

Cita: Rodríguez Medina, J., Arias, B. y Hernández-Mendo, A. (2026). Análisis de Coordenadas Polares en Metodología Observacional: Corrección del Umbral Crítico e Impacto en el Error Tipo I. Cuadernos de Psicología del Deporte, 26(1), 147-161

Análisis de Coordenadas Polares en Metodología Observacional: Corrección del Umbral Crítico e Impacto en el Error Tipo I

Polar Coordinates Analysis in Observational Methodology: Critical Threshold Correction and Impact on Type I Error

Análise de Coordenadas Polares na Metodologia Observacional: Correção do Limiar Crítico e Impacto no Erro Tipo I

Rodríguez Medina, Jairo¹, Arias, Benito¹, Hernández-Mendo, Antonio²

¹Universidad de Valladolid, España; ²Department of Social Psychology, Social Anthropology, Social Work and Social Services, Faculty of Psychology, University of Málaga, Málaga, Spain

RESUMEN

La técnica de Coordenadas Polares (Sackett, 1980) es una herramienta fundamental para la reducción de datos en metodología observacional. Sin embargo, este estudio demuestra que la propuesta original contiene un error estadístico crítico en su inferencia: calcula el vector Radio (R) combinando dos estadísticos Z , pero contrasta la hipótesis utilizando incorrectamente el valor crítico de la distribución Normal (1.96). Los objetivos de este estudio son: (1) evidenciar que el uso del umbral de la distribución Normal para la prueba de hipótesis del Radio es incorrecto; (2) fundamentar teóricamente la distribución de Rayleigh como la adecuada para la interpretación del Radio, y (3) confirmar que la corrección propuesta controla adecuadamente el Error Tipo I. Se procedió a la derivación analítica y simulación de la función de densidad del estadístico para comparar el desempeño de ambos métodos bajo la hipótesis nula. Los resultados muestran que: (1) el uso del umbral incorrecto (1.96) incrementa la tasa de Error de Tipo I del 5% ($\alpha = .05$) a un 14.6% ($\alpha = .146$), casi triplicando los falsos positivos; (2) el Radio ($R = \sqrt{X^2 + Y^2}$) sigue una distribución de Rayleigh, la raíz cuadrada de una distribución Chi-cuadrado (χ^2) con 2 grados de libertad; (3) el valor crítico correcto para $\alpha = .05$ no es ≈ 1.96 , sino $R_{\text{crítico}} = \sqrt{\chi^2_{\text{crítico}}(.95, df = 2)} \approx \sqrt{5.991} \approx 2.45$. La aplicación del umbral crítico propuesto asegura la robustez inferencial evitando el incremento del Error Tipo I. Se proporcionan las tablas de valores críticos corregidos, para permitir a los investigadores discriminar con precisión entre relaciones conductuales significativas y azarosas.

Palabras clave: Análisis de coordenadas polares, metodología observacional, error Tipo I, Distribución de Rayleigh

ABSTRACT

The Polar Coordinate technique (Sackett, 1980) is a fundamental tool for data reduction in observational methodology. However, this study demonstrates that the original proposal contains a critical statistical error in its inference: it calculates the Radius vector (R) by combining two Z -statistics but tests the hypothesis incorrectly using the critical value of the Normal distribution (1.96). The objectives of this study are: (1) to demonstrate that the use of the Normal distribution threshold for the Radius hypothesis test is incorrect; (2) to theoretically substantiate the Rayleigh distribution as the appropriate one for the interpretation of the Radius; and (3) to confirm that the proposed

correction adequately controls Type I Error. Analytical derivation and simulation of the statistic's density function were performed to compare the performance of both methods under the null hypothesis. The results show that: (1) the use of the incorrect threshold (1.96) increases the Type I Error rate from 5% ($\alpha = .05$) to 14.6% ($\alpha = .146$), almost tripling false positives; (2) the Radius ($R = \sqrt{X^2 + Y^2}$) follows a Rayleigh distribution, the square root of a Chi-square (χ^2) distribution with 2 degrees of freedom; (3) the correct critical value for $\alpha = .05$ is not ≈ 1.96 , but rather $R_{crit} = \sqrt{\chi^2_{crit}(.95, df = 2)} \approx \sqrt{5.991} \approx 2.45$. The integration of the new critical threshold ensures inferential robustness by avoiding the increase of Type I Error. Tables of corrected critical values are provided to allow researchers to accurately distinguish between significant and random behavioral relationships.

Keywords: Polar coordinate analysis, observational methodology, Type I error, Rayleigh distribution

RESUMO

A técnica de Coordenadas Polares (Sackett, 1980) é uma ferramenta fundamental para a redução de dados em metodologia observacional. No entanto, este estudo demonstra que a proposta original contém um erro estatístico crítico na sua inferência: calcula o vetor Raio (R) combinando duas estatísticas Z, mas testa a hipótese utilizando incorretamente o valor crítico da distribuição Normal (1.96). Os objetivos deste estudo são: (1) evidenciar que a utilização do limiar da distribuição Normal para o teste de hipóteses do Raio é incorreta; (2) fundamentar teoricamente a distribuição de Rayleigh como a adequada para a interpretação do Raio, e (3) confirmar que a correção proposta controla adequadamente o Erro Tipo I. Procedeu-se à derivação analítica e simulação da função de densidade do estatístico para comparar o desempenho de ambos os métodos sob a hipótese nula. Os resultados mostram que: (1) o uso do limiar incorreto (1.96) aumenta a taxa de Erro Tipo I de 5% ($\alpha = .05$) para 14.6% ($\alpha = .146$), quase triplicando os falsos positivos; (2) o Raio ($R = \sqrt{X^2 + Y^2}$) segue uma distribuição de Rayleigh, a raiz quadrada de uma distribuição Qui-quadrado (χ^2) com 2 graus de liberdade; (3) o valor crítico correto para $\alpha = .05$ não é ≈ 1.96 , mas sim $R_{crítico} = \sqrt{\chi^2_{crítico}(.95, df = 2)} \approx \sqrt{5.991} \approx 2.45$. A integração do novo limiar crítico assegura a robustez inferencial evitando o aumento do Erro Tipo I. São fornecidas as tabelas de valores críticos corrigidos, para permitir aos investigadores discriminar com precisão entre relações comportamentais significativas e aleatórias.

Palavras chave: Análise de coordenadas polares, metodologia observacional, erro de Tipo I, Distribuição de Rayleigh

INTRODUCCIÓN

El estudio de la interacción social, a través de la observación sistemática, ya sea entre madre e hijo, paciente y terapeuta, o miembros de un equipo, se enfrenta a un desafío fundamental: la ingente complejidad de los datos (Sackett, 1980). Las interacciones no son una serie de eventos aislados, sino un flujo denso y recíproco de comportamientos. Los investigadores que utilizan la metodología observacional a menudo se ven abrumados por la dificultad de reducir datos (Sackett, 1980).

