales, la motivación, la atención y el rendimiento académico del alumnado (Furió et al., 2013; del Cerro & Morales, 2021). Esta tecnología no solo ayuda a superar las barreras que impone la representación estática de contenidos, sino que también habilita un aprendizaje constructivista en el que el estudiante deja de ser un receptor pasivo de información para convertirse en un agente activo que construye su propio conocimiento. De este modo, la RA se erige como una herramienta que facilita la transición desde una enseñanza tradicional, centrada en la memorización y la reproducción de contenidos, hacia una pedagogía orientada a la comprensión profunda, la experimentación y la transferencia de habilidades a nuevos contextos matemáticos (Pellas et al., 2019).

La incorporación de GeoGebra 3D en estos entornos inmersivos añade un valor pedagógico significativa, ya que es una herramienta versátil para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, pues brinda la posibilidad de construir, manipular y analizar con precisión figuras tridimensionales, así como explorar relaciones funcionales y propiedades métricas y topológicas (Weinhandl et al., 2020). Al integrarse con la RA, GeoGebra 3D expande su alcance, permitiendo a los estudiantes visualizar funciones espaciales, objetos geométricos y sus transformaciones directamente sobre el entorno físico. Esta experiencia, al ser interactiva y manipulativa, contribuye a una comprensión más profunda y sólida de los conceptos geométricos. Además, la disponibilidad de la aplicación en dispositivos móviles confiere al proceso de aprendizaje un carácter ubicuo, flexible y altamente accesible, facilitando la continuidad del estudio más allá de la clase presencial.

Por otro lado, resulta oportuno señalar las limitaciones que conlleva la enseñanza tradicional de la geometría volumétrica y cómo la RA contribuye a superarlas. La representación de sólidos tridimensionales en materiales impresos o en pantallas planas dificulta la aprehensión de su estructura interna, su volumen o sus secciones, pues el estudiante carece de la posibilidad de interactuar directamente con el objeto (Wassie & Zergaw, 2019). La imposibilidad de rotar, seccionar o modificar la figura limita el desarrollo de la inteligencia espacial, ya que el alumando no dispone de estímulos sensoriales y cognitivos suficientemente dinámicos para crear y reforzar sus imágenes mentales. En contraposición, la RA provee un canal de interacción inmersiva que promueve la manipulación activa de objetos, el ensayo y error, la experimentación constante y la generación de nuevas representaciones mentales, superando así las barreras que imponen las metodologías convencionales.

El impacto de la RA en la inteligencia espacial para el aprendizaje de la geometría resulta prometedor, ya que, en combinación con herramientas como GeoGebra 3D, no solo ofrece soluciones tecnológicas innovadoras, sino que también impulsa una transformación didáctica significativa. Esta transformación se manifiesta en una mayor implicación cognitiva del alumnado, un incremento en su motivación, una comprensión más profunda y tangible de los conceptos geométricos tridimensionales, y un aumento en su capacidad para aplicar estos conocimientos en contextos diversos.

Si bien numerosos estudios documentan los beneficios de la RA y GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas, pocos han explorado su aplicación específica en la mejora de la inteligencia espacial en la enseñanza de la geometría volumétrica en secundaria. Existe, por tanto, una necesidad de contar con evidencia empírica más robusta que analice no solo el impacto inmediato de estas tecnologías, sino también su influencia a largo plazo en el desarrollo de competencias cognitivas y motivacionales de los estudiantes.

En este sentido, el presente estudio busca abordar esta brecha al evaluar la implementación de GeoGebra 3D con RA en un contexto educativo real, analizando su impacto en la inteligencia espacial, el rendimiento académico y la percepción de los estudiantes sobre su proceso de aprendizaje. Así, la RA se posiciona como una tecnología capaz de redefinir las prácticas pedagógicas en el ámbito matemático, contribuyendo al desarrollo de habilidades espaciales clave en la formación de los estudiantes.

### 3. Metodología

El presente estudio se fundamenta en un diseño metodológico destinado a evaluar los efectos de la integración de la RA a través de la aplicación GeoGebra 3D en el desarrollo de la inteligencia espacial y el aprendizaje de la geometría volumétrica en estudiantes de educación secundaria, específicamente en la asignatura de Matemáticas de tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Esta investigación adopta un enfoque cuasi-experimental con un diseño pretest-postest y grupos no equivalentes, una estrategia ampliamente utilizada en contextos educativos donde no es posible realizar asignaciones completamente aleatorias (Campbell & Stanley, 2015). Este diseño permite realizar una comparación efectiva entre un grupo experimental, que utilizó GeoGebra 3D con RA, y un grupo control, con los que se empleó mediante métodos tradicionales.

La muestra estaba formada por 53 alumnos de tercero de ESO, que fueron asignados aleatoriamente a un grupo experimental o a un grupo de control. Los grupos se mantuvieron separados, pero el mismo profesor impartió las sesiones en ambos casos, garantizando así la homogeneidad en la instrucción. Cabe destacar que no se observaron adaptaciones curriculares significativas, garantizando así una homogeneidad inicial en los niveles de habilidades y conocimientos exhibidos por los participantes. Además, ambos grupos siguieron la misma programación didáctica, contenidos curriculares y métodos de evaluación, asegurando que la única variable que difería entre los grupos era la integración de GeoGebra 3D con realidad aumentada en el grupo experimental. Los criterios de selección de la muestra incluyeron la accesibilidad, la disponibilidad de los estudiantes y los recursos tecnológicos del centro, lo que permitió llevar a cabo la intervención en condiciones reales representativas del contexto educativo. Este diseño garantizó que las condiciones de ambos grupos fueran lo más equivalentes posible, a excepción de la variable objeto del experimento, cumpliendo así los requisitos metodológicos de validez.

