



¿Había en España en el siglo XIX una enseñanza primaria intuitiva del sistema de numeración?¹

Was Primary Education in Nineteenth-Century Spain Characterized by an Intuitive Approach to Teaching the Number System?

VERONICA LOPEZ CANOVAS

Universidad de Murcia, España

veronica.lopez10@um.es

<https://orcid.org/0000-0003-1779-1884>

JOSEFA DOLERA ALMAIDA²

Universidad de Murcia, España

j.doleraalmaida@um.es

<https://orcid.org/0000-0003-4876-8193>

DOLORES CARRILLO GALLEG0

Universidad de Murcia, España

carrillo@um.es

<https://orcid.org/0000-0002-5170-2550>

Resumen:

El principio de intuición, formulado por Pestalozzi a comienzos del siglo XIX, ha sido ampliamente defendido en el ámbito educativo como un elemento básico de la práctica educativa. Pestalozzi lo defendió explícitamente para la enseñanza de la aritmética. Aun asumiendo este principio, las propuestas que se formularon en el siglo XIX fueron diferentes. El trabajo estudia el alcance de la interpretación de ese principio en España, centrándose en las propuestas que se hicieron para el aprendizaje del sistema de numeración en 47 libros de texto de primaria y en el *Diccionario de Educación* de Mariano Carde-

Abstract:

The principle of intuition, formulated by Pestalozzi at the beginning of the nineteenth century, has been advocated by many educational thinkers as a fundamental element of educational practice. Pestalozzi explicitly promoted this principle in the teaching of arithmetic. However, despite widespread acceptance of the principle, the proposals developed throughout the nineteenth century varied considerably. This paper examines how the principle was interpreted in Spain, focusing on proposals for teaching the number system found in 47 primary school textbooks and in Mariano Carderera's *Diccionario de*

1 Como referenciar este artículo (How to reference this article): López Cánovas, V., Dólera Almaida, J. y Carrillo Gallego, D. (2026). ¿Había en España en el siglo XIX una enseñanza primaria intuitiva del sistema de numeración? *Educatio Siglo XXI*, 44(2), 339-358. <https://doi.org/10.6018/educatio.642111>

2 Autor de correspondencia: Josefa Dólera Almaida

ra, comparándolos con investigaciones previas sobre las indicaciones en obras dirigidas a la formación del magisterio primario. La investigación realizada indica que las propuestas realizadas en el *Diccionario* y en las obras para la formación del magisterio primario no tienen su reflejo en los libros de texto de enseñanza primaria, que privilegiaban un aprendizaje verbal y memorístico.

Palabras clave:

Historia de la educación matemática; intuición; aritmética; libro de texto; escuela primaria.

Educación. These sources are compared with previous research on recommendations presented in works intended for primary teacher training. The findings indicate that the proposals outlined in the *Diccionario* and in teacher-training works were not reflected in primary school textbooks, which instead favored verbal and rote learning.

Key words:

History of mathematics education; intuition; arithmetic; textbook; primary school.

Résumé:

Le principe de l'intuition, formulé par Pestalozzi au début du 19ème siècle, a été défendu par de nombreuses personnes impliquées dans l'éducation comme un élément de base de la pratique éducative. Pestalozzi l'a explicitement préconisé pour l'enseignement de l'arithmétique. Même en partant de ce principe, les propositions formulées au 19e siècle étaient différentes. Cet article étudie la portée de l'interprétation de ce principe en Espagne, en se concentrant sur les propositions faites pour l'apprentissage du système de numération dans 47 manuels d'école primaire et dans le *Diccionario de Educación* de Mariano Carderera, en les comparant avec des recherches antérieures sur les indications figurant dans des ouvrages destinés à la formation des enseignants du primaire. La recherche effectuée indique que les propositions faites dans le *Diccionario* et dans les ouvrages destinés à la formation des enseignants du primaire ne sont pas reflétées dans les manuels de l'école primaire, qui privilégient l'apprentissage verbal et par cœur.

Mots clés:

Histoire de l'éducation mathématique; intuition; arithmétique; manuel; école primaire.

Fecha de recepción: 15-12-2024

Fecha de aceptación: 10-04-2025

Introducción

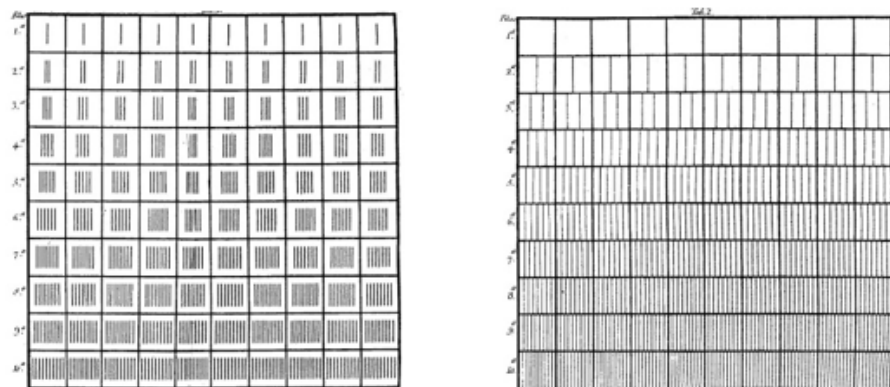
En los últimos años, se han realizado trabajos sobre la aplicación del principio de intuición al aprendizaje de la aritmética, en su fase inicial, prestando especial atención a los materiales didácticos que se proponían (o a la ausencia de estos) para favorecer la adquisición de los conceptos numéricos en las primeras edades (Bjarnadóttir, 2014; Carrillo, 2018; Carrillo y Dólera, 2022; Carrillo et al., 2021; Karp, 2018 y Madrid et al., 2023)).

Pestalozzi, a principios del siglo XIX, defendió que la enseñanza debía ir de lo concreto a lo abstracto, basándose en la intuición. Así, pro-

puso el uso de unas tablas de palotes (Figura 1) para el aprendizaje de los números enteros; y de cuadrados subdivididos para el aprendizaje de las fracciones.

