Daimon. Revista Internacional de Filosofía, en prensa, aceptado para publicación tras revisión por pares doble ciego. ISSN: 1130-0507 (papel) y 1989-4651 (electrónico) http://dx.doi.org/10.6018/daimon.552351

Matemática y filosofía natural en Leibniz (1677-1686)

Mathematics and natural philosophy in Leibniz (1677-1686)

FEDERICO RAFFO QUINTANA[1]

Resumen: en este trabajo se analiza la concepción leibniziana del objeto de la matemática en el período comprendido entre los años 1677-1686, con el objetivo de argumentar a favor de la hipótesis de que el autor habría sostenido una visión "predicativa" de la matemática. Para ello (1) se analiza la concepción de la matemática como la ciencia sobre las "cosas imaginables"; (2) se argumenta que los objetos matemáticos son nociones concretas y, entre ellos, (3) nociones incompletas que se predican, en tanto atributos de cosas, de nociones completas o tenidas como si fueran tales.

Palabras clave: Leibniz, matemática, naturaleza, imaginación, ente matemático, noción incompleta

Abstract: this paper analyzes the Leibnizian conception about the object of mathematics in the period that goes from 1677 to 1686. The goal is to argue for the hypothesis that Leibniz would have held a "predicative" view of mathematics. In order to do this, (1) I first analyze the conception of mathematics as the science of "imaginable things"; (2) I then argue that mathematical objects are concrete notions, and, amongst them, (3) incomplete notions that are predicated, as attributes of things, of complete notions or notions that are taken as if they were complete.

Keywords: Leibniz, mathematics, nature, imagination, mathematical entity, incomplete notion

Introducción

En este trabajo reconstruiremos la concepción de Leibniz del objeto de la matemática en el período que va aproximadamente de 1677 a 1686. Puntualmente, mostraremos que Leibniz habría sostenido una concepción "predicativa" de la matemática,

Recibido: 26/12/2022. Aceptado: 09/02/2023.
[1] Universidad Católica Argentina – CONICET, Argentina. Principales áreas de trabajo: historia de la filosofía moderna, filosofía e historia de la ciencia, teoría del conocimiento y metafísica. Trabajos recientes: (1) Esquisabel, O. y Raffo Quintana, F. (2022). La doble perspectiva técnica y filosófica de Leibniz acerca de los infinitesimales: un camino hacia la idealidad de lo matemático. *ÉNDOXA- Series filosóficas*, 50, 33-54. (2) Esquisabel, O. y Raffo Quintana, F. (2021). Fiction, possibility and impossibility: Three kinds of mathematical fictions in Leibniz's work. *Archive for History of Exact Sciences*, 75 (6), 613-647. Correo electrónico: federq@gmail.com. Trabajo realizado en el marco del proyecto PIBAA-CONICET 28720210100086CO: "La idealidad de la matemática y las explicaciones de la naturaleza en Leibniz (1675-1686)".

en el sentido de que los entes matemáticos son nociones incompletas que se predican de cosas cuyas nociones o bien son completas, o bien se toman como si fueran tales.

Trabajaremos con la hipótesis de que las concepciones de Leibniz sobre la matemática y el objeto matemático se vieron profundamente influidas por la metafísica y la filosofía natural leibnizianas del período circunscrito. Así, la concepción de Leibniz de las nociones completas de las sustancias individuales, como aquellas en las que «se contienen todos sus predicados, tanto necesarios como contingentes, pasados, presentes y futuros» (A VI 4, 1617), es fundamental para entender, en contraposición, la concepción de los objetos matemáticos como nociones concretas incompletas. A su vez, para la concepción predicativa de la matemática es decisiva la visión de que la física es la ciencia de los atributos del cuerpo, algunos de los cuales son distintos (esto es, entendemos las nociones en las que se resuelven) y otros, confusos (no podemos resolverlas, como las cualidades sensibles). Los atributos distintos, a su vez, pueden serlo por resolverse en nociones que pertenecen a la matemática, o bien por resolverse en nociones de la metafísica. Así, por ejemplo, la noción de extensión se resuelve en las de magnitud y situación, que, a su vez, son consideradas respectivamente por la aritmética o el álgebra y por la geometría (A VI 4, 1981-1982), mientras que nociones como causa, efecto y potencia, que son decisivas para la formulación del principio de la mecánica de equipolencia (A VIII, 2, 135), así como también las nociones de existencia, duración, acción y pasión (A VI 4, 2009), pertenecen a la metafísica. En este contexto, los conceptos matemáticos sirven tanto para explicar los atributos del cuerpo distinto-matemáticos, como también para hacer ciencia sobre los atributos confusos, lo que, en efecto, es precisamente posible mediante la aplicación de atributos distintos sobre confusos. Así resultan, por ejemplo, ciencias como la óptica, cuyas conclusiones se obtienen gracias a las cualidades distintas "acompañantes", como son el número, la magnitud, la figura o la consistencia. En otras palabras, si observamos que hay cualidades distintas que siempre acompañan a algunas cualidades confusas, con el auxilio de estas cualidades distintas acompañantes podremos explicar cosas de los cuerpos en lo relativo a las cualidades confusas (A VI 4, 1961-1962).

Para enmarcar con mayor claridad el objetivo de este trabajo, distingamos tres niveles del análisis[2] que podrían llevarse a cabo en el abordaje del objeto matemático, que,

[2] Le agradezco a Oscar Esquisabel por la sugerencia de distinguir explícitamente estos tres niveles.

aunque estén estrechamente conectados entre sí, son distintos: en primer lugar, está lo que llamaremos el “nivel cognitivo” de análisis, relativo al estudio de los procesos por los cuales conocemos los objetos matemáticos y sus propiedades; en segundo lugar, está el nivel “lógico-semántico”, en el que se abordan las relaciones que hay entre los predicados matemáticos tanto entre sí, como con su sujeto de atribución. A este nivel pertenecen preguntas como: ¿de qué se predican los objetos matemáticos? o ¿cómo lo hacen? Finamente, en tercer lugar, está el nivel “metafísico”, relativo al estatus que tienen los objetos y propiedades matemáticas desde el punto de vista de su existencia. Aunque Leibniz no haga estas distinciones de manera explícita, es conveniente exhibirlas, puesto que las problemáticas y los modos de abordaje son claramente diferentes. Como señalamos, esta distinción nos permite circunscribir de manera adecuada nuestro trabajo: en efecto, nuestro interés aquí estará puesto en el segundo de estos niveles de análisis, aunque podamos decir algo tangencialmente de los otros dos, en especial del tercero.