La intervención educativa se diseñó siguiendo un enfoque constructivista, centrado en el aprendizaje activo y la exploración guiada. El grupo experimental interactuó con GeoGebra 3D, utilizando dispositivos móviles para visualizar, manipular y analizar objetos geométricos tridimensionales superpuestos al entorno real mediante RA. Durante las sesiones, se realizaron actividades que fomentaron la comprensión conceptual y la capacidad de visualización espacial a través de experiencias multisensoriales, alineadas con investigaciones previas que destacan la eficacia de estas tecnologías emergentes en la mejora del aprendizaje geométrico (Uriarte-Portillo et al., 2023; Ibili et al., 2020). En la Figura 1, se presenta una fotografía del grupo experimental trabajando con la aplicación GeoGebra 3D en el aula, reflejando el carácter participativo de la experiencia; por otro lado, el grupo control continuó recibiendo instrucción tradicional basada en explicaciones teóricas y ejercicios escritos.

**Figura 1.**

Estudiantes del grupo experimental interactuando con GeoGebra 3D en un entorno de aprendizaje con RA.



La recolección de datos se realizó mediante instrumentos validados y estandarizados. Para evaluar las habilidades espaciales, se utilizó el Purdue Spatial Visualization Test: Rotations (PSVT:R), una prueba psicométricamente parametrizada para medir habilidades de rotación mental (Ernst et al., 2017). Este instrumento se aplicó antes y después de la intervención para identificar cambios significativos en las habilidades espaciales del alumnado.

Además, se diseñó y aplicó un cuestionario tipo Likert, compuesto por ítems organizados en escalas que evaluaron de forma específica: (1) la motivación del alumnado hacia el aprendizaje con GeoGebra 3D con RA; (2) la percepción de utilidad de esta herramienta en la mejora de su aprendizaje geométrico; y (3) la facilidad de uso percibida al interactuar con la aplicación en un entorno de RA. Este cuestionario permitió obtener datos cualitativos y cuantitativos que complementaron el análisis, proporcionando una visión integral de la experiencia educativa desde la perspectiva del usuario. Estas pruebas, aplicadas antes y después de la intervención, permitieron evaluar de forma precisa la adquisición de los conocimientos y habilidades asociados a la geometría volumétrica, garantizando la validez y fiabilidad de los resultados mediante el análisis del coeficiente alfa de Cronbach (Taber, 2018). La fiabilidad interna de los ítems del cuestionario fue evaluada mediante el coeficiente alfa de Cronbach (Tabla 1), arrojando valores altos en todas las dimensiones evaluadas, lo que respalda la consistencia interna de los datos obtenidos.

*Tabla 1.*

*Coeficiente de fiabilidad interna (alfa de Cronbach) para las dimensiones evaluadas.*

Dimensión	α de Cronbach
Alineación con la normativa curricular	0.872
Eficacia de la RA en la resolución de problemas	0.789
Facilidad de interacción con las herramientas de RA	0.845
Motivación e interés generados por la RA	0.911
Fiabilidad percibida de la aplicación	0.896

Para medir el rendimiento académico en geometría volumétrica se diseñaron pruebas escritas específicas en consonancia con el currículo oficial de Matemáticas para tercero de ESO en España, establecido en el Real Decreto 217/2022 (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022). El currículo enfatiza el desarrollo de habilidades relacionadas con la comprensión y análisis de formas tridimensionales, así como la resolución de problemas que implican el cálculo de áreas, volúmenes y relaciones espaciales. Durante las cuatro semanas de intervención, los contenidos matemáticos abordados se alinearon con estos criterios, centrándose en los siguientes temas:

1. Reconocimiento y representación de sólidos geométricos: identificación de prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas, haciendo hincapié en sus características y propiedades.
2. Cálculo de áreas y volúmenes: aplicación de fórmulas para determinar áreas laterales y totales, así como los volúmenes de sólidos geométricos.
3. Análisis de secciones: interpretación y visualización de cortes planos en sólidos, explorando cómo afectan a la forma y al volumen.
4. Transformaciones geométricas: visualización y manipulación de sólidos mediante rotaciones, traslaciones y reflexiones para desarrollar las habilidades espaciales.

Además, las actividades realizadas en el grupo experimental incluyeron el uso de GeoGebra 3D con RA para la detección de superficies y la representación interactiva de figuras tridimensionales, tal como se ilustra en la Figura 2, que muestra la interfaz de GeoGebra 3D detectando la superficie (Figura 2.a), y realizando una actividad de introducción y representación de geometría con diferentes poliedros (Figura 2.b).

**Figura 2.**

Interfaz de GeoGebra 3D: (a) Detección de superficies y (b) Actividad de introducción y representación interactiva de poliedros tridimensionales en un entorno aumentado.



El análisis de los datos recogidos siguió un enfoque estadístico donde se realizaron análisis descriptivos para calcular medias, desviaciones estándar y rangos, caracterizando el comportamiento de las variables antes y después de la intervención. Posteriormente, se emplearon análisis inferenciales, como pruebas t de Student para muestras independientes y análisis de covarianza (ANCOVA), con un nivel de confianza del 95% ( $p < 0.05$ ). Este enfoque permitió determinar la significatividad estadística de las diferencias observadas.

entre los grupos experimental y control. Asimismo, se calcularon medidas de efecto, como el coeficiente de Cohen (Cohen, 1988), para evaluar la magnitud del impacto de la intervención.