Figura 1

Tablas 1 y 2 de Pestalozzi (enteros y quebrados). Fuente: Chavannes, 1807



Estas tablas fueron criticadas, entre otros, por José Mariano Vallejo, catedrático de matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid, por ser poco intuitivas. Sin embargo, a partir de ese momento se formularon propuestas de enseñanza que consideraban que el aprendizaje debía responder al principio de intuición de Pestalozzi (1746-1827), como defendieron, por ejemplo, Montesino (1843, 1850, 1988) y el propio Vallejo (1833). Se fomentaba que la actividad intuitiva podía partir también de la vida diaria del niño y de su entorno. A pesar de que la idea principal defendía el principio de intuición, las propuestas en el aula concretaban esto de formas variadas.

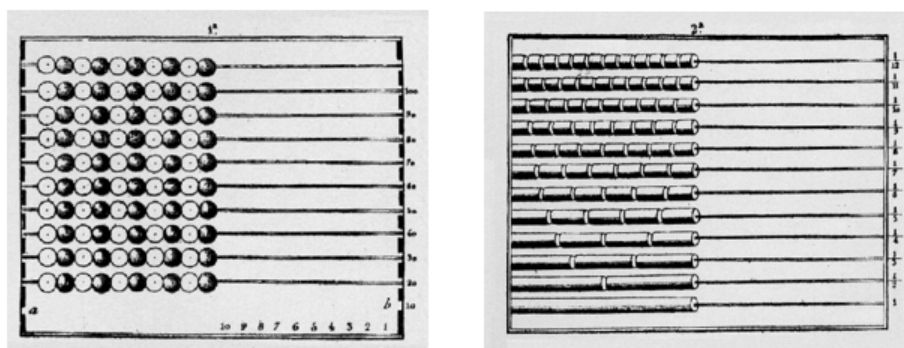
Pestalozzi, en sus obras *Cómo Gertrudis educa a sus hijos* y *Cartas sobre la educación de los niños* (1980), concretó su propuesta para la iniciación en el número y la aritmética, proponiendo el uso de colecciones. Para el aprendizaje de los números enteros y quebrados en sus escuelas elaboró las tablas anteriormente mencionadas, cuyo uso fue recogido por Chavannes (1807).

Por otro lado, Vallejo (1833), quien había asistido al ensayo sobre el método de Pestalozzi que se realizó en el Real Instituto Pestalozziano de Madrid (Carrillo, 2006), propuso el uso de un aparato de bolas para la enseñanza de los números enteros. Este aparato estaba compuesto

por diez alambres y cien bolas, colocadas por decenas. Para el uso de quebrados su propuesta consistía en un bastidor en el que un cilindro, de un pie de largo, colocado en un alambre, se presentaba, en los sucesivos alambres, subdividido en 2, 3,.. 12 partes iguales (Figura 2). Estos aparatos ponen en evidencia la diferente aproximación a los conceptos que tratamos entre Pestalozzi y Vallejo.

Figura 2

Bastidores de Vallejo: de enteros y de quebrados. Fuente: Vallejo, 1833



Otros autores cuyas propuestas se basaban en este tipo de aparatos de bolas para el aprendizaje de los números (hasta 100) fueron el inglés Samuel Wilderspin (1840), el director de la Escuela Normal Central de Madrid, Pablo Montesino, o el francés Denys Cochin (1833). Cabe destacar que tales aparatos no son considerados ábacos, pues el valor de cada bola, independientemente de su posición, es 1 (Carrillo, 2021).

El propósito de este trabajo es conocer la organización real de las actividades de enseñanza de las matemáticas en las escuelas. Es decir, acercarnos a las prácticas que se han realizado en las aulas. Este es un objetivo complejo, ya que se trata de obtener la información de la *caja negra* que son estas prácticas. Nuestro interés se centra, por tanto, en estudiar los materiales didácticos que se utilizaron y en extraer de ellos la máxima información posible.

Es una investigación sobre la cultura material de la escuela (Escolano, 2010; Martín-Fraile, 2019). Los objetos presentes en el aula nos informan de lo que se considera deseable y de lo que es posible hacer. Por ello, hay investigaciones sobre la génesis de diversos materiales didácticos y sobre su utilización en las aulas (Meavilla y Oller, 2013; Roberts, 2019).

Sobre los aparatos de bolas y su uso en la enseñanza de la aritmética están los trabajos de Bjarnadóttir (2014); Carrillo (2018); Carrillo y Dólera (2022); Carrillo et al. (2021) y Karp (2018). Como señalan Freiman y Volkov (2018), debería estudiarse la conexión entre los conceptos y procedimientos matemáticos y didácticos y los dispositivos de cálculo, cuya introducción en las escuelas durante los siglos XIX y XX ha sido poco investigada. La cuestión planteada en el trabajo trata de avanzar en esa dirección.

La investigación que estamos realizando surge de la cuestión de estudiar cómo se interpretó el principio de intuición en la enseñanza de la aritmética en España (siglo XIX). Otros trabajos realizados se refieren a la enseñanza del sistema de numeración identificando propuestas que se basaban en el principio de intuición y los materiales que utilizaban. Para un acercamiento a esta cuestión, Espín et al. (2024) utilizaron dos tipos de fuentes: los manuales para la formación del magisterio, en los que se abordaban cuestiones relativas a la metodología de la aritmética en las escuelas primarias; y los catálogos de material escolar, que proporcionaban información sobre qué materiales didácticos se ofertaban a las escuelas primarias.

En este trabajo continuamos abordando esta cuestión, utilizando los datos proporcionados por otros dos tipos de fuentes: los libros de texto de aritmética para la enseñanza primaria y las propuestas del *Diccionario de Educación y Métodos de Enseñanza* de Mariano Carderera. Así, esta investigación profundiza en la cuestión de cómo se aplicó el principio de intuición a la enseñanza de la aritmética en España, en el siglo XIX.

Marco empírico

Fuentes de la investigación

Este es un trabajo de Historia de la Educación Matemática por lo que el método utilizado ha sido el histórico. En consecuencia, para responder a la cuestión de investigación planteada se hace uso de fuentes sobre las que es necesario realizar una labor de búsqueda y de análisis crítico, lo que, tradicionalmente, se entiende como trabajo heurístico (localización y clasificación de las fuentes) y hermenéutico (interpretación histórica de los datos) (Ruiz-Berrio, 1997). En este método, la elección y la inter-

pretación de las fuentes ocupa un lugar central, pues la historia es un conocimiento basado en fuentes.