Precisamente en el sentido de lo descrito en el segundo nivel de análisis es que decimos que hay una concepción predicativa de la matemática: de alguna manera, ella “apunta” a explicar atributos del cuerpo. No todos los atributos, ciertamente, pues, como ya señalamos, Leibniz es suficientemente explícito acerca del hecho de que algunos de los atributos distintos de los cuerpos se reducen a nociones metafísicas. No obstante, la matemática explica algunos de los atributos aparentes del cuerpo (aunque no todos; retomaremos esta cuestión más adelante) y, por tal razón, los objetos matemáticos se predican de las cosas como de sus sujetos. En este sentido, siguiendo el célebre ejemplo de Leibniz que exhibe a lo largo de la correspondencia con Arnauld, la “esfera” es un atributo que se predica del objeto material que Arquímedes hizo colocar sobre su tumba (es decir, “la esfera sobre la tumba de Arquímedes”). No significa esto que la matemática esté subordinada a la física, pues más bien ocurre lo contrario: por las razones que ya señalamos, la física está subordinada tanto a la matemática como a la metafísica (entre otros, A VI 4, 1394 y 1982). Sin embargo, lo que esta perspectiva muestra es que la matemática no es ajena a la consideración de las cosas, sino que más bien parece que tiene lugar lo contrario. Leibniz parece traslucir esto mismo en el siguiente pasaje de 1679:

> En Geometría y Aritmética, por lo tanto, no entendemos por líneas y números cosas abstractas, sino que [entendemos] cosas con ellos, como, por ejemplo, *círculo*, ciertamente de

> oro, de plata, de madera; *número*, esto es, muchas cosas, como: *número cuadrado*, esto es, tantas [cosas] como puedan disponerse cuadradamente. (A VI 4, 337)

Así, la matemática es una ciencia que aborda las cosas en un aspecto, o mejor, considera en teoría o en general aspectos que describen de manera incompleta las cosas del mundo. Como mostraremos, la matemática no es vista por Leibniz como una ciencia de predicados abstractos, sino de predicados concretos incompletos de cosas. Ya volveremos sobre estas cuestiones, pero, para ello, debemos hacer algunas aclaraciones previas. Dividiremos el trabajo en tres secciones o partes. En la primera de ellas, mostraremos que, en el período delimitado en este trabajo, Leibniz concibió que la matemática es la ciencia de las cosas imaginables, esto es, de la cantidad y la cualidad en general, en tanto que son concebidas distintamente. Como hilo conductor, seguiremos el análisis leibniziano de las figuras. En la segunda sección, argumentaremos que Leibniz concibió los entes matemáticos como objetos nocionales concretos. Por último, en la tercera sección, sostendremos que los entes matemáticos fueron concebidos por Leibniz como atributos y que, en consecuencia, son nociones incompletas, lo que, en suma, nos permitirá argumentar a favor de la concepción predicativa de la matemática.

1. Las cosas imaginables concebidas de manera distinta

En esta sección mostraremos la importancia que tiene para nuestra interpretación la concepción de la matemática sostenida más o menos sistemáticamente por Leibniz en el período circunscrito en este trabajo, como la ciencia de las «cosas imaginables» (*scientia rerum imaginabilium*; A VI 4, 511). En este respecto, es célebre el pasaje de Leibniz de *Elementa nova matheseos universalis* de 1683 en el cual presenta a la *mathesis universal* como una «lógica de la imaginación»:

> La Matemática Universal debe enseñar el método de determinar algo con exactitud por medio de aquellas cosas que caen bajo la imaginación, o sea, por decirlo así, [debe enseñar] una lógica de la imaginación. (A VI 4, 513)

Este pasaje de Leibniz en el que la matemática universal es exhibida como una «lógica de la imaginación» es un tópico en los estudios leibnizianos. No nos detendremos en detalle en esta cuestión (remitimos para ello a Rabouin 2017 pp. 224-235, y Esquisabel 2022, pp. 263 y 272-284). Es suficiente para nuestro objetivo señalar que la idea de una lógica de la imaginación implica una metodología general aplicada, en este caso, al dominio de lo imaginable, en tanto que pueden obtenerse allí conclusiones en virtud de relaciones “estructurales” (Esquisabel 2022, p. 273). Nuestro objetivo, por su parte, es más bien inspeccionar la naturaleza de “lo imaginable”, como aquello acerca de lo que trata la matemática, independientemente de cómo haya concebido Leibniz la matemática general o universal. En este respecto, vale la pena señalar que la aplicación de esta metodología a las cosas imaginables conlleva, en consecuencia, que en lo imaginable se hallan “instanciados” conceptos estructurales (Esquisabel 2022, p. 263). En *De ortu progressu et natura algebrae, nonnulisque aliorum et propriis circa eam inventis* de 1685, Leibniz introduce una serie de comentarios que contribuyen al esclarecimiento de esta cuestión:

> No obstante, a la matemática parece estarle subordinado todo lo que está sometido a la imaginación en cuanto se lo concibe distintamente; por lo que, en consecuencia, en ella se aborda no sólo la cantidad, sino también la disposición de las cosas. Por consiguiente, si no me equivoco, dos son las partes de la matemática general, el arte combinatorio, que trata de la variedad de las cosas y formas, es decir, de las cualidades en general en cuanto están sujetas a un raciocinio distinto, así como de lo semejante y lo desemejante, y la logística o álgebra, que trata de la cantidad en general. (GM VII, 205-206; traducción de Esquisabel 2022, p. 262-263)

Hay fundamentalmente dos cuestiones que vale la pena resaltar de este pasaje para nuestro objetivo. En primer lugar, que, al comprender lo que cae bajo la imaginación, la matemática universal es concebida de un modo más amplio que en el sentido clásico de la ciencia de la cantidad en general. Una vez más: no es la intención de este trabajo abordar la concepción leibniziana de la *mathesis universalis* en la década de 1680 (para lo cual nuevamente remitimos a los trabajos antes señalados), sino examinar las implicancias relativas al objeto matemático, como aquello que cae bajo la imaginación. En ese sentido, no trataremos aquí de dilucidar qué pudo haber sido para Leibniz la *mathesis universalis* en este y otro períodos de su pensamiento, como tampoco abordaremos los problemas internos a estas concepciones (como, por ejemplo, la compleja cuestión de la relación de esta ciencia con la combinatoria ya sugerida en el pasaje recién citado; para el abordaje de esta cuestión, remitimos a Esquisabel 2020). Más bien nos interesa que Leibniz haya señalado explícitamente que lo que cae bajo la imaginación corresponde no sólo a la cantidad, sino también a la cualidad. Esta concepción se encuentra presente al menos en la década de 1680, aun en el caso de que Leibniz quizás no se refiera explícitamente a “matemática universal”. Así, por ejemplo, en *De rebus in scientia mathematica tractandis*, Leibniz señaló: «Ciertamente, en matemática, además de la comparación de cantidades, suele tratarse a menudo sobre la comparación de cualidades, es decir, sobre la semejanza (…)» (A VI 4, 280). De esta manera, podemos demostrar recurriendo a la semejanza de cualidades, cosas que de hecho podrían también demostrarse, aunque con mayor dificultad, recurriendo solamente a cantidades. Así, por ejemplo, que dos círculos cualesquiera son semejantes entre sí, o bien que son entre sí como los cuadrados respectivamente circunscriptos. No nos detendremos con mayores detalles en los aspectos técnicos del tratamiento matemático de las cualidades. Nos alcanza con observar, en suma, que tanto la cantidad como la cualidad caen bajo la imaginación.