Desde una perspectiva ética, se garantizó el cumplimiento de los principios de consentimiento informado, anonimato y confidencialidad de los datos. Los participantes y sus familias fueron informados de los objetivos de la investigación y se les permitió retirarse en cualquier momento sin repercusiones negativas. Para asegurar la viabilidad del estudio, se proporcionó formación inicial sobre el uso de GeoGebra 3D y asistencia técnica durante las sesiones, asegurando que los estudiantes pudieran aprovechar plenamente las capacidades de la tecnología implementada en la experiencia en el aula.

#### 4. Resultados

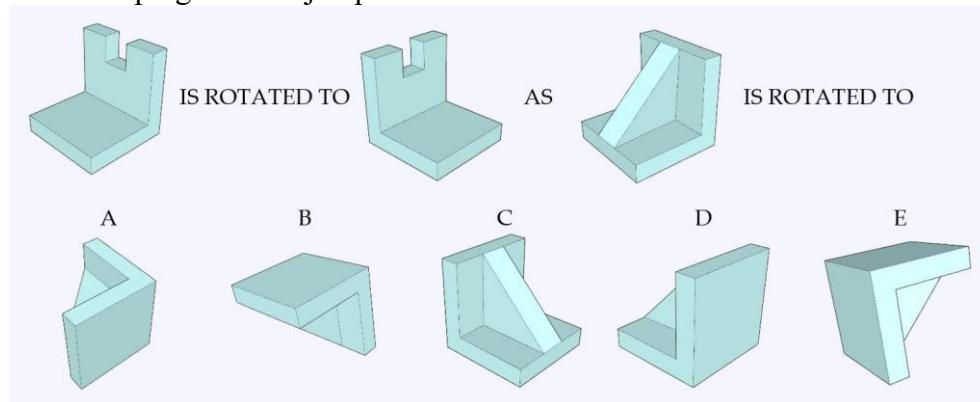
Esta sección expone los principales hallazgos del estudio, enfatizando el impacto de la RA y la herramienta GeoGebra 3D en el desarrollo del aprendizaje en geometría volumétrica y habilidades espaciales. Los resultados se estructuran considerando el diseño experimental, el análisis estadístico aplicado y las implicaciones observadas en la motivación y percepción del alumnado. A continuación, se presentan los resultados acompañados de tablas actualizadas que incluyen los valores de df, p y  $\alpha$  de Cohen en todas las comparaciones realizadas. Los datos han sido contextualizados y descritos de forma coherente con el marco teórico y metodológico previamente desarrollado, aportando claridad a la interpretación de los resultados. Además, se incluyen análisis inferenciales y descriptivos respaldados por referencias, que fortalecen la validez de los hallazgos y permiten extraer conclusiones significativas sobre el impacto de la intervención.

##### 4.1. Procedimiento

El desarrollo de la investigación se estructuró en tres etapas principales. En la primera fase, se realizó un pretest que incluyó la aplicación del PSVT:R y una prueba escrita inicial, con el propósito de establecer un nivel basal de habilidades espaciales y conocimientos geométricos en ambos grupos participantes, lo cual permitió garantizar la homogeneidad inicial de las muestras y establecer una línea base para evaluar el impacto de la intervención. En la Figura 3, se muestra un ejemplo de pregunta utilizada en el PSVT:R, donde se evalúa la capacidad del alumnado para identificar correctamente cómo un objeto tridimensional es rotado en el espacio.

**Figure 3.**

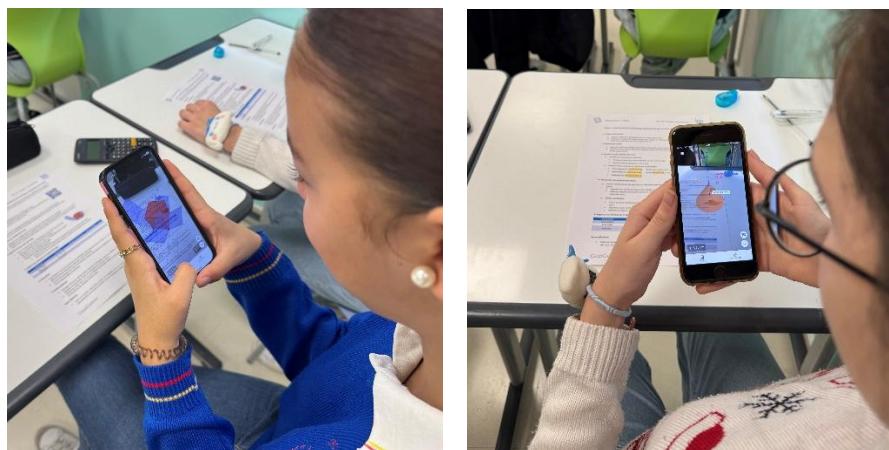
PSVT: R pregunta de ejemplo.



La segunda etapa consistió en la implementación de la intervención, que tuvo una duración aproximada de cuatro semanas, ajustándose a la disponibilidad horaria y al ritmo de avance de los estudiantes. Durante este período, el grupo experimental utilizó la herramienta GeoGebra 3D en un entorno de RA, donde los estudiantes participaron en actividades prácticas centradas en la manipulación de sólidos geométricos, el cálculo de volúmenes y áreas, y la exploración dinámica de propiedades geométricas (Figura 4). Estas actividades están diseñadas para fomentar un aprendizaje interactivo, permitieron a los estudiantes relacionar conceptos abstractos con experiencias concretas y visuales.

**Figure 4.**

Estudiantes del grupo experimental trabajando en el aula durante la experiencia con GeoGebra 3D y RA.