En este trabajo, las fuentes utilizadas han sido de dos tipos: libros de texto de aritmética para las escuelas primarias y el *Diccionario de Educación y Métodos de Enseñanza* de Mariano Carderera.

Como señala Gabriela Ossenbach (2010), los manuales escolares han sido protagonistas de la cultura escolar a lo largo de la historia, constituyendo, así, una importante fuente para las investigaciones sobre la historia de la educación. Los libros de texto de aritmética para las escuelas primarias que se han utilizado fueron aprobados para su uso en este tipo de escuelas y sus autores estuvieron ligados a instituciones educativas, generalmente por ser maestros de escuelas primarias o profesores de escuelas normales. Teniendo en cuenta los listados de obras aprobadas para su uso en la enseñanza primaria (Villalaín, 1999), se ha realizado una búsqueda de este tipo de obras en distintas instituciones que se han visitado personalmente, obteniendo copias de los documentos. Se realizó una búsqueda en la Biblioteca Nacional de España y en el Archivo Municipal de Murcia; otros fondos provienen de bibliotecas universitarias que se han visitado, como la de Zaragoza o la de Murcia, tanto de los fondos antiguos de la Escuela Normal como de los propios del Centro de Estudios sobre la Memoria Educativa (CEME) de la Universidad de Murcia. Se ha tenido acceso así a 47 libros de texto que se han utilizado en la investigación; su listado se encuentra en el apartado dedicado a las referencias. Aunque la mayoría de ellos están publicados en Madrid (17), los lugares de edición se distribuyen por la geografía española: Barcelona (7), Bilbao, Cáceres, Gerona, Granada, Logroño, Lorca, Málaga (2), Murcia (4), Orense, Pamplona, Tarragona, Valladolid (4), Vitoria y Zaragoza (2).

Este tipo de fuente puede permitir contrastar las indicaciones que se daban, en la formación del magisterio, sobre la enseñanza del sistema de numeración, lo que ha sido objeto de un trabajo anterior (Espín et al., 2024), con las que se recogían en los libros de texto elaborados para la enseñanza primaria.

Por otro lado, hemos analizado el *Diccionario de educación y métodos de enseñanza* (Carderera, 1857, 1858a y 1858b), amplia obra, formada por 4 tomos, que tuvo varias ediciones y ha sido estudiada por Vicén y Aísa (1995). Está organizada en voces, al estilo de un diccionario, que presenta una gran variedad de temas educativos. Se trata de una obra

que quería ser de referencia para todas las personas relacionadas con la educación y que, además de entradas propias de Mariano Carderera, recogía opiniones y propuestas de diversos autores, tanto españoles como extranjeros; por ello, el *Diccionario* fue una vía de introducción en España de posibles innovaciones educativas. En este trabajo, se utilizan las entradas relacionadas con los sistemas de numeración y su enseñanza, y se comparan con la propuesta que realizó Carderera en su obra *Principios de Educación y Métodos de Enseñanza* (Carderera, 1866).

En los siguientes apartados se exponen los resultados de la investigación organizados por el tipo de fuente utilizada primordialmente.

Resultados

Libros para las escuelas primarias

Desde principios del siglo XIX existían propuestas de enseñanza que apuntaban a que el aprendizaje debía responder al principio de intuición de Pestalozzi. La investigación realizada por Espín *et al.* (2024) pone de manifiesto que esas propuestas eran mayoritarias en las obras que se escribieron para la formación del magisterio. Sin embargo, para la actuación en el aula esto se concretaba de formas variadas. En el análisis de los 47 libros de texto de aritmética para las escuelas primarias encontramos que, en general, las propuestas para la enseñanza del sistema de numeración basadas en la intuición no fueron recogidas en los libros de texto para las escuelas primarias.

Aunque se ha estudiado una muestra amplia de libros de texto para las escuelas primarias, en todas las obras analizadas se introduce el sistema de numeración decimal solamente en forma de explicación teórica. En ninguna de ellas se hace referencia, por ejemplo, a material manipulativo para la introducción de los conceptos, como podrían ser los ábacos o tableros contadores. Tampoco aparecen, salvo una excepción que distinguimos más adelante, ejemplos concretos que acerquen los sistemas de numeración a conceptos de la vida cotidiana o que permitan un acercamiento más intuitivo.

El autor de uno de los libros utilizados es Joaquín Avendaño, profesor de Escuelas Normales y autor de obras dedicadas a la formación del magisterio, obras que se pueden utilizar para realizar la comparación

entre su propuesta en los manuales para la formación del magisterio y su libro de texto para las escuelas primarias. Joaquín Avendaño fue alumno de la Escuela Normal Central entre 1841 y 1843, teniendo con anterioridad el título de maestro. Ya en 1842 (mientras estudiaba en la ENC) fue nombrado regente interino de su escuela práctica. Posteriormente fue director de diferentes Escuelas Normales (Zaragoza en 1844, Córdoba tres años después y Valencia en 1855). En 1849 fue nombrado Inspector general, cuando se creó el cuerpo de Inspectores de Instrucción primaria ((Carrillo, 2005). Fue así, una persona influyente en lo relacionado con las escuelas primarias y Normales, aunque se retiró de todo lo relacionado con la enseñanza cuando fue nombrado cónsul en Inglaterra (1856).

Sus libros lograron gran difusión gracias a su influencia y, durante el siglo XIX, uno de los manuales más usado fue el *Curso elemental de Pedagogía* de Joaquín Avendaño y Mariano Carderera (Avendaño y Carderera, 1850). Las indicaciones sobre la enseñanza de la aritmética de este libro reproducen las de una publicación anterior de Avendaño, el *Manual completo de instrucción primaria elemental y superior, para uso de los aspirantes a maestros y especialmente de los alumnos de las Escuelas Normales de provincias*. Esas indicaciones resumen, sin nombrarlo, las propuestas de Pablo Montesino, tanto como profesor de Pedagogía de la ENC (Montesino, 1988) como en sus artículos en el *Boletín Oficial de Instrucción Pública* (Montesino, 1843), incluso copiando los ejemplos. Por ello, defendía el principio de intuición en esa enseñanza y el uso de tableros contadores para los primeros aprendizajes numéricos (Carrillo y Espín, 2021). Esto no se refleja en el libro de texto de Avendaño (1856) para primaria, en el que no hay ejemplos de los diferentes conceptos pues

los niños no van a aprender por sí mismos el cálculo, sino con el auxilio del maestro. Este, pues, es quien debe dictar los ejemplos: en el libro son inútiles. Basta que contenga las definiciones y las reglas necesarias para hacer el cálculo. (p. VI)

Y cuando aboga por suprimir las demostraciones en geometría, afirma que “lo que más importan, es que retengan bien en la memoria la misma verdad y que sepan aplicarla” (p. VII). No se encuentra, por tanto, ninguna indicación ni al principio de intuición ni al aprendizaje razonado de la aritmética.