En segundo lugar, al mismo tiempo que esta descripción del objeto de la matemática universal implica una ampliación del campo de estudio de esta ciencia en relación con lo que usualmente era admitido (en el sentido de que solía decirse que la matemática es la ciencia de las cosas en cuanto que tienen cantidad; A VI 4, 379. Cf. Rabouin 2017, p. 224), implica también, de alguna manera, una restricción en el marco del conjunto total de cosas que de hecho caen bajo la imaginación. Dicho en otras palabras, en sentido estricto, la matemática no aborda todo lo que cae bajo la imaginación, sino solamente lo que puede ser concebido de *manera distinta*. Pasini (2001, p. 957) recuerda que para Leibniz hay varios rangos de nociones, entre las cuales las nociones matemáticas son «sensibles e inteligibles a la vez» (GP 6, 501). Así, quedan excluidas del tratamiento matemático, por ejemplo, las cualidades sensibles. Detengámonos en este punto.

Leibniz recurrentemente señala que las cualidades sensibles encierran algo de imaginario, pues no pueden demostrarse a partir de la naturaleza de la cosa, sino que son atribuidas por nosotros a la cosa en virtud de que estamos en una determinada disposición al percibir. Así, por ejemplo, el calor es un atributo aparente, pues «(…) pensamos que la cosa está más o menos caliente, aunque sabemos que la misma cosa se nos muestra caliente o no caliente de acuerdo con las diferentes partes de nuestro cuerpo» (A VI 4, 307). Como señalamos antes al pasar, Leibniz concibe a las cualidades sensibles como atributos confusos de los cuerpos, dado que no podemos explicar en qué consisten y, en consecuencia, no podemos definirlas, aunque podamos enseñarlas de manera ostensiva (A VI 4, 1982). En consecuencia, estos atributos no pueden ser concebidos de manera distinta. No obstante, las cualidades sensibles no son las únicas cosas que encierran algo de imaginario. Así, por ejemplo, Leibniz es suficientemente explícito acerca del hecho de que no debe colocarse la esencia del cuerpo en la extensión ni en sus modificaciones, esto es, la figura y el movimiento, puesto que encierran algo de imaginario, no menos que las cualidades sensibles (A VI 4, 1623). Como señalamos en la introducción, la noción de extensión es un ejemplo de un atributo distinto del cuerpo cuya noción es reductible, precisamente, a las de magnitud y situación o figura. Vale la pena señalar que el reconocimiento de que la imaginación comprende tanto las nociones confusas de los sentidos, como las distintas que son abordadas por la matemática, es retomada por Leibniz en su pensamiento de madurez (por señalar solamente un ejemplo posterior a 1700: GP VI, 501). En suma, tenemos, por un lado, que bajo la imaginación caen nociones tanto confusas como distintas, y, por otro, que la matemática trata del segundo tipo, esto es, aquellas de las cuales, a pesar de encerrar algo de imaginario (y en este sentido se distinguen de las cosas metafísicas), entendemos en qué se resuelven, por lo que podemos explicarlas. Tal es el caso de la situación o figura, que es el objeto de la geometría, y de la magnitud, que es objeto de la aritmética.

Detengámonos brevemente en el carácter imaginario de las nociones matemáticas, atendiendo en especial, como hilo conductor, a las figuras. Para Leibniz, las figuras no son cualidades constitutivas de los cuerpos, lo que implica que, fuera del pensamiento, no son cualidades enteramente reales y determinadas (cf. A II 2, 249-250). Ningún cuerpo tiene una figura perfectamente geométrica, esto es, exacta y determinada, a causa de la división del continuo (para una reconstrucción detallada del argumento de Leibniz, remitimos a Marshall 2011, pp. 11-14). La materia está divida en acto al infinito y cada una de sus partes está en movimiento, por lo que la "figura" no es de hecho nunca fija, en el sentido de que cambia constantemente a causa del movimiento de las partes de la materia. Las "figuras" de la materia figurada está plagada de irregularidades: no hay ninguna esfera material sin desigualdades, ni recta que no esté mezclada con curvas, de modo que, en el mejor de los casos, las figuras de las cosas son, por decirlo así, "aproximadamente geométricas". Es precisamente sobre esta irregularidad que se aplica la imaginación y por ello las figuras no son cualidades "enteramente" reales. Lo "real" en este sentido es la materia, con sus irregularidades propias, que funciona como el "soporte empírico" para la acción de la imaginación, que, en pocas palabras, permite que nos representemos de manera homogénea lo que es irregular (cuestión que hemos abordado en Esquisabel y Raffo

Quintana, 2022). Levey señala en este respecto que el hecho de que una cosa envuelva "algo de imaginario" no implica automáticamente para Leibniz que en el mundo no hay nada más allá de la apariencia que corresponda con la experiencia (2005, p. 81). Estamos de acuerdo con esto; incluso, añadiríamos, como ya dijimos, que lo que encierra "algo" de imaginario de hecho reclama alguna determinación real. En otras palabras, lo que encierra "algo de imaginario" no es ni enteramente real, ni enteramente imaginario. En este respecto, coincidimos también con Marshall (2011, p. 10 y esp. 20-26) acerca de que el hecho de que no haya en la naturaleza ninguna figura perfectamente real no lleva a una lectura puramente "idealista" de Leibniz (cf. Crockett 2009, esp. pp. 744-749).

El resultado de la imaginación es la figura sobre la cual se aplica el pensamiento, en el sentido de que de ella predicamos las propiedades "geométricas" que atribuimos al objeto geométrico en cuestión. En este sentido, siguiendo el célebre ejemplo de Leibniz, podemos predicar las propiedades correspondientes a la esfera de la esfera que está sobre la tumba de Arquímedes, *a pesar de que* esa esfera material no sea perfectamente geométrica por las razones ya señaladas. Podemos decir, en suma, que las figuras son, en el mejor de los casos, atributos "aparentes" o "fenoménicos" de las cosas, que no se hallan en la naturaleza del modo como son teorizadas por el matemático. Leibniz es explícito en esta cuestión, pues señala: «Y así como el color y el sonido, así también la extensión y el movimiento son fenómenos más que atributos verdaderos de las cosas que contengan una cierta naturaleza absoluta sin relación con nosotros» (A VI 4, 1465).