Históricamente, las soluciones para esta reducción de datos se han centrado en el análisis secuencial de retardos (*Lag Sequential Analysis* — LSA), una técnica fundamental en la metodología observacional (Altmann, 1965; Anguera, 1983; Bakeman & Gottman, 1997; Sackett, 1979). El método consiste en calcular la probabilidad de que una conducta B (conducta de apareo) ocurra en un intervalo de tiempo específico (o retardo, e. g. lag +1, lag +2 ... lag +n) dada la ocurrencia de una conducta A (conducta criterio). Para determinar la significatividad de esta transición, la técnica compara la probabilidad observada de la transición con su probabilidad esperada (basada en la frecuencia base), generando un estadístico (los residuos ajustados o puntuaciones Z) que indica si la asociación es excitatoria (con puntuaciones Z positivas) o inhibitoria (con puntuaciones Z negativas) y en ambos casos siempre que el estadístico χ^2 sea significativo. Aunque esta técnica de análisis es fundamental para entender las dependencias probabilísticas, su enfoque es inherentemente lineal.

Umbral Crítico en Análisis de Coordenadas Polares

Esta aproximación secuencial (LSA) está conceptualmente ligada a los modelos de cadenas de Markov (Bakeman & Gottman, 1997). En un modelo de Markov de primer orden, que es el más comúnmente aplicado en este contexto, se asume que la probabilidad de una conducta futura (estado $t + 1$) depende únicamente del estado inmediatamente anterior (estado t). Esta es la propiedad de Markov o asunción de memoria de un solo paso (Markov, 1907) y fue una de las primeras aproximaciones formales para modelar la complejidad del lenguaje y el comportamiento. La ventaja de este enfoque es que proporciona un modelo estocástico formal y matemáticamente tratable de la dependencia diádica (Garay et al., 2007). La desventaja, sin embargo, es que esta propiedad de Markov es una restricción extremadamente fuerte. Es metodológicamente cuestionable asumir que en la interacción humana el contexto previo (e. g. *lag -2*, *lag -3*) no tiene influencia significativa en el comportamiento actual. Como demostró Chomsky (1957), estos modelos de estado finito son estructuralmente incapaces de manejar la complejidad jerárquica y recursiva del comportamiento humano real.

De modo que tanto el análisis secuencial de retardos (LSA) como los modelos de Markov son fundamentales para entender las dependencias probabilísticas, pero su enfoque es inherentemente lineal y fragmentado. Reconociendo estas limitaciones, Sackett (1980) fue pionero en desarrollar un método de reducción drástica de datos que denominó *Ángulos de Significancia Secuencial* (*Sequential Significance Angles*), hoy conocido en metodología observacional como *Análisis de Coordenadas Polares*. El objetivo era condensar las múltiples puntuaciones Z del análisis secuencial de retardos en un único valor y, a la vez, representar la naturaleza global de la relación diádica gráficamente (Anguera, 1985; Hernández-Mendo y Anguera, 1998, 1999, 2000).

Posteriormente, la metodología sufrió un refinamiento conceptual decisivo con la propuesta de Anguera (1997) y Gorospe y Anguera (2000), quienes identificaron una debilidad fundamental en el planteamiento original de Sackett (1980). Anguera señaló que aquello que Sackett (1980) denominaba *perspectiva retrospectiva* era, en realidad, una *retrospectividad impropia*. En el método clásico, el gráfico se construía comparando el Z_{sum} de la conducta focal actuando como criterio (Eje X , matriz prospectiva) con el Z_{sum} de la misma conducta focal actuando como apareo (Eje Y , matriz retrospectiva-impropia). Esencialmente, se invertía el rol de las conductas en lugar de analizar temporalmente hacia atrás.

Frente a esto, Anguera (1997) propuso la *retrospectividad propia o genuina*. Esta modificación redefinió por completo el Eje Y . En lugar de invertir la matriz, el nuevo método analiza la *misma* conducta criterio desde dos perspectivas temporales opuestas: el Eje X se calcula con el Z_{sum} de los retardos positivos (perspectiva prospectiva), y el Eje Y se calcula con el Z_{sum} de los retardos negativos (perspectiva retrospectiva genuina). Este análisis conjunto permitió obtener una base mucho más válida y holística para el cálculo del vector (Radio y Ángulo).

Esta metodología, enriquecida enormemente por la perspectiva de la retrospectividad genuina propuesta por Anguera (1997), es la que se ha diseminado ampliamente, encontrando su adopción más sistemática y prolífica en las ciencias de la actividad física y el deporte (Anguera & Hernández-Mendo, 2015). En este campo, es una técnica de referencia para el análisis de patrones de juego y la toma de decisiones tácticas (Castellano & Hernández-Mendo, 2003; Castañer et al., 2017; Menescardi et al., 2019; Morillo-Baro et al., 2021; Perea et al., 2012).

A pesar de su brillantez conceptual, tanto la propuesta original de Sackett (1980) como la propuesta de Anguera (1997) presentan una limitación estadística importante. Tras calcular el Radio usando la fórmula pitagórica, Sackett (1980) asumió erróneamente que el Radio (R) resultante también se distribuiría en unidades Z (Sackett, 1980, p. 34). Con base en este supuesto, el autor aplicó el umbral de significancia estándar de la distribución Z (Normal), estableciendo el valor crítico en ≈ 1.96 o 2 para $\alpha = .05$.

Esta investigación sostiene que dicho umbral es incorrecto. El Radio (R) no sigue una distribución Z . Tal como establece la teoría de la probabilidad, cuando dos variables normales estándar independientes (X e Y) se combinan mediante una suma de cuadrados ($X^2 + Y^2$), la variable resultante sigue una distribución Chi-cuadrado (χ^2) con 2 grados de libertad. Por lo tanto, el Radio (R), que es la raíz cuadrada de esa suma, sigue una distribución de Rayleigh¹.

¹ En teoría de la probabilidad y estadística matemática, la distribución de Rayleigh es una distribución continua que modeliza el comportamiento de la magnitud de un vector bidimensional cuyas componentes ortogonales son independientes y siguen

Un factor crucial en la perpetuación de este error ha sido su integración en el software que adoptó el umbral crítico de Sackett (1980) como criterio por defecto estadístico (HOISAN — Hernández Mendo et al., 2021; ObseRtools — Rodríguez-Medina et al., 2019). Esta confianza en umbrales codificados incorrectamente ha llevado a una probable inflación sistemática del Error de Tipo I en la literatura.

Fundamentos Metodológicos del Análisis de Coordenadas Polares

Como se ha señalado, el análisis de coordenadas polares pretende obtener una representación vectorial de la compleja red de interrelaciones que se establecen entre las distintas categorías que constituyen un sistema *ad hoc* para el registro de las acciones que componen el continuum del flujo conductual en cualquier situación que se produzca en un contexto natural y habitual para los participantes (Anguera & Hernández-Mendo, 2015). La búsqueda de relaciones de asociación entre la conducta criterio y las conductas condicionadas o de apareo se hace prospectiva (retardos +1, +2, +3, +4, +5, ...+n) y retrospectivamente (retardos -1, -2, -3, -4, -5, ...-n).

La técnica del análisis de coordenadas polares permite la reducción de datos por medio del parámetro Z_{sum} , donde $Z_{sum} = \sum Z / \sqrt{n}$, siendo Z los valores independientes obtenidos a partir de los residuos ajustados hallados para los respectivos retardos -5 a -1 y 1 a 5 y siendo n el número de retardos. Para ello, en lugar de analizar los residuos ajustados de cada retardo (e.g. *lag* -5 a *lag* +5) de forma aislada, Sackett (1980) aplicó la técnica de Cochran (1954). Esta técnica permite agregar múltiples puntuaciones Z independientes en un único estadístico Z_{sum} , calculado como:

$$Z_{sum} = \frac{\sum Z}{\sqrt{n}}$$

donde n es el número de retardos. Según el principio de Cochran (1954), dado que la suma $\sum Z$ se distribuye normalmente $N(0, \sqrt{n})$, el estadístico resultante Z_{sum} sigue una distribución normal estándar, $N(0,1)$.