Finalmente, en la tercera etapa, se llevó a cabo un postest que incluyó nuevamente el PSVT:R, la prueba escrita final y un cuestionario de percepción diseñado para evaluar la motivación y la experiencia de los estudiantes con las herramientas tecnológicas utilizadas. Con el objetivo de fomentar la autonomía del alumnado y facilitar el acceso al contenido, se diseñaron hojas de trabajo enriquecidas con elementos de RA en forma de fichas de actividades como recursos educativos abiertos (REA) (Morales et al., 2024). Estas fichas integraban códigos QR que enlazaban directamente a la aplicación GeoGebra AR, permitiendo a los estudiantes interactuar con actividades aumentadas de manera intuitiva y accesible, un ejemplo de estas hojas de trabajo se muestra en la Figura 5.

### Figure 5.

Ejemplo de hojas de trabajo con contenido de RA, acompañado de una captura de pantalla ilustrativa del contenido aumentado en la aplicación.

**Ficha 1. Explorando las Propiedades Geométricas de un Cubo en Realidad Aumentada**

Objetivo: Fomentar la comprensión geométrica a través de la manipulación interactiva de un cubo en realidad aumentada, incluyendo el cambio de medidas, apertura de caras y análisis de sus propiedades.

**Instrucciones:**

- Preparación previa:**
  - Instala la aplicación **GeoGebra 3D** en tu dispositivo móvil.
  - Escanea el código QR proporcionado para cargar un modelo interactivo de un cubo y aségurártelas a las aristas un valor de 4 cm.
- Exploración inicial:**
  - Arriva el modo de realidad aumentada y posiciona el rubro en una superficie plana.
  - Observa el cubo desde diferentes ángulos utilizando las herramientas de rotación y zoom.
- Cambios en las medidas del cubo:**
  - Accede a las configuraciones de las aristas en la herramienta de Geogebra.
  - Modifica la longitud de las aristas del cubo a valores diferentes (ejemplo: 3 cm, 5 cm, 6,5 cm).
  - Registra cómo cambian el área lateral, el área total y el volumen tras modificar las medidas.
- Apertura de las caras del cubo:**
  - Usa la herramienta de manipulación para abrir las caras del cubo y visualizarlo como un desarrollo plano.
  - Usa las herramientas de medida para comprobar que las áreas coinciden con las medidas establecidas.
  - Responde a siguientes preguntas:
    - ¿Cómo se relacionan las áreas de las caras?
    - ¿Qué ocurre con las proporciones cuando cambiamos las medidas?
- 5. Registra tus cálculos en la siguiente tabla:**

Parámetro	Formulación	Resultado
Área lateral	$A_l = 4 \cdot a^2$	$A_l = 16 \text{ cm}^2$
Área total	$A_t = 6 \cdot a^2$	$A_t = 24 \text{ cm}^2$
Volumen	$V = a^3$	$V = 64 \text{ cm}^3$

**Ficha 4. Explorando las Propiedades Geométricas de un Cono en Realidad Aumentada**

**1. Preparación previa:**

- Instala la aplicación **GeoGebra 3D** en tu dispositivo móvil.
- Escanea el código QR proporcionado para cargar un modelo interactivo de un cono con radio base de 3 cm y altura de 5 cm.

**2. Exploración inicial:**

- Activa el modo de realidad aumentada y posiciona el cono sobre una superficie plana.
- Observa el cono desde diferentes ángulos y ajusta el zoom para detallar sus características (base, altura y generatriz).

**3. Cambios en las medidas del cono:**

- Cambia las dimensiones de la base (ejemplo: 2 cm, 4 cm, 5 cm).
- Ajusta la altura (ejemplo: 5 cm, 3 cm).
- Observa cómo cambian las siguientes propiedades:
  - Área lateral ( $A_l$ ):  $A_l = \pi \cdot r \cdot g$ , donde  $g$  es la generatriz.
  - Área total ( $A_t$ ):  $A_t = A_b + A_l$ , donde  $A_b = \pi \cdot r^2$ .
  - Volumen ( $V$ ):  $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$

**4. Interacción con el desarrollo plano:**

- Usa las herramientas de apertura en GeoGebra para el desarrollo.
- Identifica las partes del desarrollo: Sector circular.
- Mide los ángulos del sector circular y compáralos con la medida del cono.

**5. Corte y sección:**

- Corta el cono horizontalmente en diferentes bases.
- Observa cómo varían los radios de las secciones.
- Reflexiona sobre la relación entre la altura del cono y las secciones.

**5. Registra tus cálculos en la tabla:**

Parámetro	Formulación
Área lateral	$A_l = \pi \cdot r \cdot g$
Área total	$A_t = A_b + A_l$
Volumen	$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$

**Tarea adicional:**

- Crea un modelo interactivo propio en GeoGebra personalizado. Comparte el modelo con tus compañeros.

### 4.2. Análisis de datos

El análisis de datos se realizó utilizando técnicas de estadística descriptiva e inferencial, se llevaron a cabo pruebas t de Student para muestras independientes con un nivel de significación del 5% ( $p < .05$ ) para determinar las diferencias significativas entre los grupos experimental y control. Asimismo, se calcularon los tamaños del efecto mediante el coeficiente  $\alpha$  de Cohen, con el objetivo de evaluar la magnitud de las diferencias encontradas. Adicionalmente, se consideró el uso de análisis de covarianza (ANCOVA) para ajustar por posibles variaciones iniciales y proporcionar un análisis más preciso. Los resultados se presentan de manera estructurada en función de las principales variables evaluadas: habilidades espaciales, rendimiento académico en geometría volumétrica y percepción del alumnado sobre la intervención, destacando tanto los valores obtenidos como su interpretación.