Ahora bien, ¿de qué modo son teorizadas las figuras por el matemático? Pues las figuras son siempre empíricas, sea que se trate de la figura que "reconocemos" en un cuerpo, la que dibujamos en un papel o la que se presenta en la imaginación. En ninguno de los tres casos estamos frente a figuras "perfectamente geométricas", sino solamente aproximadas, sobre las que la imaginación proyecta las propiedades geométricas de la cosa. En este sentido, ya en el período parisino Leibniz admitió que no hay en la mente una imagen del círculo perfecto, sino que, sobre la imagen mental, "aplicamos la uniformidad", en el sentido de que «olvidamos haber sentido desigualdades» (A VI 3, 499; traducción de Leibniz 2019, p. 48). Levey sostiene que, aunque Leibniz no suela ser muy explícito en esta cuestión, la imaginación funciona del mismo modo tratándose de una imagen mental o de las "figuras" de las cosas conocidas por percepción sensible (2005, p. 80); estamos de acuerdo con esta observación. En suma, no hay figura sin el soporte empírico sobre el que se aplica la imaginación y precisamente por ello la imaginación interviene en la constitución de las figuras. Podemos considerar las figuras desatendiendo la materia figurada, o bien, como también dice Leibniz, abstrayéndola o separándola de la materia (por ejemplo, A VI 4, 991 y 1645). Estas descripciones de la figura como abstractas la desafectan parcialmente de las propiedades empíricas de la materia, pero no de todas, puesto que, por ejemplo, se conservan sus dimensiones. En ese sentido, por poner un caso, entendemos que podemos calcular aproximadamente el volumen de la esfera sobre la tumba de Arquímedes, a pesar de que consideramos esta figura al margen de las propiedades materiales que tiene la cosa. Digamos, de manera provisoria, que, considerada de este modo, la esfera es un accidente abstracto individual de la cosa material. En síntesis, no es que al geómetra le preocupe especialmente la figura vista, dibujada o imaginada en la mente, sino que su objeto de estudio es más bien *lo subrogado* por ellas. En este respecto, Leibniz es bastante explícito acerca del hecho de que las figuras tienen un uso auxiliar en la geometría. Ellas son *caracteres* que auxilian al pensamiento, esto es, signos con propiedades sensibles cuya función es subrogativa. De allí que «(…) ni el círculo dibujado [*descriptus*] en el papel es un verdadero círculo, ni esto es necesario, pues alcanza con que lo tengamos por un círculo» (A VI 4, 23), en la medida en que hay una “semejanza” entre los caracteres y las cosas. Si bien no lo analizaremos en detalle en esta ocasión, Leibniz describe esta relación de semejanza como una «proporción entre los caracteres y las cosas» (A VI 4, 24), lo que se corresponde con lo que explicó como “expresión” en un célebre *Quid sit idea* (A VI 4, 1370).

Estas aclaraciones nos muestran, en suma, que hay cierta ambigüedad en el uso del concepto de figura, que trataremos de dilucidar en lo siguiente. En primer lugar, tenemos la figura empírica individual, sea que se trate de una figura dibujada, en la mente o como atributo aparente de la cosa. A propósito del último caso, como dijimos antes, se trata de un accidente abstracto individual de la cosa. Así es, por ejemplo, la figura esférica individual que reconocemos en el objeto material que está sobre la tumba de Arquímedes. Se trata, en efecto, de una figura individual (y no en general), aun cuando sea considerada separada o abstraída de su sujeto. Por una cuestión de orden, en la siguiente sección nos referiremos con más detalle a la naturaleza abstracta de las figuras, entendidas en este primer sentido.

Ahora bien, en segundo lugar, está lo que es subrogado por la figura individual, y que es, de algún modo, la figura en general. No se trata ya de “esta figura esférica individual” (la de la tumba de Arquímedes), sino de “la esfera”, en general o en teoría (A II 2, 45-46), como especie. Así, decimos que la “figura individual”, que el geómetra en sus demostraciones dibuja en el papel, subroga a la “figura en general”, a lo que de aquí en más nos referiremos como el “objeto” o “ente matemático”. En suma, sostenemos que para Leibniz las figuras individuales no son el objeto de la geometría, sino el recurso sensible, es decir, el carácter, que el geómetra utiliza para referirse a las entidades geométricas. Antes de pasar a ello y con el objetivo de completar estas últimas distinciones, mencionemos al pasar, en tercer lugar, que las propiedades que definen al objeto matemático se aplican, en este caso, a las figuras individuales, de modo que, en consecuencia, también a las cosas de las que las figuras son abstraídas.

2. Los entes matemáticos como objetos nocionales concretos

En esta sección nos detendremos a analizar la naturaleza del objeto matemático para Leibniz. Esto nos mostrará que el objeto o ente matemático, a pesar de ser imaginable, tiene una naturaleza conceptual o “nocional”. Abordaremos esta cuestión en tres momentos: en primer lugar, argumentaremos que el objeto matemático es *nocional*, tras lo cual mostraremos que es *concreto* (en el sentido leibniziano del término) y, por último, en la siguiente sección, que es *incompleto*. Si bien los tres aspectos se involucran, procuraremos abordarlos en orden.

Antes de abocarnos a ello, hagamos una observación relativa a la relación entre imaginación y pensamiento en lo que respecta a la cuestión abordada en este trabajo. Christian Leduc ha sostenido que una de las funciones que cumple la imaginación cuando entra en relación con la razón es la de concebir nociones formales abstractas por sí mismas (*on its own*) y, en este sentido, señala que «[l]a imaginación es capaz de concebir nociones inteligibles» (en prensa, p. 8). Si bien su esfuerzo por mostrar que para Leibniz la imaginación y la razón se complementan es coherente y estamos de acuerdo con ello, en especial cuando se trata precisamente de las nociones imaginables, sostener que la imaginación concibe las nociones matemáticas “por sí mismas” parece implicar o bien que podemos formarnos una imagen mental perfecta de un objeto geométrico, lo que, como señalamos en la sección anterior, Leibniz rechaza, o bien que la imaginación puede hacer algo sin imágenes, lo que, además de carecer de soporte textual, parece ir en contra de la naturaleza misma de esta facultad. Frente a ello, a modo de hipótesis,[3] sostenemos que, para Leibniz, cuando nos representamos en la imaginación un concepto matemático, como, por ejemplo, el de círculo, lo que hacemos es representarnos con imágenes particulares (y así, no lo concebimos "por sí mismo") un proceso que está incluido en la noción correspondiente (por ejemplo, el movimiento de una línea recta permaneciendo un extremo inmóvil).