Una vez obtenidos estos estadísticos $N(0,1)$, el método mapea la interdependencia diádica en un espacio cartesiano bidimensional (Figura 1). Sackett (1980) asignó el Z_{sum} de la perspectiva prospectiva (retardos +1 a +5) al Eje X (abscisas) y el Z_{sum} de la perspectiva retrospectiva (retardos -1 a -5) al Eje Y (ordenadas). Obtenidos los valores Z_{sum} es posible representarlos mediante un dispersigrama como el de la Figura 1. Los valores Z_{sum} prospectivos están representados en el eje de abscisas y los Z_{sum} retrospectivos en el eje de ordenadas, esta representación refleja el potencial del estadístico Z_{sum} para la reducción de datos. La Figura 1 representa la gráficamente los valores Z_{sum} y muestra las relaciones de dependencia excitatoria o inhibitoria entre la conducta focal A y el resto de las conductas que conforman un hipotético instrumento de observación con un sistema de categorías $SC = \{A, B, C, D\}$. Las líneas discontinuas de los márgenes representan el valor crítico de Z para un nivel de confianza del 95%. Como se observa, en este ejemplo ninguna de las conductas resulta ser estadísticamente significativa al no superar el valor crítico de 1.96.

La ubicación de las conductas o categorías en cada uno de los cuadrantes resulta de la combinación de los signos de los valores Z_{sum} prospectivos y retrospectivos de cada una de ellas. Cada cuadrante representa un tipo de relación entre las conductas (Anguera & Losada, 1999; Sackett, 1980). Los cuadrantes I (++) y III (--) representan dependencia mutuamente excitatoria y mutuamente inhibitoria, respectivamente, entre las conductas focal y de

distribuciones normales con media cero e igual varianza. Este planteamiento resulta especialmente útil para describir fenómenos físicos asociados a procesos aleatorios gaussianos en dos dimensiones. Formalmente, si X e Y son variables aleatorias independientes tales que $X \sim N(0, \sigma^2)$ e $Y \sim N(0, \sigma^2)$, entonces la variable aleatoria es $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ y sigue una distribución de Rayleigh con parámetro σ , lo que se denota como $R \sim \text{Rayleigh}(\sigma)$. Esta distribución aparece de manera natural cuando se analiza el módulo resultante de dos componentes gaussianas independientes, como ocurre en la representación de amplitudes de señales aleatorias, propagación de ondas o modelización de ruido en sistemas de comunicaciones.

Adicionalmente, si se considera una variable aleatoria compleja cuya parte real e imaginaria son independientes y normalmente distribuidas con media cero y varianza σ^2 , el valor absoluto de dicha variable sigue igualmente una distribución de Rayleigh. Cabe señalar que, cuando $R \sim \text{Rayleigh}(1)$, la variable R^2 sigue una distribución chi-cuadrado con dos grados de libertad, es decir $R^2 \sim \chi^2_2$ lo que establece una relación directa entre la distribución de Rayleigh y la familia de distribuciones chi-cuadrado, reforzando su relevancia en aplicaciones estadísticas y probabilísticas avanzadas.

Umbral Crítico en Análisis de Coordenadas Polares

apareo. El cuadrante II (−+), representa una relación de dependencia asimétrica, en la cual la conducta focal inhibe a la apareo, pero esta a su vez activa a la focal. En el cuadrante IV (+−), la relación de dependencia es también asimétrica, igual que en el cuadrante II, pero en este caso la conducta focal activa al apareo y este inhibe la conducta focal.

El paso final de Sackett (1980) buscaba la reducción de datos definitiva para su representación gráfica. Proponía convertir estas coordenadas cartesianas (X , Y) en coordenadas polares, resumiendo así toda la relación en solo dos números: el Radio (R) y el Ángulo (θ) (Figura 2). El Radio, que representa la fuerza de la dependencia, se calcula como la longitud del vector (distancia al origen) mediante la fórmula pitagórica:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

El Ángulo, que representa la calidad de la dependencia (e.g. excitación mutua, inhibición, etc.), se calcula con la fórmula trigonométrica:

$$\theta = \arcsin(Y/R)$$

requiriendo un ajuste manual posterior según el cuadrante en el que se ubique el vector.

De esta forma, Sackett (1980) transforma los valores Z_{sum} en un sistema de coordenadas polares en el que cada punto del plano se determina por una distancia y un ángulo. Los pares de valores Z_{sum} prospectivos y retrospectivos, representados en el dispersigrama de la Figura 1, están situados en diferentes cuadrantes y cada uno de ellos a una distancia del centro, esta distancia es la longitud del vector y mide la fortaleza de la dependencia relativa entre las conductas en unidades Z_{sum} . De modo que la longitud de este vector, el radio en un sistema de coordenadas polares, vendrá determinada por $\sqrt{Z_{Pros}^2 + Z_{Retr}^2}$ en tanto que su ángulo corresponderá con el arcoseno de $Z_{retro} / radio$.

Hay que precisar que es necesario transformar el valor obtenido del ángulo en función del cuadrante en el que se situó el vector. De modo que si se sitúa en el primer cuadrante (I; ++), los ángulos van de 0° a 90°, y por tanto el ángulo inicial coincide con el ángulo transformado. Si se sitúa en el segundo cuadrante (II; − +), los ángulos se encuentran entre 90° y 180° y por tanto el ángulo transformado corresponderá a 180° − Ángulo. Si se sitúa en el tercer cuadrante (III; − −), los ángulos van de 180° a 270°, por lo que el ángulo transformado debe ser 180 + Ángulo. Por último, si se sitúa en el cuarto cuadrante (IV; +−), el ángulo transformado será 360° − Ángulo, toda vez que los ángulos en este cuadrante se extienden entre 270° y 360°. Finalmente es posible representar estos resultados sobre un sistema de coordenadas polares. De este modo quedan representadas las relaciones entre los códigos que forman el instrumento de observación (Figura 2)