El PSVT:R fue empleado para medir las habilidades espaciales antes y después de la intervención, los resultados se resumen en la Tabla 2, donde se evidencian mejoras significativas en el grupo experimental tras la intervención. Mientras que las diferencias en el pretest no resultaron significativas ( $df = 0.24, p = 0.81$ ), el postest reveló una mejora significativa a favor del grupo experimental ( $df = 2.31, p = 0.025$ ) con un tamaño del efecto moderado ( $\alpha$  de Cohen = 0.60). Este hallazgo refuerza la idea de que el uso de GeoGebra 3D en un entorno de RA facilita el desarrollo de habilidades de visualización y rotación mental, habilidades fundamentales para el aprendizaje geométrico.

*Tabla 2.*

*Estadística descriptiva del PSVT:R y resultados de las pruebas t entre grupos.*

Prueba	Grupo	n	M	DE	Mín.	Máx.	df	p	α de Cohen
Pretest	Exp	27	14.2	3.4	9	20	0.24	0.81	0.05
Pretest	Ctrl	26	14	3.1	8	19	0.24	0.81	0.05
Posttest	Exp	27	17.5	3.2	12	23	2.31	0.025	0.6
Posttest	Ctrl	26	15	3.2	9	20	2.31	0.025	0.6

*Nota:* En el pretest no se observaron diferencias significativas entre Exp y Ctrl. En el posttest, el grupo Exp mostró una mejora significativa en comparación con Ctrl.  $p < 0.05$ .

Por otro lado, el rendimiento académico en geometría volumétrica, evaluado mediante una prueba escrita, también presentó una mejora significativa en el grupo experimental tras la intervención. Como se detalla en la Tabla 3, mientras que en el pretest no se encontraron diferencias significativas ( $df = 0.25, p = 0.80$ ), en el posttest las puntuaciones del grupo experimental fueron significativamente superiores ( $df = 2.04, p = 0.047$ ). Aunque el tamaño del efecto fue moderado ( $\alpha$  de Cohen = 0.40), estos resultados subrayan la eficacia del aprendizaje basado en RA para promover una comprensión más profunda de conceptos geométricos complejos.

*Tabla 3.*

*Estadística descriptiva del rendimiento académico y resultados de las pruebas t entre grupos.*

Prueba	Grupo	n	M	DE	Mín.	Máx.	df	p	α de Cohen
Pretest	Exp	27	5.5	1.2	3	8	0.25	0.8	0.05
Pretest	Ctrl	26	5.4	1.3	3	8	0.25	0.8	0.05
Posttest	Exp	27	6.7	1.1	4	9	2.04	0.047	0.4
Posttest	Ctrl	26	5.9	1.2	4	8	2.04	0.047	0.4

*Nota.* En el pretest no se observaron diferencias significativas entre Exp y Ctrl. En el posttest, el grupo Exp mostró una mejora significativa en comparación con Ctrl.  $p < 0.05$ .

Finalmente, la percepción de los estudiantes respecto a la intervención fue evaluada a través de un cuestionario que incluyó dimensiones como utilidad percibida, motivación y facilidad de uso. Los resultados, presentados en la Tabla 4, destacan que la motivación percibida fue significativamente mayor en el grupo experimental ( $df = 2.10, p = 0.04$ ,  $\alpha$  de Cohen = 0.6). Aunque la utilidad percibida y la facilidad de uso no presentaron diferencias significativas, los datos indican una tendencia positiva hacia la experiencia con las herramientas de RA.

*Tabla 4.*

*Estadística descriptiva del cuestionario de percepción y resultados de las pruebas t entre grupos.*

Dimensión	Grupo	n	M	DE	df	p	α de Cohen
Utilidad percibida (1-3)	Exp	27	4.5	0.8	1.48	0.145	0.4
	Ctrl	26	4.1	0.9	1.48	0.145	0.4
Motivación (4-6)	Exp	27	4.8	0.9	2.1	0.04	0.6
	Ctrl	26	4	1	2.1	0.04	0.6
Facilidad de uso (7-10)	Exp	27	4.6	0.7	1.78	0.08	0.5
	Ctrl	26	4.2	0.8	1.78	0.08	0.5

*Nota.* En el postest se observan diferencias significativas a favor del grupo Exp, aunque el efecto es moderado  $p < 0.05$ .

En conjunto, los resultados obtenidos evidencian que la intervención basada en RA y el uso de GeoGebra 3D no solo contribuyen significativamente al desarrollo de habilidades espaciales y al incremento del rendimiento académico, sino que también potencian la motivación del alumnado hacia el aprendizaje. Estos hallazgos destacan la importancia de integrar tecnologías emergentes en los entornos educativos, promoviendo un aprendizaje más profundo, interactivo y enriquecedor que responda a las necesidades de la educación contemporánea.

## 5. Discusión

Los resultados corroboran la eficacia de la incorporación de herramientas tecnológicas interactivas en la pedagogía de la geometría volumétrica, corroborando así la investigación existente que ha subrayado previamente el potencial de la RA. En concreto, la mejora sustancial de la aptitud espacial mostrada por el grupo experimental, medida por el PSVT:R, coincide con las observaciones de Ibili et al. (2020). Estos investigadores sostienen que la RA fomenta la rotación mental y la visualización espacial a través de interfaces intuitivas. La diferencia estadísticamente significativa entre grupos ( $df = 2,31$ ,  $p = 0,025$ , alfa de Cohen = 0,6) indica un efecto moderado debido a la manipulación interactiva de objetos 3D en un entorno real.