En primer lugar, decimos que los objetos matemáticos son objetos nocionales, lo que implica, en términos leibnizianos, que son *entes*. En otras palabras, decir que son objetos nocionales implica que son *un tipo de entes*, esto es, entes concretos incompletos. En numerosos textos, Leibniz lleva a cabo tipologías de las nociones que nos permiten ubicar las distinciones abstracto-concreto, por un lado, y completo-incompleto, por otro, en el espectro general de las nociones. Se trata de textos "ontológicos", en la medida en que, como veremos, el objetivo de Leibniz es la clasificación entre tipos de entes. Estas clasificaciones o tipologías pueden hallarse, entre muchos otros textos, en *Definitiones: aliquid, nihil* (A VI 4, 306-310), *Enumeratio terminorum simpliciorum* (A VI 4, 388-389), *De notionibus omnia quae cogitamus continentibus* (A VI 4, 401-405) o *Divisio terminorum ac enumeratio attributorum* (A VI 4, 558-566; de ahora en más, DT). En lo que sigue nos detendremos especialmente en el último texto señalado, DT, que fue redactado por Leibniz entre 1683 y 1685. Escogemos este texto porque no sólo desarrolla esta cuestión de manera amplia y detallada, sino también porque la concepción exhibida allí representa en términos generales la visión que, a nuestro parecer, Leibniz habría sostenido en el período delimitado por este trabajo. Esto no quita, sin embargo, que en otros de los textos en los que hace reconstrucciones semejantes haya diferencias o, quizás, aparentes contradicciones, con lo que señala en DT. Algunas de estas divergencias las iremos abordando en este escrito.

En pocas palabras, un término "posible" es aquel que puede pensarse sin contradicción, mientras que es "imposible" el que encierra una contradicción. A su vez, el término "posible" puede ser afirmativo (en otros textos es llamado también "positivo", por

[3] Le agradezco nuevamente a Oscar Esquisabel por ayudarme al esclarecimiento de esta hipótesis.

ejemplo, A VI 4, 400) o negativo, según implique precisamente una afirmación o una negación. Así, "ente" es lo posible afirmativo, mientras que "no ente" es un término posible negativo, en el sentido de que niega al ente, pero sin por ello implicar una contradicción (y precisamente por eso es posible). Si bien en este texto "ente" parece ser un ejemplo de término posible afirmativo, en otros escritos Leibniz es más explícito en la afirmación de que "ente" es lo posible afirmativo (por ejemplo, A VI 4, 400 o 1506). En suma, decir que los objetos matemáticos son nocionales implica que son entes, es decir, términos posibles positivos. Ellos tienen una esencia o realidad que puede entenderse distintamente (A VI 4, 1447). En ese sentido, podemos decir que son reales en tanto posibles. De ellos se pueden dar definiciones reales, que son precisamente por las que consta que lo definido es posible. La preferencia de Leibniz por las definiciones genéticas en la geometría es algo conocido (A VI 4, 1617). Ahora bien, a pesar de ser reales en tanto posibles, no son existentes, es decir, objetos de percepción (cf. Breger 2015, p. 126). El ente se define por medio de la concepción, en el sentido de que concebimos los entes como posibles, mientras que la existencia se define para Leibniz por medio de la sensación o percepción (A VI 4, 1499). Una vez más: podemos decir que existen cosas o cuerpos materiales cuya figura es, por ejemplo, circular, pero no por ello diremos en el mismo sentido que existe el círculo. Como señalamos en la introducción, en este sentido nos referimos a una concepción predicativa de la matemática. Retomaremos este punto más adelante. Por lo tanto: aunque no exista en la naturaleza el ente matemático, no obstante, existen cosas materiales, de las cuales las figuras individuales, que son atributos aparentes suyos, pueden describirse aproximadamente por medio de las notas esenciales que constituyen el objeto matemático correspondiente.

Ahora bien, nuestro interés central está en toda la clasificación exhibida en DT que se sigue luego de la de ente, que nos permite ahondar, ante todo, en el segundo momento de la hipótesis: los entes matemáticos son *concretos*. Para ello, Leibniz distingue, primero, los entes concretos de los abstractos: lo concreto «envuelve al mismo tiempo el sujeto» (A VI 4, 558), en el sentido de que no está en otro como en un sujeto. Así, por ejemplo, "fuego" es un término concreto, lo mismo que "caliente", como atributo concreto que envuelve o implica un sujeto (es decir, "lo caliente" o "lo que es caliente"). Lo abstracto, por el contrario, no envuelve el sujeto, es decir, está en otro como en su sujeto, como, por ejemplo, “calor”. El criterio para distinguir lo concreto y lo abstracto es, por lo tanto, claro, a saber: la implicación o no del sujeto. En un texto más temprano, Leibniz parece sugerir que las cosas y sus atributos son concretos, mientras que los modos de estos atributos son abstractos: “Así, el fuego será una cosa, caliente su atributo y el calor (el abstracto) será un *modo*” (A VI 4, 307). En DT, Leibniz señala un ejemplo especialmente relevante para nosotros:

> Pues aunque la figura circular está en el círculo de cobre como en un sujeto, no obstante el círculo no está en un sujeto, y el agente envuelve ya el sujeto, pues es una cosa a la que se le atribuye acción. (A VI 4, 558)

Leibniz introduce aquí la distinción entre “círculo” (el objeto geométrico) y “figura circular” como una diferencia entre algo concreto y algo abstracto, en analogía con la distinción entre “agente” y “acción”. En la sección anterior hemos considerado el carácter abstracto de las figura, en tanto que pueden describirse por abstracción o separación de la materia, o bien, en términos más generales, de su sujeto. En reiteradas ocasiones, Leibniz señala que “círculo” es concreto, e incluso así lo hace apenas antes del pasaje recién citado, pues señaló: «Así, son concretos: Dios, hombre, cuerpo, círculo, hora, cálido, agente» (A VI 4, 558). La “figura circular”, por el contrario, es abstracta, pues se predica del círculo de cobre o, en general, del círculo material como de su sujeto. Es en este sentido que precisamente en la sección anterior dijimos que las figuras son accidentes abstractos individuales. En suma, la distinción entre concreto y abstracto afecta a la distinción entre figura y objeto o ente geométrico. En consecuencia, si nuestra lectura es correcta, se sigue que la matemática es para Leibniz una ciencia que trata sobre entes concretos, o mejor, sobre cierto tipo de entes concretos. Recordemos un pasaje que citamos al comienzo de este escrito: en la geometría y en la aritmética, las líneas y números no son entendidos como cosas abstractas, sino que entendemos “cosas con ellos”, es decir, se toman como concretos.