Figura 1

Representación Gráfica de los Valores Z_{sum}

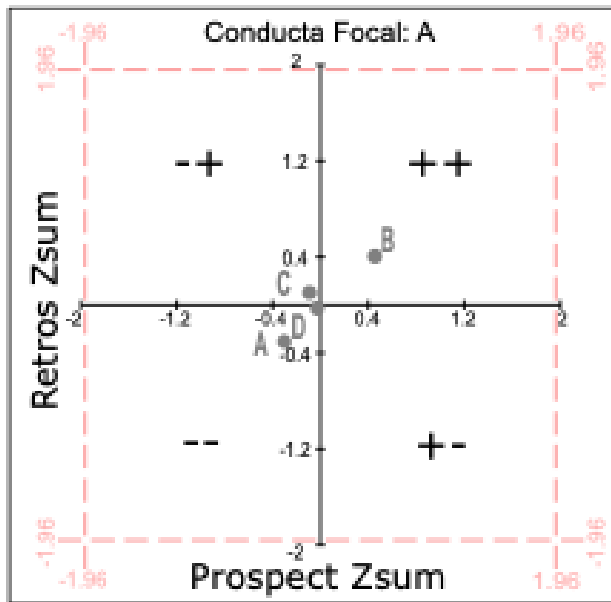
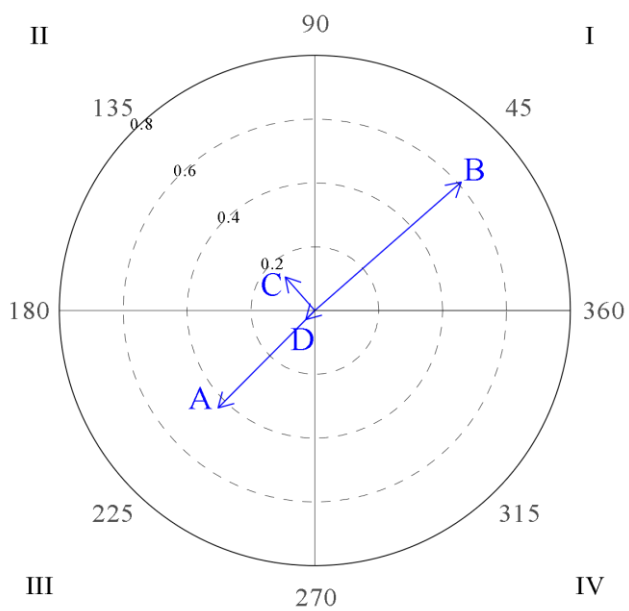


Figura 2

Transformación en Coordenadas Polares de los Valores Z_{sum}



Umbral Crítico en Análisis de Coordenadas Polares

Inconsistencia Estadística en la Propuesta Original

El error conceptual se produce al determinar la significatividad de este radio. Las variables iniciales (X e Y) son estadísticos Z_{sum} , por lo que siguen una distribución Normal estándar. Sin embargo, al combinarlas de esta manera, la distribución del resultado cambia: (a) la suma de dos variables Z normales al cuadrado ($x^2 + y^2$) no sigue una distribución normal. Sigue una distribución Chi-cuadrado (χ^2) con 2 grados de libertad; (b) el radio de Sackett ($R = \sqrt{X^2 + Y^2}$) es la raíz cuadrada de esta variable Chi-cuadrado. Esta transformación específica tiene su propio nombre: la distribución de Rayleigh.

Sackett (1980) ignora este cambio fundamental de distribución. Continúa tratando el radio (una variable de Rayleigh) como si todavía estuviera en unidades Z_{sum} (Sackett, 1980, p. 33). La evidencia de este error es explícita en el texto al describir su Figura 7: “*Mean vector lengths radiate, in Z_{sum} units, from the center of the graph. The inner circle measures two Z_{sum} units...*” (p. 33).

Al establecer el círculo de significatividad en dos unidades, el autor está utilizando $Z \approx 2.0$ (cercano al valor crítico $Z = 1.96$ para $\alpha = .05$) como su umbral de significancia para el radio R . En resumen, aplicó incorrectamente el valor crítico de la distribución Z a una variable que sigue la distribución de Rayleigh.

Justificación del Valor Crítico de la Distribución de Rayleigh para $\alpha = .05$ (≈ 2.45)

Una de las premisas centrales de este informe es la distinción entre el valor crítico de la distribución Z (Normal) y el de la distribución del *Radio* (Rayleigh) en el sistema de coordenadas polares atendiendo al cálculo propuesto por Sackett (1980). El valor crítico de ≈ 2.45 se deriva directamente de la relación fundamental entre la distribución de Rayleigh y la distribución Chi-cuadrado (χ^2).

Por definición estadística, la suma de k variables normales estándar independientes al cuadrado sigue una distribución Chi-cuadrado con k grados de libertad (denotada $\chi^2(k)$). En este caso, $k = 2$. Por lo tanto: (a) la variable R^2 (Radio²) sigue una distribución χ^2 con 2 grados de libertad; (b) la variable R (Radio) es, por definición, la raíz cuadrada de una variable $\chi^2(2)$.

Para encontrar el valor crítico de R que encierra el 95% de los casos (con $\alpha = 0.05$), debemos seguir un proceso de dos pasos: Paso 1: Encontrar el valor crítico de la distribución Chi-cuadrado. Buscamos el valor en la distribución $\chi^2(2)$ que deja el 5% de probabilidad en la cola superior (dado que un radio no puede ser negativo, usamos una prueba de una cola).

Este valor es:

$$\chi^2_{\text{critico}}(0.95, df=2) \approx 5.991$$

Esto significa que el 5% de las veces, la suma $X^2 + Y^2$ superará 5.991 solo por azar. Paso 2: Convertir el crítico de Chi-cuadrado a la escala de Rayleigh.

Dado que $R = \sqrt{R^2}$, el valor crítico para R es simplemente la raíz cuadrada del valor crítico de χ^2 :

$$R_{\text{critico}} = \sqrt{\chi^2_{\text{critico}}(0.95, df=2)} = \sqrt{5.991} \approx 2.45$$

Mientras 1.96 es el valor crítico para una variable Z unidimensional, el valor crítico correcto para el radio R bidimensional, para un nivel de confianza $\alpha = .05$, es ≈ 2.45 . El método de Sackett (1980), al usar un umbral de ≈ 2 , estaba aplicando incorrectamente el crítico de la distribución Z a una variable de Rayleigh.

Por lo tanto, este estudio tiene como objetivos: (1) exponer la base metodológica del análisis de coordenadas polares (Sackett, 1980); (2) identificar y analizar el error conceptual en la propuesta original (la aplicación incorrecta de los umbrales); (3) demostrar matemática y gráficamente la distribución correcta (Rayleigh, derivada de χ^2); (4) revisar someramente la propagación de este error; y (5) proponer la solución formal, estableciendo el valor crítico correcto ($R_{\text{critico}} \approx 2.45$) para validar la técnica.

MATERIAL Y MÉTODOS

Diseño

Dado el doble objetivo de validar estadísticamente la técnica y estimar el alcance de su aplicación incorrecta, el diseño metodológico se dividió en dos fases: (1) una simulación para determinar la distribución empírica del radio calculado en el análisis de coordenadas polares conforme a la propuesta de Sackett (1980) y el error de Tipo I asociado, y (2) un análisis bibliométrico descriptivo exploratorio para evaluar la prevalencia del error en la literatura científica.

Procedimiento

Estudio 1: Simulación

Demostración Gráfica de la Discrepancia de Distribuciones. Para comprobar el error estadístico en la metodología de Sackett (1980), se realizó una simulación. El objetivo de esta simulación es demostrar visualmente que las variables Z_{sum} (los ejes X e Y) y la variable Radio (R) pertenecen a distribuciones completamente diferentes, con valores críticos distintos. Asimismo, la simulación pretende verificar que el valor crítico teórico derivado de la χ^2 ($R_{crítico} \approx 2.45$) controla empíricamente la tasa de Error de Tipo I en el nivel nominal $\alpha = .05$.

Para evaluar el Error de Tipo I, el diseño simula la Hipótesis Nula (H_0) de independencia entre la perspectiva prospectiva y retrospectiva, lo que significa que los dos estadísticos Z_{sum} que forman los ejes son independientes. Por lo tanto, no se simula un modelo lineal, sino la generación directa de los estadísticos Z_{sum} bajo H_0 . Como se estableció en la introducción, ambos estadísticos Z_{sum} siguen una distribución Normal estándar $N(0,1)$.