Se ha demostrado que la capacidad de GeoGebra 3D para permitir la exploración directa, caracterizada por la manipulación rotacional, lógica y en perspectiva, facilita el establecimiento de marcos cognitivos duraderos y transferibles. Este hallazgo se alinea con las afirmaciones de Uriarte-Portillo et al. (2023), quienes sostienen que la RA integra elementos abstractos y concretos, promoviendo así la comprensión dentro de entornos tridimensionales inmersivos. La mejora en el rendimiento académico relacionada con la geometría volumétrica ( $df = 2,04$ ,  $p = 0,047$ , alfa de Cohen = 0,4) corrobora la noción de que la interacción directa con modelos tridimensionales favorece la comprensión conceptual, corroborando las observaciones de Solvang y Haglund (2021), que han demostrado la eficacia de la exploración dinámica en la asimilación de conceptos relativos a volúmenes y secciones de sólidos. Estos resultados se alinean con los hallazgos de estudios como el de Bautista et al. (2024), que enfatizan el potencial de la RA para influir en la disposición espacial de los contenidos y reducir la carga cognitiva, facilitando así la comprensión de conceptos complejos en geometría y otras disciplinas STEM.

Además, la incorporación de componentes de RA fomentó conexiones perceptibles entre los conceptos teóricos y sus aplicaciones prácticas en geometría, un fenómeno destacado por Juandi et al. (2021) en su análisis de GeoGebra 3D. La proyección de funciones u objetos matemáticos en el entorno real resultó ser un factor significativo para aumentar la motivación de los estudiantes y su percepción positiva del aprendizaje, como lo demuestra la diferencia sustancial en la motivación observada en el grupo experimental ( $df = 2,1$ ,  $p = 0,04$ , alfa de Cohen = 0,6). Estas observaciones corroboran los hallazgos de Cerro y Morales (2021), quienes destacan el enfoque autónomo y colaborativo que ofrecen los REA enriquecidos con RA.

Aunque no hubo diferencias estadísticamente significativas en las percepciones de utilidad y facilidad de uso, los comentarios cualitativos indicaron una tendencia favorable hacia la herramienta, a pesar de retos específicos como la compatibilidad con dispositivos antiguos. Este hallazgo concuerda con las conclusiones de Pellas et al. (2019), quienes argumentaron que los factores externos, incluida la infraestructura tecnológica y el soporte técnico, influyen en la adopción de soluciones de RA.

A pesar de los resultados alentadores, se identifican limitaciones que engendran un grado de precaución en relación con la generalización de los hallazgos. El periodo de intervención relativamente breve (cuatro semanas) dificulta la capacidad de determinar los efectos sostenidos a lo largo del tiempo, y el tamaño restringido de la muestra limita las posibilidades de extrapolar las conclusiones a otros contextos educativos. Además, la formación del profesorado y la disponibilidad de recursos tecnológicos compatibles se identifican como retos críticos para la implantación generalizada de la RA en el aula.

Los resultados, considerados en su conjunto, ponen de relieve el potencial de la RA en el contexto de la educación STEM. Se ha demostrado que la integración de estímulos visuales, táctiles y conceptuales mejora el compromiso de los estudiantes, refuerza su motivación y promueve una comprensión más profunda de conceptos abstractos. Estos resultados confirman que GeoGebra 3D es una herramienta accesible y versátil para la enseñanza de las ciencias y las matemáticas.

## 6. Conclusiones

Los resultados indican que la RA, especialmente cuando se utiliza el software GeoGebra 3D, tiene el potencial de influir significativamente en la pedagogía y el aprendizaje de la geometría volumétrica en el sector de la educación secundaria. Al facilitar la interacción con modelos tridimensionales en tiempo real, se ha demostrado que los estudiantes desarrollan habilidades espaciales y mejoran significativamente su rendimiento académico, como demuestra el aumento de las puntuaciones en las pruebas PSVT:R y de rendimiento.

Se ha demostrado que la manipulación directa de objetos tridimensionales y la posibilidad de proyectar conceptos complejos en un entorno físico facilitan una comprensión más profunda de las propiedades métricas y topológicas. Se ha demostrado que este enfoque fomenta el aprendizaje autónomo y crítico. Este avance en el cultivo de las competencias STEM se ve reforzado por una mayor motivación de los alumnos, lo que indica que la innovación tecnológica no sólo fomenta la comprensión conceptual, sino que también cataliza el compromiso y el entusiasmo por las matemáticas.

No obstante, el estudio no está exento de limitaciones, que deben tenerse en cuenta a la hora de interpretar los resultados. El diseño cuasi-experimental, el tamaño de la muestra y la duración de la intervención pueden influir en la validez externa y en la evaluación de los efectos a largo plazo. Además, la dependencia de infraestructuras tecnológicas y la necesidad de formación del profesorado apuntan a retos organizativos que las instituciones educativas deben abordar para garantizar la sostenibilidad de estas innovaciones.

La evidencia sustancial presentada apoya la incorporación de la RA como recurso pedagógico eficaz para la enseñanza de la geometría volumétrica, al proporcionar experiencias de aprendizaje dinámicas y tangibles que refuerzan la comprensión conceptual y la motivación. Futuros estudios podrían extender el período de intervención, aumentar el tamaño de la muestra y considerar diferentes poblaciones educativas para evaluar la persistencia de los efectos y mejorar la implementación de tecnologías inmersivas en el aula.

Presentación del artículo: 27 de diciembre de 2024

Fecha de aprobación: 28 de febrero de 2025

Fecha de publicación: 30 de julio de 2025

Morales Méndez, G. & Lozano Avilés, A. B. (2025). Augmented reality and GeoGebra 3D for improving spatial intelligence in teaching volumetric geometry. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 25(82). <http://dx.doi.org/10.6018/red.644051>

### **Declaración del autor o de los autores sobre el uso de LLM**

Este artículo no ha utilizado para su redacción textos provenientes de un LLM (ChatGPT u otros).