3. Nociones incompletas: la concepción predicativa de la matemática

Ahora bien, ¿de qué tipo de entes concretos trata la matemática en general? En DT, lo concreto se divide primero en “sustantivo” (como “amador”) y adjetivo (como “amante”) y lo sustantivo, a su vez, entre “supuesto” y “atributo”. Esta última distinción es capital para nuestro problema, lo que queda de manifiesto si concebimos a la matemática como ciencia de atributos de cosas. De acuerdo con Leibniz, “supuesto” es el sustantivo *completo*, mientras que “atributo”, el *incompleto*.

En esta sección argumentaremos que los entes matemáticos se ubican en esta clasificación como atributos. Así, en el ejemplo del “círculo de cobre” de la última cita de la sección anterior, decimos que el círculo es un atributo de la cosa. Leibniz aborda con cierto detalle esta cuestión en *De cognitionum Analysi* (1678-1680/81). Pero antes de detenernos en este texto, hagamos una observación preliminar de relevancia. Como traslucen las últimas aclaraciones y como señalamos al pasar en la introducción de este trabajo, Leibniz concibe a las nociones incompletas en contraposición con las nociones completas, es decir, las nociones de individuos. No obstante, Leibniz recurrentemente apela a ejemplos de cosas que, formalmente, no son sustancias individuales, como la esfera sobre la tumba de Arquímedes. Esto se debe a que, a pesar de que cosas como la esfera de Arquímedes no *sean* sustancias individuales, podemos tomarlas *como si* lo fueran. En DT, Leibniz hace una subdivisión del “supuesto” que apunta precisamente a esta cuestión:

> El supuesto es o bien sustancia singular, que es un ente completo uno por sí mismo, como Dios, una mente, el yo, o bien un fenómeno real, como un cuerpo, el mundo, el arco iris, un haz de leños, cosas que concebimos como si fuesen sustancias completas dotadas de unidad, aunque el cuerpo, a no ser que esté animado o que contenga en sí mismo una cierta sustancia dotada de unidad que corresponda al alma, la cual se denomina forma sustancial o primera entelequia, no es más sustancia una que un haz de leña. (A VI 4, 559)

Así, cosas que no sean formalmente sustancias individuales pueden tomarse como si lo fueran y, por lo tanto, podemos tomar a las nociones que les correspondan como si fueran nociones completas. Algo similar, señala Leibniz, es lo que hacemos con los entes matemáticos: «De manera semejante, las cosas matemáticas, tales como el espacio, el tiempo, la esfera, la hora, sólo son fenómenos que son concebidos por nosotros como si fuesen sustancias» (A VI 4, 559-560). Esta concepción se repite en otros textos. Así, por ejemplo: «(...) concreto incompleto es algún Ente Matemático que concebimos como sustancia, como el espacio, el tiempo» (A VI 4, 400). Notemos, por lo demás, que en esta cuestión hay una analogía entre la matemática y la física, pues el cuerpo, que es el objeto de la física, no es un ente completo, sino solo concebido como tal (cf. A VI 4, 596-597). Entre estos casos parece haber, sin embargo, una diferencia importante: en las nociones de cosas como la esfera de Arquímedes se contienen predicados tanto necesarios como contingentes y, por ello, concebimos estas cosas como si fueran sustancias “completas”. El hecho de que con los entes matemáticos ocurra algo “semejante”, pero no exactamente lo mismo, parece tener que ver con el hecho de que en ellos no hay predicados contingentes, es decir, son nociones incompletas.

Analicemos, entonces, el contenido de *De cognitionum Analysi*. Entre otras cosas, en este texto encontramos un análisis de varias de las cuestiones que hemos considerado anteriormente y que tienen consecuencias desde el punto de vista de la predicación. Para ello, tengamos en cuenta la distinción entre nociones abstractas y concretas abordada con anterioridad. De alguna manera, hay una diferencia fundamental entre la concepción de lo abstracto y de lo concreto incompleto, en tanto que lo abstracto (por ejemplo, “calor”) puede concebirse sin su sujeto, mientras que no es posible concebir lo concreto incompleto (como “caliente”[4]), es decir, el atributo, sin suponer un sujeto. Esto, por lo demás, está implícito en los conceptos mismos de sujeto y atributo. De allí que, si quisiéramos extraer otras propiedades *que se den en la naturaleza* a partir de un atributo, deberíamos necesariamente suponer el sujeto de atribución. Así, por ejemplo, no podremos llegar, a partir del concepto de “caliente”, al de “luminoso”, si no suponemos el sujeto de lo caliente, es decir, por ejemplo, “el fuego”, que es algo caliente, luminoso, etc. Leibniz entiende, así, que todo sujeto último es un ente completo, es decir, envuelve toda la naturaleza de la cosa, de modo que, a partir de la “inteligencia perfecta” de tal ente, podemos concluir «cuáles posibles existen» (A VI 4, 2770). En otras palabras, si consideramos el sujeto último, podemos entender cuáles nociones incompletas tienen lugar, por decirlo así, individualizadas, en calidad de atributos, en el individuo al que le corresponde esa noción. En este sentido interpretamos la expresión “cuáles posibles existen”: no porque existan en cuanto cosas incompletas, sino en cuanto expresan atributos de cosas. Así: «(…) un individuo es aquello cuya inteligencia envuelve la inteligencia de la existencia de las cosas» (A VI 4, 2770).

Entendemos que esto es precisamente lo que Leibniz señala en el pasaje citado en la introducción de este trabajo, según el cual (recordémoslo una vez más) en aritmética y

---

[4] Formalmente, Leibniz utiliza como ejemplo “calor”, para la noción abstracta, y “este calor”, para la concreta. A los fines de claridad en la presentación del tema, reemplazamos “este calor” por “caliente”, de manera que sea evite la confusión entre lo abstracto y lo concreto y, por lo tanto, la diferencia entre estos términos quede más claramente asentada. En cualquier caso, Leibniz entiende “este calor” como un atributo de una cosa y, por ello, entendemos que es sinónimo de “caliente”, en tanto atributo de “algo caliente”, es decir, “esta cosa caliente”. Ya veremos cómo se aplica esta cuestión al caso de las entidades matemáticas.