El proceso de generación de datos consistió en k replicaciones, simulando 1000 experimentos donde H_0 es verdadera. En cada replicación k , se generó un par de variables aleatorias independientes: $X_k \sim N(0,1)$ (simulando $Z_{sum-prospectivo}$) e $Y_k \sim N(0,1)$ (simulando $Z_{sum-retrospectivo}$). En este diseño, no se varían factores (como n o σ^2), ya que los estadísticos Z_{sum} ya son el producto final $N(0,1)$ que sirve como *input* para el cálculo del *Radio*.

Una vez generados los k pares de datos (X_k e Y_k), el siguiente paso fue definir las cantidades teóricas de interés que los métodos intentarán estimar, es decir, la probabilidad de que el radio supere un umbral crítico, asumiendo que H_0 es verdadera.

Por lo tanto, definimos dos estimandos clave: $\alpha_{Sackett}$, que representa la tasa de Error de Tipo I teórica al usar el umbral de Sackett, $P(R > 1.96 | H_0)$; y $\alpha_{corregido}$, la tasa de Error de Tipo I teórica al usar el umbral corregido, $P(R > 2.45 | H_0)$. El Método 1 (Inferencia de Sackett, 1980) consiste en, para cada una de las k replicaciones, calcular primero el estadístico Radio aplicando la fórmula $R = \sqrt{X_k^2 + Y_k^2}$. Seguidamente, este método rechaza la Hipótesis Nula si $R_k > 1.96$. El Método 2 (Propuesta Corregida) calcula el mismo estadístico Radio, $R = \sqrt{X_k^2 + Y_k^2}$, para cada replicación. Sin embargo, este método rechaza la Hipótesis Nula si $R_k > 2.45$. El rendimiento de cada método se evaluará midiendo la proporción de veces que tomaron una decisión de rechazo incorrecta.

Estudio 2: Estimación del Impacto en la Literatura Científica

Para dimensionar la magnitud de la propagación de este error estadístico en la comunidad científica, se llevó a cabo un sondeo exploratorio a fecha 19 de noviembre de 2025. La búsqueda se realizó en la base de datos Web of Science, seleccionada por su cobertura de revistas de alto impacto en metodología de las ciencias del comportamiento.

Estrategia de Búsqueda y Criterios de Elegibilidad. La estrategia de búsqueda se diseñó para recuperar estudios que aplicaran la técnica en un contexto observacional, utilizando la siguiente cadena booleana en todos los campos (All Fields): (polar coordinate analysis OR polar coordinates analysis) AND (Systematic Observation OR Systematic Observations OR Observational Methods OR Observational Methodology).

Se aplicaron los siguientes criterios de elegibilidad para el cribado de los resultados:

- Criterios de Inclusión: (a) Artículos empíricos o metodológicos publicados en revistas revisadas por pares; (b) Estudios que apliquen explícitamente la técnica de Análisis de Coordenadas Polares.

Umbral Crítico en Análisis de Coordenadas Polares

- Criterios de Exclusión: (a) Literatura gris (tesis, resúmenes de congresos sin actas completas); (b) Estudios pertenecientes a campos ajenos a las ciencias del comportamiento (e. g. física, ingeniería, matemáticas puras) donde el término coordenadas polares se refiere a sistemas geométricos sin relación con la técnica secuencial de Sackett (1980).

A diferencia de una revisión sistemática exhaustiva, el cribado se realizó con un propósito diagnóstico: identificar la práctica estadística habitual en artículos publicados en revistas revisadas por pares. El propósito de esta exploración no es evaluar la calidad de los estudios previos (que se ajustaron rigurosamente a las directrices vigentes en su momento), sino constatar la adherencia generalizada al criterio clásico. Esto permite justificar la relevancia de introducir los nuevos valores críticos en la comunidad investigadora.

RESULTADOS

Distribución de Z_{sum} (Ejes X e Y)

Como se observa en la Figura 3, los histogramas de las distribuciones de X e Y son idénticos y se ajustan perfectamente a la curva de una distribución normal estándar. El valor crítico que encierra el 95% central de los datos ($\alpha = .05$, dos colas) es, correctamente, $Z_{crítico} = 1.96$.

El histograma de la variable R mostrado en la Figura 4 es la clave. Este histograma prueba que la distribución del radio generado a partir de la combinación de las variables X e Y no sigue una distribución aproximadamente normal. En su lugar, es una distribución asimétrica que se ajusta perfectamente a la curva teórica de una distribución de Rayleigh.

Comparación de Valores Críticos

El hallazgo central de la simulación es la discrepancia en los valores críticos: Crítico Z_{sum} ($Z_{crítico}$) = 1.96; Crítico Radio ($R_{crítico}$) = 2.45. La simulación confirma visualmente que el radio R no puede ser evaluado usando los valores críticos de la distribución Z . El umbral de Sackett (1980) de $Z \approx 2$ es incorrecto, y el verdadero valor crítico para el 95% de confianza en esta distribución es ≈ 2.45 .

Implicaciones

El uso de un umbral estadístico incorrecto invalida la inferencia del método propuesto por Sackett (1980). La discrepancia entre el umbral utilizado y el umbral correcto tiene implicaciones profundas para la interpretación de los resultados en la literatura.

El impacto de esta discrepancia es la inflación de la tasa de Error de Tipo I. Si un investigador utiliza un umbral de 1.96 creyendo que aplica un nivel de confianza del 95% ($\alpha = .05$), en realidad está utilizando un umbral mucho más laxo. Para determinar el nivel de confianza real, se invierte el proceso de cálculo. Un radio crítico de $R = 1.96$ al cuadrado corresponde a un valor Chi-cuadrado de 3.84. El área acumulada bajo la curva con 2 grados de libertad hasta este valor es $p \approx .854$. Esto significa que el nivel de confianza real que se ha estado aplicando no es del 95%, sino del 85.4%. Consecuentemente, el nivel alfa (la tasa de Error de Tipo I) no es del 5%, sino del 14.6% ($1 - 0.854 = .146$; luego $\alpha = .146$). En la práctica, esto casi triplica la cantidad de falsos positivos aceptados en la literatura que ha seguido la metodología original.

Como se observa en la Tabla 1, a medida que aumenta el nivel de confianza, la diferencia relativa entre la distribución asumida (Z) y la real (Rayleigh) disminuye. Mientras que al nivel del 99.9% el umbral correcto es solo un 13% mayor que en la distribución normal, en el nivel estándar del 95% la discrepancia es máxima, siendo el valor correcto un 25% superior al utilizado habitualmente (2.45 vs 1.96). Este hallazgo resulta especialmente pertinente para las ciencias del comportamiento, dado que el estándar habitual del 95% coincide con el punto de mayor divergencia entre ambos criterios, lo que se traduce en un incremento de la probabilidad de asumir falsos positivos.

Figura 3

Distribuciones de las Variables Z_{sum} X e Y.