### **Financiación**

No se han recibido subvenciones específicas de organismos de financiación públicos, comerciales o sin ánimo de lucro para este trabajo.

### **Referencias**

- Atit, K., Power, J. R., Pigott, T., Lee, J., Geer, E. A., Uttal, D. H., ... & Sorby, S. A. (2022). Examining the relations between spatial skills and mathematical performance: A meta-analysis. *Psychonomic bulletin & review*, 1-22. <https://doi.org/10.3758/s13423-021-02012-w>
- Baltaci, S., & Yildiz, A. (2015). GeoGebra 3D from the perspectives of elementary pre-service mathematics teachers who are familiar with a number of software programs. *Cypriot Journal of Educational Sciences*, 10(1), 12-17.
- Bautista, L. E., Maradei, F., & Pedraza, G. (2024). Análisis de la disposición espacial de contenido en entornos de realidad aumentada y su efecto en la carga cognitiva de los usuarios. *Pixel-Bit. Revista De Medios y Educación*. <https://doi.org/10.12795/pixelbit.109089>
- Buchner, J., & Kerres, M. (2023). Media comparison studies dominate comparative research on augmented reality in education. *Computers & Education*, 195, 104711. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2022.104711>
- Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (2015). *Experimental and quasi-experimental designs for research*. Ravenio books.

- Chang, C. Y., & Hwang, G. J. (2019). Trends in digital game-based learning in the mobile era: A systematic review of journal publications from 2007 to 2016. *International Journal of Mobile Learning and Organisation*, 13(1), 68-90. <https://doi.org/10.1504/IJMLO.2019.096468>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Lawrence Erlbaum Associates.
- Crollen, V., & Noël, M. P. (2015). Spatial and numerical processing in children with high and low visuospatial abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, 132, 84-98. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.12.006>
- del Cerro Velázquez, F., & Morales Méndez, G. (2017). Realidad Aumentada como herramienta de mejora de la inteligencia espacial en estudiantes de educación secundaria. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 54. <http://dx.doi.org/10.6018/red/54/5>
- del Cerro Velázquez, F., & Morales Méndez, G. (2021). Systematic review of the development of spatial intelligence through augmented reality in stem knowledge areas. *Mathematics*, 9(23), 3067. <https://doi.org/10.3390/math9233067>
- del Cerro Velázquez, F., & Morales Méndez, G. (2021). Application in augmented reality for learning mathematical functions: A study for the development of spatial intelligence in secondary education students. *Mathematics*, 9(4), 369. <https://doi.org/10.3390/math9040369>
- Dunleavy, M., & Dede, C. (2014). Augmented reality teaching and learning. *Handbook of research on educational communications and technology*, 735-745. [https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3185-5\\_59](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3185-5_59)
- Ernst, J. V., Williams, T. O., Clark, A. C., & Kelly, D. P. (2017). Factors of spatial visualization: An analysis of the PSVT: R. *The Engineering Design Graphics Journal*, 81(1).
- Freina, L., & Ott, M. (2015). A literature review on immersive virtual reality in education: State of the art and perspectives. *eLearning & Software for Education (eLSE)*, 1, 133-141.
- Furió, D., González-Gancedo, S., Juan, M. C., Seguí, I., & Rando, N. (2013). Evaluation of learning outcomes using an educational iPhone game vs. traditional game. *Computers & Education*, 64, 1-23. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.12.001>
- Gecu-Parmaksız, Z., & Delialioğlu, Ö. (2020). The effect of augmented reality activities on improving preschool children's spatial skills. *Interactive Learning Environments*, 28(7), 876-889. <https://doi.org/10.1080/10494820.2018.1546747>
- Hawes, Z. C., Gilligan-Lee, K. A., & Mix, K. S. (2022). Effects of spatial training on mathematics performance: A meta-analysis. *Developmental Psychology*, 58(1), 112. <https://doi.org/10.1037/dev0001281>
- Hegarty, M. (2010). Components of spatial intelligence. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 52, pp. 265-297). Academic Press. [https://doi.org/10.1016/S0079-7421\(10\)52007-3](https://doi.org/10.1016/S0079-7421(10)52007-3)
- Hoe, Z. Y., Lee, I. J., Chen, C. H., & Chang, K. P. (2019). Using an augmented reality-based training system to promote spatial visualization ability for the elderly. *Universal*