geometría tomamos a los números y líneas no como cosas abstractas, sino que entendemos cosas con ellos, es decir, los tomamos como atributos de cosas. Si tenemos en cuenta las distinciones que hicimos anteriormente, diremos, por un lado, que podemos considerar de manera abstracta la figura de una cosa (digamos, "la figura triangular") sin tener necesidad por ello de reparar en la cosa misma. Ahora bien, distinto es el caso, por otro lado, del objeto matemático (siguiendo el ejemplo, el "triángulo"), sobre el cual no podemos hacer algo semejante. En este sentido, el ejemplo del calor y lo caliente es análogo a la distinción entre, por ejemplo, "figura triangular", como abstracto, y "este triángulo" o simplemente "triángulo", en tanto atributo de "esta cosa triangular", o mejor, "este triángulo de hierro". Lo que eventualmente podemos tener es una cosa, como "este triángulo de hierro", de la cual se predica, como atributo suyo, el hecho de ser un triángulo. En ese sentido, decimos que las nociones matemáticas incompletas son nociones de especies, que, por lo tanto, se predican de los individuos correspondientes. En *De cognitionum Analysi*, Leibniz aplica con toda claridad las distinciones y observaciones que acabamos de señalar a un ejemplo muy significativo para nuestro objetivo:

> Puedo ciertamente concebir un círculo como una cosa posible en sí, es decir, que no implica contradicción; *pero si quisiera saber si existe ahora un círculo y si quiero saber esto* a priori, *estoy forzado a suponer muchas otras cosas, y el sujeto del círculo es lo primero de las cosas que deben suponerse, al transitar en orden desde el círculo y lo que se sigue de su naturaleza a otras propiedades.* Ciertamente puedo resolver la esencia del círculo por sí en sus causas, hasta los primeros [elementos], pero no puedo juzgar a partir de ello si el círculo es algo. En efecto, hay ciertas diferencias que no se toman de las formas; de esta clase es la diferencia entre un círculo grande y uno pequeño, y asimismo si hay un único círculo o muchos. Asimismo, si existe o no. Pues, cuando se halla que un círculo es posible, es porque puede preguntarse si algo es posible, dado que envuelve muchas cosas a partir de las que puede juzgarse su posibilidad. (A VI 4, 2770. Las cursivas están en el original)

Notemos, en primer lugar, que la argumentación de Leibniz responde a la pregunta que formuló anteriormente acerca de «cuáles posibles existen», pues precisamente analiza el caso a propósito del círculo, que, como todo objeto matemático, es real en cuanto posible. En otras palabras, de la consideración de la posibilidad del círculo no podemos llegar a su *existencia* mediante el mero análisis conceptual, es decir, *a priori*, sin suponer el sujeto del círculo. Como dijimos, que los entes matemáticos sean reales en tanto posibles no implica por ello la existencia en la naturaleza. Un círculo no existe *como tal*, o mejor, como *sujeto*, en la naturaleza, sino solamente como atributo de una cosa circular.

Leibniz se detiene con cierto detalle en estas cuestiones en unas observaciones que hizo a una carta de Arnauld:

> También la noción de la esfera en general es incompleta o abstracta, es decir, no se considera de ella más que la esencia de la esfera en general o en teoría, sin considerar las circunstancias singulares y, por consiguiente, ella no contiene de ningún modo lo que es requisito para la existencia de una determinada esfera; pero la noción de la esfera que Arquímedes hizo poner sobre su tumba es completa y debe contener todo lo que pertenece al sujeto que tiene esta forma. Por eso, en las consideraciones individuales o prácticas que versan acerca de lo singular, además de la forma de la esfera, entra en ella la materia de la que está hecha, el lugar, el tiempo, y las demás circunstancias que, en un continuo encadenamiento, desarrollarían toda la serie del Universo, si se pudiera proseguir todo lo que estas nociones contienen. Pues la noción de esta parcela de materia de la que esta esfera está hecha, lleva consigo todos los cambios que ha sufrido y que un día sufrirá. Y, según mi opinión, cada sustancia individual contiene siempre trazos de lo que siempre ha sido y marcas de lo que siempre será. (A II 2, 45-46, traducción en OFC 14, p. 37)

Así, en la matemática se consideran algunos aspectos formales de las cosas, "en general" o "en teoría". Por lo tanto, en esta clasificación, "la esfera" es un ente concreto incompleto, en tanto que es un atributo de "la esfera que Arquímedes hizo colocar sobre su tumba".

Ahora bien, el hecho de que Leibniz se refiera a la noción de "esfera en general" como "incompleta o abstracta" merece una aclaración, pues parecería, en principio, que esta expresión iría en contra de la concepción de los entes matemáticos como nociones incompletas. En diversas ocasiones Leibniz emplea el término "abstracto" como sinónimo de "incompleto" (por ejemplo, además del pasaje citado, en A VI 4, 1645). En estos casos, es claro que lo que describe el carácter abstracto de la noción de esfera es que en ella no se incluyen predicados contingentes, o sea, precisamente el hecho de ser una noción incompleta. Así, decimos que las nociones de especie son "abstractas" en comparación con las de individuos, puesto que tienen un grado de generalidad mayor a causa de que comprenden solamente predicados necesarios, pero no contingentes. En otras palabras, el carácter incompleto de las nociones incompletas no se debe a que, por decirlo así, no están en una noción tal todos los predicados que le corresponden. En ese sentido, podríamos decir que una noción incompleta es en algún sentido "completa", en la medida en que están en ella todos los predicados *necesarios* correspondientes. La denominación de estas nociones como "incompletas" se dice en contraposición con las características que tienen las nociones completas, que *no solo* incluyen predicados necesarios, es decir, las nociones incompletas, *sino también* predicados contingentes, pasados, presentes y futuros. En el mismo sentido, Leduc señala que Leibniz habría considerado las propiedades matemáticas como abstractas e incompletas, bajo la premisa de que las abstracciones permanecen en un nivel fenoménico e "ideal" (de acuerdo con la terminología de Leibniz a partir de 1690), a diferencia de las "naturalezas reales", que «deben expresar la determinación concreta de las realidades ontológicas» (en prensa, p. 16); como se desprende de nuestro análisis, estamos de acuerdo con esta apreciación. En consecuencia, el significado de abstracción en este contexto no parece ser el sentido "técnico" que vimos anteriormente, opuesto a concreto, sino un sentido vago que nos permite dar una descripción de las nociones más generales, como son las nociones de especies.

En suma, en las nociones completas (o que se toman como si fueran completas) se incluyen las incompletas, de manera que las nociones incompletas nos hablan de un aspecto de la cosa, es decir, nos hablan de la cosa pero de manera "incompleta" o "abstracta". Así, de la esfera de Arquímedes podemos predicar "con verdad" las propiedades de la esfera, a pesar de que la figura de ese cuerpo no sea una esfera perfectamente geométrica, o bien, a pesar de que en el mejor de los casos la figura del cuerpo sea "aproximadamente geométrica", pero nunca exactamente. La razón de esto es, una vez más, que el cuerpo tiene particularidades contingentes debidas a sus propiedades materiales, o sea, que en su noción no se incluyen solamente predicados necesarios, sino también contingentes. Por eso decimos que podría decirse que la predicación en casos como este también es "incompleta", en el sentido de que los entes matemáticos o, en general, las nociones incompletas, no agotan los predicados de las cosas cuyas nociones son completas. Por ello, y en esto coincidimos con Rabouin, los objetos matemáticos no son un «acceso subjetivo al mundo» (en prensa, p. 60; también 144-145), sino que describen de hecho propiedades de cosas.