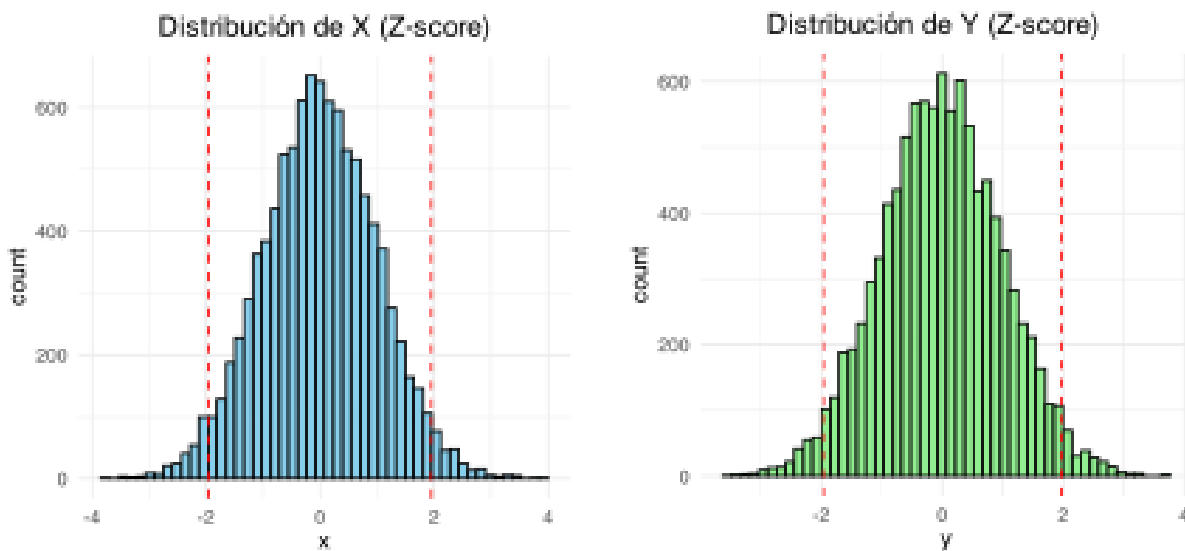
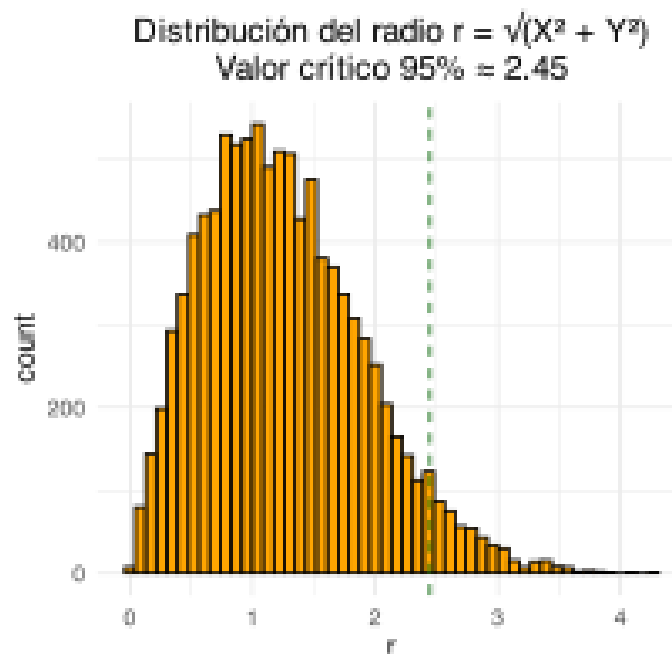


Figura 4

Distribución de la Variable $\text{Radio} = \sqrt{x^2 + y^2}$.



Umbral Crítico en Análisis de Coordenadas Polares

Tabla 1

Umbrales Correctos para el Radio (R) en el Análisis de Coordenadas Polares.

Nivel de Confianza	α	Valor Crítico $\chi^2_{(df=2)}$	Valor Crítico del Radio ($R_{\text{crítico}}$)	Crítico Z (incorrecto para el Radio)
95%	.05	5.991	≈ 2.45	1.96
99%	.01	9.210	≈ 3.03	2.58
99.9%	.001	13.816	≈ 3.72	3.29

Es importante notar que, a diferencia de los estadísticos Z que oscilan entre $-\infty$ y $+\infty$, el Radio es una medida de magnitud escalar y estrictamente positiva. No existen valores críticos negativos. La dirección de dicha asociación (activación vs. inhibición) se determina exclusivamente mediante el Ángulo (ϕ).

Impacto en la Literatura Científica

El resultado de la búsqueda bibliométrica arrojó un resultado total de 71 artículos. La revisión preliminar de este corpus evidencia una fuerte dependencia metodológica del software especializado en observación sistemática. Dado que las herramientas informáticas de referencia en este campo han implementado históricamente por defecto el valor crítico de la distribución Normal ($Z = 1.96$) en lugar del valor crítico de Rayleigh ($R_{\text{crítico}} = 2.45$), existe una alta probabilidad de que una proporción sustancial de estos estudios contenga errores de inferencia. Específicamente, se estima que muchos de los vectores reportados como significativos podrían ser falsos positivos, producto de una tasa de Error de Tipo I inflada al 14.6%.

El análisis del procedimiento inferencial revela que la totalidad de los estudios examinados (100%) fundamentaron sus decisiones en los valores críticos de la distribución Normal estándar (Z), sin aplicar correcciones basadas en la naturaleza vectorial del Radio (Rayleigh).

Es relevante notar que este sesgo afecta incluso a los estudios que aplicaron criterios de significación aparentemente más estrictos. Aquellos trabajos que utilizaron el umbral convencional de 2.58 asumiendo un $\alpha < .01$ (según la distribución Normal), en realidad estaban operando con una probabilidad de error tipo I superior ($\alpha \approx .036$) bajo la distribución real del estadístico. Esto confirma que la imprecisión inferencial es sistémica en la muestra, independientemente del nivel de exigencia nominal declarado.

Distribución Temática y Disciplinar del Sesgo

Se analizó, en primer lugar, la categorización temática de los 71 resultados indexados en la *Web of Science* para identificar las áreas de conocimiento más vulnerables a esta distorsión estadística. Como se muestra en la distribución de categorías, el impacto no es aleatorio, sino que presenta una marcada concentración disciplinar.

La disciplina más afectada, atendiendo a las categorías predefinidas por la Web of Science, es la Psicología (específicamente la categoría *Psychology Multidisciplinary*), que aglutina el grueso de la producción con un 42.3% ($n = 30$) de los estudios, seguida de otras ramas psicológicas (*Developmental, Educational, General*) que suman otro 11.3%.

El segundo gran foco de afectación son las Ciencias de la Actividad Física y el Deporte. Sumando las categorías de *Sport Sciences* (15.5%, $n = 11$) y *Hospitality Leisure Sport Tourism* (7%, $n = 5$), este campo representa el 22.5% de la literatura potencialmente comprometida.

Esta concentración en Psicología y Ciencias del Deporte confirma que el error se ha vuelto endémico precisamente en las áreas donde la Metodología Observacional es una herramienta estándar. Esto implica que la inflación del Error de Tipo I (del 5% al 14.6%) podría estar distorsionando sistemáticamente la base de evidencia en subcampos específicos, como el análisis del rendimiento táctico o la evaluación de la interacción terapéutica, validando como significativas relaciones que podrían ser espurias.

Por su parte, el análisis de las fuentes de publicación revela un patrón de concentración editorial altamente asimétrico, lo que tiene implicaciones directas para la visibilidad y legitimación del error estadístico.