La mayoría de los libros siguen este modelo y describen la numeración oral y escrita refiriéndola a números abstractos. Algunos no ponen ningún tipo de ejemplo (por ejemplo, Avendaño, Boned, Cantero, Yeves); es más común que pongan algún ejemplo de lectura y escritura de los números (Molina, Sánchez Morate, Tejada, Torrecilla, o Valcárcel); los ejemplos que son más abundantes en Fernández y García de Medrano, Alemany o Cortazar. Este último autor, catedrático de la Universidad Central (León-Mantero *et al.*, 2021), al tratar sobre los algoritmos de las operaciones aritméticas, dice cómo hay que realizarlas, pero no por qué es así. Algunos autores (Pérez de Santiago o Vallejo) ponen ejemplos para dar idea del tamaño de los números. Vallín pone ejercicios al final de cada lección.

La preocupación por facilitar la memorización hace que 22 de los libros estudiados estén redactados en forma de catecismo, es decir, presentan los contenidos como una sucesión de preguntas y respuestas. Algún autor (Boned, 1854) pone al comienzo de cada lección una lista de cuestiones numeradas y desarrolla la lección. Este estilo catequético evidencia un objetivo memorístico en el aprendizaje y, como indicaban de forma explícita algunos autores como Torío, servía para que los niños respondieran de forma correcta en los certámenes que pudiera haber en las escuelas. Podría considerarse que esta práctica fomentaba una enseñanza que no estaba fundamentada en el razonamiento y que, por tanto, no estaba en consonancia con el Principio de Pestalozzi, pues se basa en lo memorístico y en la repetición sin entendimiento profundo. Este fue uno de los motivos por los que fue criticada, entre otros, por Carderera (1848), quien en la *Revista de Instrucción Primaria* escribe: "Sin desechar de un modo absoluto, en todos los tratados, la forma dialogística, la consideramos muy poco conveniente para la enseñanza. Es muy buena para ahorrar trabajo al profesor que se contenta con las apariencias..." (p. 70). Podemos concluir, por tanto, que este tipo de redacción no rema a favor del principio de intuición, y sin embargo lo encontramos en un gran número de las obras consultadas.

Otra aritmética aprobada para las escuelas primarias fue la de José Mariano Vallejo (1806). Vallejo valoraba muy bien el principio de intuición de Pestalozzi, pero propuso un material alternativo, los bastidores de enteros y de quebrados, aludidos anteriormente, y restringía el uso de ese material didáctico a los primeros aprendizajes aritméticos. Una

vez conseguida una buena intuición de la cantidad hasta 100, proponía continuar el aprendizaje con su aritmética de niños, pues afirmaba que

No juzgo necesario el continuar dando intuitivamente ideas de los números mayores que ciento; porque esto en mi concepto ya mas bien retrasaría a los niños, haciendo que concretasen sus ideas, que les dispondría para generalizarlas [...] en habiendo adquirido los niños ideas individuales de todos los números hasta el ciento, están ya en disposición de entender y de hacerse cargo de estas mismas ideas de un modo mas general [...] y elevarse ya, siempre concibiendo y discurriendo en abstracto y con toda generalidad, a la consideración de los demás números, al modo de escribirlos tanto en el sistema de numeración actual, como en el de los Romanos, etc. (Vallejo, 1833, p. XVI-XVIII)

Su aritmética está redactada en forma de catecismo, con preguntas y respuestas; pero no son respuestas breves y concisas, sino que en ellas se ponen ejemplos y se explican los procedimientos (por ejemplo, los algoritmos de las operaciones) de forma detallada y razonada, basándose, en este caso, en la comprensión del sistema de numeración.

De todas formas, en el estilo catequético subyace la preocupación de que los alumnos realicen bien los exámenes que debían realizarse en las escuelas, en ocasiones por personas ligadas al ayuntamiento, pero cuyos conocimientos de las materias escolares podían ser escasos.

La Aritmética de niños de Vallejo preparaba para la comprensión de los conceptos aritméticos, pero también para transmitir a las autoridades municipales la excelencia del método empleado (el de Vallejo) y la profesionalidad del maestro.

El *Diccionario de Educación y Métodos de Enseñanza* de Mariano Carderera

Mariano Carderera y Potó (1816-1893) fue una de las figuras más influyentes en la educación primaria en España durante el siglo XIX. Fue alumno de la primera promoción de la Escuela Normal Central (ENC), becado por la provincia de Huesca y acabó con el número 1. Hay que tener en cuenta que había realizado estudios previos de filosofía y de teología antes de ingresar en la ENC. Al acabar sus estudios puso en marcha la escuela Normal de Huesca, junto con Leandro Boned que

también había realizado estudios en la ENC, becado por Huesca. En 1847 pasó a dirigir la Escuela Normal de Barcelona y, en 1849, cuando se creó el cuerpo de Inspectores de Instrucción primaria, fue nombrado inspector general. En 1856 pasó a ocuparse del Negociado de Instrucción primaria, dentro del Ministerio de Fomento, hasta 1868. A partir de 1874, con la Restauración, se ocupó del Negociado de Universidades, Archivos, Bibliotecas y Museos (Vicén, 1999).

Realizó viajes por Europa, interesándose por las instituciones educativas de cada país. Asistió a la Exposición Universal de Londres, de 1862, en la que no hubo representación española en lo que se refiere a la educación; sobre este acontecimiento escribió un libro animando a la participación española en las siguientes exposiciones universales. Fue jurado en la Exposición Universal de París de 1867.