- Access in the Information Society*, 18, 327-342. <https://doi.org/10.1007/s10209-017-0597-x>
- Hohenwarter, M., & Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. In *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference* (pp. 1-6). University of Pecs.
- Hung, Y. H., Chen, C. H., & Huang, S. W. (2017). Applying augmented reality to enhance learning: a study of different teaching materials. *Journal of Computer Assisted Learning*, 33(3), 252-266. <https://doi.org/10.1111/jcal.12173>
- Ibáñez, M.-B., & Delgado-Kloos, C. (2018). Augmented reality for STEM learning: A systematic review. *Computers & Education*, 123, 109-123. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.05.002>
- İbili, E., Çat, M., Resnyansky, D., Şahin, S., & Billinghurst, M. (2020). An assessment of geometry teaching supported with augmented reality teaching materials to enhance students' 3D geometry thinking skills. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(2), 224-246. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1583382>
- Juandi, D., Kusumah, Y. S., Tamur, M., Perbowo, K. S., & Wijaya, T. T. (2021). A meta-analysis of Geogebra software decade of assisted mathematics learning: what to learn and where to go?. *Helijon*, 7(5). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06953>
- Lee, I., Grover, S., Martin, F., Pillai, S., & Malyn-Smith, J. (2020). Computational thinking from a disciplinary perspective: Integrating computational thinking in K-12 science, technology, engineering, and mathematics education. *Journal of Science Education and Technology*, 29, 1-8. <https://doi.org/10.1007/s10956-019-09803-w>
- Maeda, Y., & Yoon, S. Y. (2013). A meta-analysis on gender differences in mental rotation ability measured by the Purdue Spatial Visualization Tests: Visualization of Rotations (PSVT:R). *Educational Psychology Review*, 25(1), 69-94. <https://doi.org/10.1007/s10648-012-9215-x>
- Ministry of Education and Vocational Training (2022). Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. *Boletín Oficial del Estado (BOE)*, no. 76, 30 March 2022, pages 38949 to 39120. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/29/217>
- Mix, K. S., Levine, S. C., Cheng, Y. L., Young, C., Hambrick, D. Z., Ping, R., & Konstantopoulos, S. (2016). Separate but correlated: The latent structure of space and mathematics across development. *Journal of Experimental Psychology: General*, 145(9), 1206. <https://doi.org/10.1037/xge0000182>
- Morales Méndez, G., del Cerro Pérez, A., & del Cerro Velázquez, F. (2024). Prototype Pultrusion of Recycled Polyethylene Terephthalate Plastic Bottles into Filament for 3D Eco-Printing: Education for a Sustainable Development Project. *Sustainability*, 16(19), 8347. <https://doi.org/10.3390/su16198347>
- Mystakidis, S., Christopoulos, A., & Pellas, N. (2022). A systematic mapping review of augmented reality applications to support STEM learning in higher education. *Education and Information Technologies*, 27(2), 1883-1927. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10682-1>

- Newcombe, N. S., & Shipley, T. F. (2014). Thinking about spatial thinking: New typology, new assessments. In *Studying visual and spatial reasoning for design creativity* (pp. 179-192). Dordrecht: Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-017-9297-4\\_10](https://doi.org/10.1007/978-94-017-9297-4_10)
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement?. *Early childhood research quarterly*, 36, 550-560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Parong, J., & Mayer, R. E. (2021). Learning about history in immersive virtual reality: does immersion facilitate learning?. *Educational Technology Research and Development*, 69(3), 1433-1451. <https://doi.org/10.1007/s11423-021-09999-y>
- Patsiomitou, S. (2008). The Development of Students Geometrical Thinking through Transformational Processes and Interaction Techniques in a Dynamic Geometry Environment. *Issues in Informing Science & Information Technology*, 5. <https://doi.org/10.28945/3235>
- Pellas, N., Fotaris, P., Kazanidis, I., & Wells, D. (2019). Augmenting the learning experience in primary and secondary school education: A systematic review of recent trends in augmented reality game-based learning. *Virtual Reality*, 23(4), 329-346. <https://doi.org/10.1007/s10055-018-0347-2>
- Radu, I. (2014). Augmented reality in education: A meta-review and cross-media analysis. *Personal and Ubiquitous Computing*, 18, 1533-1543. <https://doi.org/10.1007/s00779-013-0747-y>
- Solvang, L., & Haglund, J. (2021). How can GeoGebra support physics education in upper-secondary school-a review. *Physics Education*, 56(5), 055011. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/ac03fb>
- Sorby, S. A. (2009). Educational research in developing 3-D spatial skills for engineering students. *International Journal of Science Education*, 31(3), 459-480. <https://doi.org/10.1080/09500690802595839>
- Sorby, S. A., Veurink, N., & Streiner, S. (2018). Does spatial skills instruction improve STEM outcomes? The answer is "yes." *Learning and Individual Differences*, 67, 209-222. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.09.001>
- Taber, K. S. (2018). The use of Cronbach's alpha when developing and reporting research instruments in science education. *Research in science education*, 48, 1273-1296. <https://doi.org/10.1007/s11165-016-9602-2>
- Uriarte-Portillo, A., Zatarain-Cabada, R., Barrón-Estrada, M. L., Ibáñez, M. B., & González-Barrón, L. M. (2023). Intelligent Augmented Reality for Learning Geometry. *Information*, 14(4), 245. <https://doi.org/10.3390/info14040245>
- Uttal, D. H., & Cohen, C. A. (2012). Spatial thinking and STEM education: When, why, and how?. In *Psychology of learning and motivation* (Vol. 57, pp. 147-181). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-394293-7.00004-2>
- Uttal, D. H., Miller, D. I., & Newcombe, N. S. (2013). Exploring and enhancing spatial thinking: Links to achievement in STEM disciplines. *Current Directions in Psychological Science*, 22(5), 367-373.

- Wang, M. T., & Degol, J. L. (2017). Gender gap in science, technology, engineering, and mathematics (STEM): Current knowledge, implications for practice, policy, and future directions. *Educational psychology review*, 29, 119-140. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9355-x>
- Wassie, Y. A., & Zergaw, G. A. (2019). Some of the potential affordances, challenges and limitations of using GeoGebra in mathematics education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8). <https://doi.org/10.29333/ejmste/108436>
- Weinandl, R., Lavicza, Z., Hohenwarter, M., & Schallert, S. (2020). Enhancing flipped mathematics education by utilising GeoGebra. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 8(1), 1-15. <https://doi.org/10.46328/ijemst.v8i1.832>
- Wu, H. K., Lee, S. W. Y., Chang, H. Y., & Liang, J. C. (2013). Current status, opportunities and challenges of augmented reality in education. *Computers & education*, 62, 41-49. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.10.024>