El vector de propagación más destacado es la revista *Frontiers in Psychology*, que aglutina el 36.6% ($n = 26$) de los artículos recuperados. El hecho de que un error en la inferencia estadística (distribución Z vs. Rayleigh) haya superado repetidamente los filtros de revisión por pares en revistas de alto impacto (Q1/Q2) sugiere que el desconocimiento sobre la distribución real del *Radio* es generalizado, incluso entre revisores expertos en el campo.

En un segundo nivel, se observa un clúster de revistas especializadas en Ciencias del Deporte y el ámbito iberoamericano, incluyendo *Apunts Educación Física y Deportes* (5.6%, $n = 4$), *International Journal of Performance Analysis in Sport* (4.2%, $n = 3$) y *Retos* (4.2%, $n = 3$). La presencia recurrente de estos títulos sugiere que la metodología se ha estandarizado dentro de nichos específicos de investigación, donde la validación cruzada de la técnica se realiza por referencia a estudios previos (que ya contenían el error) o mediante el uso compartido de software específico, creando una cámara de eco metodológica que perpetúa la inflación del Error de Tipo I.

El análisis de la filiación institucional de los autores proporciona la evidencia más clara sobre el mecanismo de transmisión de este sesgo metodológico. Los datos revelan una concentración geográfica y académica extremadamente alta, lo que sugiere que la diseminación de la técnica de Coordenadas Polares no ha seguido un patrón de difusión global estándar, sino que se ha propagado a través de redes de colaboración específicas y localizadas.

La Universidad de Barcelona, institución de origen de la propuesta metodológica de la *retrospectividad genuina*, lidera la producción con una hegemonía absoluta, representando el 45.1% ($n = 32$) de los registros recuperados. Le sigue la Universidad de Málaga con un 18.3% ($n = 13$), un nodo clave en el desarrollo del software de observación (HOISAN, Hernández-Mendo et al., 2012) que automatiza estos cálculos.

El resto de la producción significativa se distribuye casi exclusivamente entre universidades españolas, incluyendo la Universidad Pontificia de Salamanca (8.45%, $n = 6$), la Universitat de València (8.45%, $n = 6$) y otras instituciones nacionales (Vigo, Ramón Llull, Valladolid, País Vasco). La única excepción internacional relevante en el top 10 es la Western Norway University of Applied Sciences (8.45%, $n = 6$), cuya presencia sugiere la existencia de un grupo de investigación específico conectado a la red principal.

Esta estructura de red académica densa explica la resistencia del error a la corrección. Al estar la producción científica circunscrita mayoritariamente a un núcleo de universidades interconectadas que comparten los mismos referentes metodológicos y herramientas de análisis, se reduce la probabilidad de una auditoría estadística externa independiente que pudiera haber detectado la discrepancia entre la distribución asumida (Normal) y la real (Rayleigh).

DISCUSIÓN

El Análisis de Coordenadas Polares (Sackett, 1980) es una herramienta muy útil y de gran valor heurístico para la visualización y reducción de datos en la metodología observacional. Sin embargo, este estudio ha demostrado que su método propuesto para la inferencia estadística, en su formulación original, es fundamentalmente defectuoso.

El error reside en la aplicación de un valor crítico de la distribución Z (Normal) a un estadístico de Radio (R) que no sigue dicha distribución. Como se ha demostrado matemática y empíricamente, el Radio (R) es la raíz cuadrada de una suma de dos variables Z_{sum}^2 , por lo que sigue una distribución de Rayleigh, cuya significancia se deriva de la distribución χ^2 (con 2 g.l.).

El valor crítico correcto de R para $\alpha = .05$ se sitúa por tanto en 2.45, y no en 1.96. El uso del umbral incorrecto (e.g., $Z = 1.96$) no garantiza un $\alpha = .05$, sino que incrementa la tasa de Error de Tipo I al 14.6%, casi triplicando los falsos positivos aceptados en la literatura. Dada la perpetuación de este error, en parte debido a su integración en el software estadístico, se concluye que, si bien el método es extraordinariamente valioso como técnica, requiere una corrección inmediata en su aplicación inferencial. Para que este método sea válido para la inferencia, la delimitación

Umbral Crítico en Análisis de Coordenadas Polares

gráfica de la región crítica, para $\alpha = .05$, no debe situarse en un radio de 1.96, sino ajustarse a una magnitud vectorial de $R \approx 2.45$.

Basado en estos hallazgos, se proponen las siguientes directrices para asegurar el rigor estadístico en futuras aplicaciones: (a) Corrección del Umbral del Radio (R). Se insta a los investigadores que utilicen esta técnica de análisis a ignorar los umbrales de significancia para la distribución normal (e. g., 1.96 o 2.58 para $\alpha = .05$ y $\alpha = .01$ respectivamente). En su lugar, deberían contrastar los valores obtenidos con el umbral correcto $R > 2.45$ (para $\alpha = .05$). De forma más precisa, el umbral puede calcularse para cualquier nivel α deseado usando la fórmula:

$$R_{\text{crítico}} = \sqrt{\chi^2_{(1-\alpha, df=2)}}$$

(b) Robustez en el Cálculo del Ángulo (θ): Adicionalmente, aunque la fórmula del ángulo propuesta por Sackett (1980) basada en el arcscin es trigonométricamente correcta, su implementación requiere una serie de correcciones manuales por cuadrante. Para la práctica moderna, se recomienda el uso de la función $\text{atan2}(Y, X)$. Esta función, estándar en la computación estadística actual, calcula el ángulo en los cuatro cuadrantes de forma directa y robusta, eliminando la necesidad de reglas de ajuste y reduciendo así la posibilidad de error en la implementación.

CONCLUSIONES

Desde una perspectiva aplicada, la principal contribución de este trabajo es la propuesta de un cambio inmediato en el criterio de decisión estadística. Se recomienda a los investigadores y revisores metodológicos abandonar el uso de los valores críticos de la distribución Normal estándar (1.96 y 2.58) para la interpretación de los resultados de coordenadas polares, sustituyéndolos por los umbrales basados en la distribución de Rayleigh proporcionados en este estudio. Esto garantizará un control efectivo de la tasa de error Tipo I.

En cuanto a las limitaciones, es preciso señalar que la revisión de la literatura realizada en el Estudio 2 no constituye una revisión sistemática exhaustiva (tipo PRISMA), sino un sondeo diagnóstico diseñado para confirmar la prevalencia del sesgo. Por tanto, los resultados bibliométricos deben interpretarse como un indicador de la tendencia metodológica dominante y no como un censo absoluto de la producción científica en el área.

Para finalizar, es de justicia académica señalar que este refinamiento estadístico no contradice el espíritu de la propuesta original, sino que responde explícitamente a la cautela científica mostrada por su autor. Con una honestidad intelectual encomiable, el propio Sackett (1980) advirtió sobre las posibles limitaciones formales de su propuesta:

Aunque en este trabajo [...] se han discutido varios supuestos subyacentes, los métodos pueden violar principios estadísticos desconocidos para mí. [...] Aquellos de nosotros interesados en el análisis secuencial deberíamos reclutar a un colega del departamento de estadística para que nos ayude a profundizar en el análisis de dependencia estadística a nivel teórico (p. 38).

Paradójicamente, la literatura aplicada ignoró esta advertencia durante décadas, asumiendo la infalibilidad de la herramienta gráfica. El presente trabajo, por tanto, no busca invalidar la utilidad del Análisis de Coordenadas Polares, sino aceptar, cuarenta y cinco años después, aquella invitación de Sackett para dotar a la técnica del rigor teórico necesario (la corrección de Rayleigh) que garantice su validez inferencial.