Conocía varios idiomas europeos lo que le permitió conocer de primera mano la organización y las propuestas sobre la enseñanza primaria de los distintos países. Una de sus facetas más interesantes fue la de divulgador de todo lo observado en el extranjero, para favorecer el desarrollo de la enseñanza primaria en España. Para ello, tradujo obras, como el *Curso de Pedagogía* de Rendu (1845), publicó diversas obras, dirigió, de forma más o menos explícita, varias revistas dirigidas al magisterio primario y publicó el *Diccionario de Educación y Métodos de Enseñanza*, que se ha usado en este trabajo.

Los cuatro tomos del *Diccionario* tuvieron tres ediciones, entre 1854 y 1886 (Vicén, 1999); se adelantó en más de treinta años al *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire* que coordinó el también *Inspecteur générale de l'enseignement primaire* Fernando Buisson. La mayoría de las voces del *Diccionario* aparecen sin firma, por lo que hay que atribuirlos a Carderera; sin embargo, Vicén y Aísa (1995, pp. 13-14) consideran que «la originalidad de [los atribuidos a Carderera], en algunos casos, debe ponerse en duda a causa del hecho, ya apuntado de que a veces toma artículos de modo casi literal sin citar su origen».

En lo que se refiere a las voces de contenido matemático, se han localizado las del siguiente listado (Carderera, 1857, 1858a y 1858b), en el que se ha especificado el autor si figura en el *Diccionario*.

- Ábaco (tomo I). Elaborado por Carderera a partir de consultas a obras de Braun, Denzel, Montesino y Pestalozzi.
- Álgebra. Método de enseñanza según Jacotot (tomo I): Seltzsam y Sepres.

- Aritmética (tomo I): Sarrasí.
- Aritmética. Método en general (tomo I).
- Aritmética. Práctica de la enseñanza (tomo I).
- Aritmética. Observaciones sobre la enseñanza (tomo I): Codina.
- Aritmética. Problemas (tomo I).
- Cálculo, enseñanza del (tomo I): Wilm.
- Geometría. Reflexiones sobre la enseñanza (tomo II): Rousseau.
- Geometría. Método de enseñanza (tomo II): Schwarz.
- Matemáticas (tomo III): Fritz.
- Matemáticas. Estudio elemental (tomo III): Niemeyer.
- Métrico decimal, sistema (tomo III).
- Métrico decimal, sistema. Método de enseñanza (tomo III).

En la voz “Aritmética. Práctica de la enseñanza” Carderera afirma:

La Aritmética no debe ser para el discípulo simple ejercicio de memoria; es preciso que a la vez que enseña a ejecutar las operaciones del cálculo, ejercite las facultades y forme el juicio del niño; es menester, en una palabra, que cada una de las operaciones sea un *raciocinio sobre los números*. (Carderera, 1858a, p. 207)

Esta idea general la plasma en unos consejos para el magisterio entre los que se encuentran “apóyese en razones todas las ideas que se quiera comunicar a los discípulos, y hágaseles buscar los resultados en la intuición”; y también “procúrese que el mismo discípulo descubra la regla, valiéndose al efecto de ejemplos convenientes” (Carderera, 1858a, p. 208). Y al comentar su propuesta de graduación de la enseñanza de la aritmética señala que, para la adquisición de una noción, los primeros ejercicios deben ser orales o mentales y, posteriormente, escritos. Es una propuesta similar, en principio, a la que se ha detectado en el análisis de obras dirigidas a la formación del magisterio (Espín et al., 2024): el aprendizaje razonado del sistema de numeración se identifica con un aprendizaje verbal, sin necesidad de recurrir a colecciones de objetos, tal como propugnaba Pestalozzi y defendían la mayoría de los autores para el aprendizaje de los números hasta 100.

Sin embargo, Carderera, en la voz “Aritmética. Método en general”, al graduar la enseñanza de la aritmética, propone comenzar con “las operaciones efectuadas con objetos materiales” (Carderera, 1858a, p.

204), pasando luego a la realización verbal de dichas operaciones, sin el apoyo en los objetos y, finalmente, a la introducción de los símbolos matemáticos que simplifican la expresión, lo que es una propuesta en consonancia con el principio de intuición. Como fase de introducción al símbolo, Carderera propone representar las cantidades en la pizarra como conjunto de palotes, usando una especie de sistema romano simplificado (usando solo X e I) para representar los números de dos cifras (Carderera, 1858a).

La enseñanza intuitiva es defendida en la voz “ábaco” en la que Carderera describe el uso de estos aparatos como tablero contador (todas las bolas valen 1) y como ábaco (el valor de una bola depende del alambre en el que esté situada), aunque no les da denominaciones diferentes. Defiende el uso de estos aparatos en la iniciación aritmética:

La explicación empieza siempre por los ejercicios de intuición con el ábaco; se repite con otros objetos materiales, como los dedos de la mano, etc., y por fin con números abstractos. El propio orden ha de seguirse en las preguntas, y a este fin no hay mas que añadir a las indicadas, las palabras *bolas*, *niños*, *mesas*, etc., y por último *unidades*. (Carderera, 1858a, p. 3)

Para números superiores a 100, aunque comenta su representación en el ábaco, describe una representación, que puede realizarse en la pizarra, utilizando filas de palotes organizadas de modo que cada rango represente unidades de distinto orden: unidades, decenas, centenas, etc. (Carderera, 1858a). Es el único material que puede apoyar la intuición para cantidades de ese tamaño.

Carderera daba mucha importancia al aprendizaje del sistema de numeración: “considérese siempre como fundamento el sistema de numeración; no pasar de ligero por la enseñanza de este sistema, porque en él han de encontrar los discípulos las alas si han de volar después” (Carderera, 1858a, p. 208). Sin embargo, da pocas indicaciones sobre su enseñanza y faltan referencias a los algoritmos de las operaciones y a los métodos para su aprendizaje de forma razonada.

Carderera escribió un libro de texto, *Principios de educación y métodos de enseñanza*, que fue declarado de texto para las escuelas normales los años 1861, 1864 y 1867 (Carderera, 1866; Carrillo, 2005). Sus propuestas para la enseñanza del sistema de numeración son similares a las del *Diccionario* (Espín et al., 2024). Como novedad, aunque describe

el uso del aparato de bolas como tablero contador y como ábaco, no aconseja ese segundo uso; considera más adecuado y más intuitivo las actividades con palitos y agrupaciones de palitos de diez en diez, pues son más cercanas al significado de nuestro sistema de numeración.