Consideraciones finales

En suma, hemos mostrado que, en el período delimitado por este trabajo, Leibniz concibió a la matemática como una ciencia de las cosas imaginables que se comprenden distintamente, así como también que los entes matemáticos son concebidos por el autor como nociones concretas incompletas. En este sentido, se predican de las cosas cuyas nociones son completas o tenidas por tales y, en consecuencia, decimos que hay una concepción "predicativa" de la matemática. Como un resultado importante de este trabajo, vale la pena señalar especialmente la relevancia de reconocer que Leibniz no siempre ha utilizado de manera unívoca el término "abstracto", pues lo emplea al menos en dos sentidos, a saber, como lo contrario a "concreto", por un lado, y como sinónimo de "incompleto", por otro.

La novedad del enfoque que proponemos contribuye, a nuestro modo de ver, a esclarecer el modo como Leibniz concibió la aplicación de la matemática al estudio de la naturaleza. Así, por ejemplo, al examinar de qué manera las verdades geométricas gobiernan los fenómenos, Marshall (2011) recurre a la explicación de que, aunque no haya ninguna figura precisa en la naturaleza, es posible que las cosas en la naturaleza difiera tan poco de las figuras precisas, que la diferencia no podamos sentirla (pp. 17-18). Si bien esta descripción no es incorrecta, pues de hecho replica lo que Leibniz explícitamente señaló en *De organo sive de arte magna cogitandi* de 1679 (A VI 4, 159), su propuesta de hecho no parecer terminar de responder al interrogante por el modo en que se aplica la matemática. No decimos con esto que su abordaje sea incorrecto, sino que, por decirlo así, se queda a mitad de camino. Añadiríamos a esto que las verdades matemáticas son verdades acerca de las nociones incompletas matemáticas, nociones que, como vimos, se incluyen en las nociones completas o en las que son tomadas como tales. En consecuencia, las verdades matemáticas gobiernan también el mundo natural, pero en un aspecto, o mejor, precisamente, de manera incompleta. Cuando consideramos las cosas físicas a las que les corresponden las nociones tomadas como completas, debemos tener en cuenta también, entre otras cosas, la materia de la que están constituidas, que está dividida en acto al infinito, así como también en constante movimiento, etc. En otras palabras, es bajo esta consideración que lo que encontramos será, en el mejor de los casos, una aproximación. Así, en suma, a modo de ejemplo, de una cosa circular podemos predicar con verdad todo lo que pueda predicarse del círculo, aunque incompletamente, porque la cosa en cuestión es un "círculo de madera". De allí que, en lo que respecta "al círculo de madera", su figura exhibirá sólo de manera aproximada las propiedades incluidas con exactitud en la noción matemática de círculo.

Referencias

Breger, H. (2016). “Problems of mathematical existence in Leibniz” en: Pelletier, A. (ed.): *Leibniz and the aspects of reality* (Studia Leibnitiana – Sonderhefte 45), Stuttgard: Franz Steiner Verlg, 123-138.

Crockett, T. (2009). The fluid plenum: Leibniz on surfaces and the individuation of body. *British Journal for the History of Philosophy*, 17 (4), 735–767.

Esquisabel, O. (2020). “Combinatoría y matemática general: una relación compleja” en Nicolás Marín, J. A. y de Castilho Moreira, V. (eds.), *Leibniz: razón, principios y unidad*, Granada: Comares, 297-311

Esquisabel, O. (2022). De la cualidad a la cantidad: el proyecto leibniziano de la *Mathesis Universalis*. *Ápeiron. Estudios de filosofía*, 16, 253-287.

Esquisabel, O. y Raffo Quintana, F. (2022). La doble perspectiva técnica y filosófica de Leibniz acerca de los infinitesimales: un camino hacia la idealidad de lo matemático. *ÉNDOXA-Series filosóficas*, 50, 33-54.

Leduc, C. (en prensa). “Imagination and Reason in Leibniz”. Recuperado de: https://www.academia.edu/12533520/Imagination_and_Reason_in_Leibniz [última consulta: 02/11/2022]

Leibniz, G. W. (1849-1863). *Leibnizen Mathematische Schriften* (ed. C. I. Gerhardt). Berlin / La Haya: A. Ascher & Comp / H.W. Schmidt. [Citado como GM, seguido de número de volumen (en números arábigos) y del número de página]

Leibniz, G.W. (1875-1890). *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz* (ed. by C. I. Gerhardt). Berlin: Weidmann. [Citado como GP, seguido de número de volumen (en números arábigos) y del número de página]

Leibniz, G. W. (1923 y ss). *Sämtliche Schriften und Briefe* (ed. Deutsche Akademie der Wissenschaften). Darmstadt / Leipzig / Berlin: Akademie-Verlag. [Citado como A, seguido de la serie (en números romanos), del tomo (en números arábigos) y del número de página].

Leibniz, G. W. (2007). *Obras filosóficas y científicas*. Volumen 14 (ed. J. A. Nicolás y M. R. Cubells). Granada: Comares. [Citado como OFC, seguido del volumen (en números arábigos) y del número de página].

Leibniz, G. W. (2019). *Sobre los infinitos* (prólogo, selección, traducción y notas de O. Esquisabel y F. Raffo Quintana), Buenos Aires: CIF Excursus.

Levey, S. (2005). “Leibniz on Precise Shapes and the Corporeal World” en Rutherford, D. y Cover, J. A. (eds.), *Leibniz. Nature and Freedom*, Oxford: Oxford University Press, 69-94.

Marshall, D. (2011). Leibniz: Geometry, Physics, and Idealism. *The Leibniz Review*, 21, 9-32.

Pasini, E. (2001). “La philosophie des mathématiques chez Leibniz. Lignes d’investigation” en Poser, H. et al. (eds.), *Nihil Sine Ratione. Mensch, Natur und Technik im Wirken von G.W. Leibniz. Akten des VII. Internationalen Leibniz-Kongreß*. Berlin: Leibniz-Gesellschaft, 954-963.

Rabouin, D. (2017): Les mathématiques comme logique de l’imagination : Une proposition leibnizienne et son actualité. *Bulletin d’analyse phénoménologique*, 18 (2), 222-251.

Rabouin, D. (en prensa). *Mathématiques et Philosophie chez Leibniz. Au fil de l’analyse des notions et des vérités*. Paris: Vrin.