Conclusiones

Desde que Pestalozzi formuló el principio de intuición y lo aplicó en sus escuelas, a comienzos del siglo XIX, este principio fue defendido en obras dedicadas a la formación del magisterio. Sin embargo, hubo diversidad de propuestas para llevarlo a la práctica en las escuelas, y se pone en evidencia que los profesionales de la educación entendían por enseñanza intuitiva cosas bastante diferentes.

En la enseñanza de la aritmética, las obras dirigidas a la formación del magisterio recomendaban el uso de materiales didácticos, como los tableros contadores, para el aprendizaje de la primera centena. Pero para números mayores, es decir, para el aprendizaje del sistema de numeración, generalmente se recomendaba un aprendizaje razonado, pero de carácter verbal, en el que se explicara la relación entre los distintos órdenes de unidades del sistema de numeración. Alguno de ellos, como Pablo Montesino (Montesino, 1843) explicaban los algoritmos de las operaciones a partir de ese conocimiento razonado del sistema de numeración. Pero, generalmente, no se planteaba el aprendizaje del sistema de numeración a partir de materiales didácticos que proporcionasen una intuición del tamaño de los números.

La excepción fue Mariano Carderera quien, en su *Diccionario de Educación y Métodos de Enseñanza*, proponía la representación de números de varias cifras utilizando filas de palotes en varias líneas (que representaban los distintos órdenes de unidades) y también la representación de los números en ábacos. Sin embargo, no era partidario de utilizar este aparato de bolas en la escuela, tal como lo afirma en su obra *Principios de Educación y Métodos de Enseñanza*, en la que recoge las propuestas del *Diccionario* y propone un nuevo material para el aprendizaje del sistema de numeración: palitos y la formación de grupos de palitos que presenten las decenas, centenas, etc.

El estudio que se ha realizado sobre la enseñanza del sistema de numeración en libros de texto para la enseñanza primaria nos muestra que

esas indicaciones de aprendizaje intuitivo no se recogían en ellos: los libros de texto propiciaban una enseñanza verbal y memorística. Desde luego, hay diferencias entre ellos. Algunas aritméticas se reducen a lo que debe ser memorizado por el alumnado para poder contestar en los exámenes públicos que debían celebrarse en las escuelas; y en muchas ocasiones adoptaban la forma de catecismo para guiar tanto las preguntas que podían ser hechas como las respuestas que se consideraban correctas. Esta forma de libro de texto fue criticada por no favorecer el aprendizaje razonado de la aritmética.

Otras aritméticas, como la de Vallejo, explicaban de forma razonada el sistema de numeración, tanto el oral como el escrito, y fundamentaban así los algoritmos de las operaciones aritméticas.

Pero en ningún caso se utilizaban colecciones de objetos o su representación gráfica para proporcionar la intuición de la cantidad de números superiores a cien y de su escritura.

La investigación está siendo completada con el análisis de manuales de aritmética para la formación del magisterio y la localización de artículos, en revistas profesionales, que abogaban por una enseñanza intuitiva del sistema de numeración. Se pretende ampliar la investigación al siglo XX, estudiando las propuestas que se realizaron sobre el aprendizaje del sistema de numeración y contrastándolas con la oferta de catálogos de material escolar, para valorar posibilidades de acceso del magisterio a los recursos didácticos recomendados en manuales y publicaciones.

Referencias

- Avendaño, J. y Carderera, M. (1850). *Curso elemental de Pedagogía*. Im. A. Vicente.
- Avendaño, J. (1856). *La enseñanza primaria puesta al alcance de los alumnos de las escuelas elementales y superiores de ambos sexos*. Madrid: Imprenta de la C^a general de Impresores y Libreros del Reino.
- Bjarnadóttir, K. (2014). History of Teaching Arithmetic. En A. Karp y G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 431-458). Springer.
- Carderera, M. (1848). Bibliografía. Consideraciones generales. *Revista de Instrucción Primaria*, I, 70-72.
- Carderera, M. (1857). Diccionario de educación y métodos de enseñanza. Tomo III. Imprenta de A. Vicente, Madrid.
- Carderera, M. (1858a). Diccionario de educación y métodos de enseñanza. Tomo I. Imprenta de R. Campuzano, Madrid, 2^a edición.

- Carderera, M. (1858b). Diccionario de educación y métodos de enseñanza. Tomo II. Imprenta de R. Campuzano, Madrid, 2ª edición.
- Carderera, M. (1866). *Principios de Educación y Métodos de Enseñanza*. Imprenta del colegio de sordo-mudos y de ciegos, 3ª edición.
- Carrillo, D. (2006). Vallejo y las «Ideas primarias acerca de los números». En A. Maz, M. Torralbo y L. Rico (Eds.), José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. *Una mirada desde la Educación matemática* (pp. 25-47). Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Carrillo, D. (2005). *La Metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-1868) y sus antecedentes*. [Tesis Doctoral, Universidad de Murcia].
- Carrillo, D. (2018). Los catálogos de material escolar como fuente de la historia de la educación matemática: el caso de los ábacos. *Historia y Memoria de la Educación*, 7, 573-613. <http://dx.doi.org/10.5944/hme.7.2018.18638>
- Carrillo, D. y Dólera, J. (2022). La aritmética en los «Principios de educación y métodos de enseñanza» de Mariano Carderera. *REAMEC*, 10(2). <https://doi.org/10.26571/reamec.v10i2.13657>
- Carrillo, D. y Espín, J.G. (2021). Pablo Montesino y la formación matemática del magisterio en España (1838-1850). *REAMEC*, 9(3). <https://doi.org/10.26571/reamec.v9i3.13012>
- Carrillo, D., Maurandi, A. y Olivares, P. (2021). From Pestalozzi's intuition principle to classrooms: the counting frame and innovations in the teaching of mathematics (Spain, nineteenth century). *Paedagogica Historica*, 59(3), 407-427. <https://doi.org/10.1080/00309230.2021.1906713>
- Chavannes, D.A. (1807). *Exposición del método elemental de Henrique Pestalozzi*. Imprenta de Gomez Fuentenebro.
- Cochin, D. (1833). *Manuel des fondateurs et des directeurs des premières écoles de l'enfance connues sous le nom de salles d'asile*. Hachette.
- Escolano, A. (2010). La cultura material de la escuela y la educación patrimonial. *Educatio Siglo XXI*, 28(2), 43-64. <https://revistas.um.es/educatio/article/view/111961>
- Espín, J.G., López-Cánovas, V. y Carrillo, D. (2024). Sobre la enseñanza del sistema de numeración en España (siglo XIX). En N. Adamuz-Povedano, E. Fernández-Ahumada, N. Climent y C. Jiménez-Gestal (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVII* (pp. 209-216). SEIEM. <https://www.seiem.es/docs/actas/27/ActasXXVIISEIEM.pdf>
- Freiman, V. y Volkov, A. (Eds.). (2018). *Computations and Computing Devices in Mathematics Education Before the Advent of Electronic Calculators*. Springer.
- Karp, A. (2018). Toward a History of the Teaching of Calculation in Russia. En A. Volkov y V. Freiman (Eds.) *Computations and Computing Devices in Mathematics Education before the advent of electronic calculators* (pp. 385-405). Springer.
- León-Mantero, C., Maz-Machado, A. y Madrid Martín, M.J. (2021). El *Tratado de Álgebra elemental* de Juan Cortázar: un libro significativo para la enseñanza de las matemáticas en España. *Educatio Siglo XXI*, 39(1), 235-256. <https://doi.org/10.6018/educatio.469251>
- Madrid, M. J., León-Mantero, C., Casas-Rosal, J. C. y Maz-Machado, A. (2023). Recomendaciones para la enseñanza de las matemáticas en la prensa para mujeres del

- siglo XIX: materiales y recursos. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 331–338). SEIEM. <https://www.seiem.es/docs/actas/26/ActasXXVISEIEM.pdf>
- Martín-Fraile, B., Ramos-Ruiz, I. y Álvarez Domínguez, P. (2019). La cultura escolar de la Segunda República española. Legislación, teoría y praxis escolar. *Educatio Siglo XXI*, 37(3), 111-132. <https://doi.org/10.6018/educatio.399191>
- Meavilla, V. y Oller, A.M. (2013). Ejemplos de visualización y uso de materiales manipulativos en textos matemáticos antiguos. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 82, 89-100. <https://drive.google.com/file/d/1YluX3DBpGuDHipa4bLeB1sFU2UIVeQVf/view>
- Montesino, P. (1843). Métodos especiales de enseñanza. Enseñanza de la aritmética. *Boletín Oficial de Instrucción Pública*, V, 77–84, 122–128, 178–190.
- Montesino, P. (1850). *Manual para los maestros de escuelas de párvulos*. Im. del Colegio de Sordo-mudos y Ciegos.
- Montesino, P. (1988). *Curso de educación y Métodos de Enseñanza y Pedagogía*. M.E.C. Edición, estudio preliminar y notas de Anastasio Martínez Navarro.
- Ossenbach, G. (2010). Manuales escolares y patrimonio histórico-educativo. *Educatio Siglo XXI*, 28(2), 115-132. <https://revistas.um.es/educatio/article/view/111991/106311>
- Pestalozzi, J.E. (1980). *Cómo Gertrudis enseña a sus hijos. Cartas sobre la educación de los niños. Libros de educación elemental (prólogos)*. Porrúa.
- Rendu, A. (1845). *Curso de Pedagogía*. Im. de Puigrubí y Canals.
- Roberts, D.L. (2019). History of Tools and Technologies in Mathematics Education. En A. Karp y G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education* (pp. 431-458). Springer.
- Ruiz-Berrio, J. (1997). El método histórico en la investigación histórico-educativa. En N. de Gabriel y A. Viñao Frago (Eds.), *La investigación histórico-educativa. Tendencias actuales* (pp. 131-202). Ronsel.
- Vallejo, J.M. (1806). *Aritmética de niños, escrita para uso de las escuelas del reyno*. Imprenta Real.
- Vallejo, J.M. (1833). Ideas primarias que deben darse a los niños en las escuelas acerca de los números al mismo tiempo que se están ejercitando en la clave analítica de la lectura. Imp. de D. Miguel de Burgos.
- Vicén, M.J. (1999). *Mariano Carderera y Potó. Orígenes y desarrollo de su pensamiento pedagógico*. Instituto de estudios Altoaragoneses.
- Vicén, M.J. y Aísa, D. (1995). *Fuentes documentales de la obra pedagógica de Mariano Carderera y Potó*. Escuela Universitaria del Profesorado de EGB.
- Villalaín, J.L. (1999). *Manuales escolares en España. Tomo II. Libros de texto autorizados y censurados (1833-1874)*. UNED.
- Wilderspin, S. (1840). *The infant system for Developing the Intellectual and Moral Powers of all Children, from One to Seven Years of Age*. James S. Hodson.

Referencias de libros de texto utilizados en la investigación

- Alemany, L. (1840). *Tratado elemental de aritmética dispuesto para uso de la juventud*. Imprenta del Colegio de Sordo-mudos.
- Alemany, L. (1873). *Nueva escuela de instrucción Primaria, Elemental y Superior* (8.^a ed.). Imprenta de Gaviria y Zapatero.
- Arce, C. (1847). *Curso completo de Instrucción primaria, o sea Escuela elemental y superior de educación, conforme en un todo al plan y reglamento vigentes* (4.^a ed.). Imprenta de D. Julián Pastor.
- Avendaño, J. (1856). *La enseñanza primaria puesta al alcance de los alumnos de las escuelas elementales y superiores de ambos sexos*. Imprenta de la C^a general de Impresores y Libreros del Reino.
- Bajo e Ibañez, R. (1881). *Compendio de las nociones de aritmética* (5.^a ed.). Imprenta de Domingo Sar.
- Barbery, M. M. (1867). *La aritmética explicada a los niños*. Tipografía de Estrada, Díaz y López.
- Barinaga, P. (1852). *Tratado elemental de Aritmética para uso de las escuelas de instrucción primaria*. Imprenta de Manuel Saurí.
- Barrio, J. de A. (1854). *Compendio de aritmética y sistema métrico de pesas y medidas, con algunas nociones de álgebra. Propuesto espresamente para los alumnos que asisten a la clase de matemáticas*. Imprenta de D. Francisco del Castillejo.
- Boned, L. (1854). *Curso de lectura, escritura, aritmética y gramática acomodada a la capacidad y desarrollo intelectual de los niños* (2.^a ed.). Imprenta y Librería de Cristóbal Juste.
- Calzada, A. (1859). *Aritmética elemental explicada y demostrada, para el estudio de esta asignatura en las escuelas elementales y superiores de 1.^a enseñanza*. Imprenta de F. Dolca.
- Cantero, J. A. (1857). *Estracto de las principales reglas de aritmética. Obra escrita para las escuelas elementales y superiores*. Imprenta de Leandro y Vicente Riera.
- del Castillo, I. (1871). *Compendio de Aritmética para uso de los niños*. Imprenta de Romero y Álvarez.
- Coral, S. (1850). *Elementos de aritmética que para la enseñanza de sus discípulos compuso el profesor Don Salvador Coral* (3.^a ed.). Imprenta Hispana.
- Cortázar, J. (1856). *Aritmética práctica para uso de las escuelas primarias*. Imprenta de D. Gabriel Alhambra.
- de la Cuesta, J. (1857). *Manual completo de la primera enseñanza elemental y superior para las niñas* (2.^a ed.). Juan de la Cuesta.
- Díaz de Rueda, R. (1845). *La escuela de instrucción primaria*. Imprenta de la Viuda de Roldán.
- Elizondo, J. (1841). *Teoría de cuentas* (4.^a ed.). Imprenta de Vergés.
- Escrache, R. (1849). *Breve tratado de Aritmética Decimal con la exposición del sistema métrico*. Imprenta de D. Eusebio Aguado.
- Eyaralar, F. (1860). *Aritmética Teórica y Práctica y el sistema métrico, con aplicaciones a la agricultura, industria y comercio* (2.^a ed.). Tipografía de Salustiano Ríos.

- Fatjó y Bartra, P. (1851). *Aritmética Teórico-Práctica para uso de las Escuelas de Instrucción Primaria* (2.^a ed.). Imprenta de los hermanos Torras y C.^a
- Fernández de Segura, J. (1862). *Nuevos principios elementales de Aritmética con una breve y sencilla exposición del sistema métrico y monetario decimal* (3.^a ed.). Imprenta de Sanz.
- Fernández, C. y García de Medrano, J. (1849). *Nociones generales de Aritmética Teórico-Práctica*. Imprenta de Domingo Ruiz.
- Forcada, M. (1851). *Manual de Aritmética demostrada al alcance de los niños*. Imprenta de los hermanos Torras y C.^a
- Forcada, M. (1853). *Manual de Aritmética demostrada al alcance de los niños* (2.^a ed.). Imprenta de Francisco Granell.
- Frax, Francisco. (1868). *Colección de ejercicios y problemas aritméticos. Muy útiles para las escuelas de primera enseñanza*. Establecimiento tipográfico de Calisto Ariño.
- Gaviria, J.M. (1863). *Compendio de Aritmética para uso de las escuelas*. Imprenta de Joaquín F. Mayor.
- Guerra y Grife, L. (1868). *Definiciones y problemas de Aritmética para los ejercicios teóricos y prácticos de las Escuelas Elementales*. Imprenta de Cayetano Campins.
- Irivetegui, A. (1849). *Aritmética decimal*. Imprenta de D. Teodoro de Ochoa.
- Lana, V. (1852). *Tratado completo de aritmética arreglado a los nuevos pesos y medidas métricas*. Imprenta de M. Rivadeneyra.
- López Aldegue, F. (1852). *Elementos de aritmética arreglados al nuevo sistema de pesos y medidas métrico-decimal*. Imprenta de D. Nicolás M. Jiménez.
- López, J. M. (1839). *Aritmética en verso*. Autor.
- M. A. y F. O. (1851). *Cuadernos de Aritmética Práctica. Cuaderno 1.º*. Imprenta de José Tauro.
- Molina, R. (1852). *Aritmética decimal para uso de los niños*. Imprenta de José A. Sellés.
- Molina, R. (1862). *Aritmética decimal, con la explicación de los nuevos sistemas métrico y monetario y aplicación de ambos a los usos más comunes de la vida* (2.^a ed.). Imprenta y litografía de Antonio Molina.
- Molina Vicente, P. (1884). *Aritmética para uso de las escuelas*. Tipografía de los sucesores de Rivadeneyra.
- Pérez de Santiago, R. (1860). *Aritmética para uso de las escuelas elementales, superiores y normales de instrucción primaria*. Imprenta de D. Cesareo Paz.
- Posegut Dasen, J. (1863). *Compendio de aritmética, con el nuevo sistema de pesas, medidas y monedas* (4.^a ed.). Imprenta de D. Juan Giral.
- Sánchez Morate, J.F. (1862). *Nuevo compendio de aritmética práctica, con el sistema métrico decimal*. Imprenta de F. Abienzo.
- Tejada, M. (1858). *Nociones de aritmética al alcance de los niños*. Tipografía de Jaime Jepús.
- Torío de la Riva, T. (1802). *Arte de escribir por reglas y con muestras, acompañado de unos principios de Aritmética, Gramática y Ortografía castellana*. Imprenta de la Viuda de Ibarra.
- Torrecilla, G. (1856). *Aritmética de niños* (3.^a ed.). Imprenta de la Viuda de Burgos.
- Yeves, J.M. (1860). *Elementos de aritmética*. Imprenta y librería de J.A. NEL-LO.

- Valcárcel y Cordero, A. (1848). *Compendio de aritmética práctica para uso de los alumnos que concurren a las escuelas elementales y superiores*. Imprenta de los H. de Carreras.
- Vallejo, J.M. (1830). *Aritmética de niños, escrita para uso de las escuelas del reino* (4.^a ed.). Imprenta de D. Miguel de Burgos.
- Vallejo, J.M. (1850). *Definiciones y extracto de las principales reglas y operaciones de la aritmética para uso de las escuelas* (4.^a ed.). Imprenta de los Herederos del autor.
- Vallín y Bustillo, A.F. (1893). *Aritmética para los niños* (46.^a ed.). Librería de la Viuda de Hernando y C.^a