Asimismo, es fundamental reconocer el papel decisivo de la Dra. Anguera en la evolución y consolidación de esta metodología. Su trayectoria académica se ha distinguido precisamente por una búsqueda incansable del rigor metodológico en el estudio del comportamiento. Fue su revisión crítica la que rescató la propuesta de Sackett de una aplicación mecánica, dotándola de coherencia conceptual mediante la introducción de la retrospectividad genuina. Más allá de la formulación técnica, los resultados bibliométricos de este estudio confirman que Anguera ha sido el motor principal de la diseminación de esta herramienta. Por tanto, la corrección estadística que aquí se propone no debe leerse como una enmienda a su legado, sino, muy al contrario, como la continuación necesaria de ese mismo

espíritu de perfeccionamiento y exigencia científica que ella siempre ha defendido. Proponer el umbral exacto es, en última instancia, la forma más honesta de honrar su compromiso vital con la verdad metodológica.

Sirva este trabajo como un sentido homenaje a su inagotable generosidad intelectual y a un magisterio cuya plena vigencia seguirá siendo el faro que guíe la investigación observacional hacia la excelencia. Su ausencia deja un vacío irremplazable, pero nos deja las coordenadas precisas para seguir avanzando con tenacidad, valentía y audacia.

REFERENCIAS

1. Altmann, S. A. (1965). Sociobiology of rhesus monkeys. II: Stochastics of social communication. *Journal of Theoretical Biology*, 8(3), 490–522. [https://doi.org/10.1016/0022-5193\(65\)90024-X](https://doi.org/10.1016/0022-5193(65)90024-X)
2. Anguera, M. T. (1983). Manual de prácticas de observación. Trillas.
3. Anguera, M.T. (1985). *Establecimiento de pautas para la viabilidad de la categorización y reducción de datos en los marcos de conducta mediante la técnica de coordenadas polares*. Memoria de investigación para el acceso a cátedra (no publicada).
4. Anguera, M. T. (1997). From prospective patterns in behavior to joint analysis with a retrospective perspective. *Méthodologie d'analyse Des Interactions Sociales*. Université de La Sorbonne.
5. Anguera, M. T., & Hernández-Mendo, A. (2015). Data analysis techniques in observational studies in sport sciences. *Cuadernos de Psicología Del Deporte*, 15(1), 13–30.
6. Anguera, M. T., & Losada, J. L. (1999). Reducción de datos en marcos de conducta mediante la técnica de coordenadas polares. En *Observación de la conducta interactiva en contextos naturales: Aplicaciones* (pp. 163–188). Edicions Universitat de Barcelona.
7. Bakeman, R., & Gottman, J. M. (1997). *Observing interaction (second edition)*. Cambridge University Press.
8. Castañer, M., Barreira, D., Camerino, O., Anguera, M. T., Fernandes, T., & Hilenio, R. (2017). Mastery in Goal Scoring, T-Pattern Detection, and Polar Coordinate Analysis of Motor Skills Used by Lionel Messi and Cristiano Ronaldo. *Frontiers in Psychology*, 8(May). <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.00741>
9. Castellano, J., & Hernández, A. (2003). El análisis de coordenadas polares para la estimación de relaciones en la interacción motriz en fútbol. *Psicothema*, 15(4), 569–574.
10. Chomsky, N. (1957). *Syntactic Structures*. Mouton de Gruyter.
11. Cochran, W. G. (1954). Some Methods for Strengthening the Common χ^2 Tests. *Biometrics*, 10(4), 417–451. <https://doi.org/10.2307/3001616>
12. Garay, J. O., Hernández Mendo, A., Morales Sánchez, V. (2007). Análisis secuencial en el tenis de dobles. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 60(3), 253-269.
13. Gorospe, G. y Anguera, M.T. (2000). Modificación de la técnica clásica de coordenadas polares mediante un desarrollo distinto de la retrospectividad: aplicación al tenis. *Psicothema*, 12(2), 279-282.
14. Hernández-Mendo, A. y Anguera, M.T. (1998). Análisis de coordenadas polares en el estudio de las diferencias individuales de la acción de juego. En: Sánchez, M. P., López-Quiroga Estévez, M.A. (eds.). *Perspectivas actuales en la investigación de las diferencias individuales*, (pp. 84–88). Centro de Estudios Ramón Areces, Madrid.
15. Hernández Mendo, A. y Anguera, M.T. (1999). Aportaciones de análisis de coordenadas polares a los deportes de equipo. En Félix Guillén García, *La Psicología del Deporte en España al final del Milenio* (pp. 169-175). Las Palmas de Gran Canaria: Servicio de Publicaciones y Producción Documental de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Umbral Crítico en Análisis de Coordenadas Polares

16. Hernández Mendo, A. y Anguera, M.T. (2000). Aportaciones del análisis secuencial a las acciones de juego en deportes sociomotores. En A.M. López Jiménez, J. López Ruiz y R. Moreno Rodríguez, *Actas del V Congreso de Metodología de las CC. Humanas y Sociales* (pp. 53-58). Sevilla: Ed. Kronos.
17. Hernández Mendo, A., López López, J. A., Castellano Paulis, J., Morales Sánchez, V., & Pastrana Brincones, J. L. (2012). HOISAN 1.2: Programa informático para uso en Metodología Observacional. *Cuadernos de Psicología del Deporte*, 12 (1), 55–78. <http://revistas.um.es/cpd>
18. Markov, A. A. (1907). An example of statistical investigation of the text eugene onegin concerning the connection of samples in chains. *Science in Context*, 19(4), 591–600. <https://doi.org/10.1017/S0269889706001074>
19. Menescardi, C., Falco, C., Estevan, I., Ros, C., Morales-Sánchez, V., & Hernández-Mendo, A. (2019). Is it possible to predict an athlete's behavior? The use of polar coordinates to identify key patterns in taekwondo. *Frontiers in Psychology*, 10, 1232. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01232>
20. Morillo-Baro, J. P., Troyano-Gallegos, B., Pastrana-Brincones, J. L., Vázquez-Diz, J. A., Reigal, R. E., Quiñones-Rodríguez, Y., ... & Morales-Sánchez, V. (2021). Data mining and polar coordinates in the analysis by gender of finishing behaviors in professional basketball pick and roll. *Frontiers in Sports and Active Living*, 3, 742609. <https://doi.org/10.3389/fspor.2021.742609>
21. Perea, A., Castellano, J., Alday, L., & Hernández-Mendo, A. (2012). Analysis of behaviour in sports through polar coordinate analysis with MATLAB. *Quality and Quantity*, 46(4), 1249–1260. <https://doi.org/10.1007/s11135-011-9435-z>
22. Rodríguez-Medina, J., Arias, V., Arias, B., Hernández-Mendo, A., & Anguera, M. T. (2019). Polar Coordinate Analysis, from HOISANto R: A Tutorial Paper. Unpublished manuscript Retrieved from: https://jairodmed.shinyapps.io/HOISAN_to_R/.
23. Sackett, G. P. (1979). The lag sequential analysis of contingency and cyclicity in behavioral interaction research. In J. O. (Ed.) (Ed.), *Handbook of infant development* (pp. 623–649). Wiley.
24. Sackett, G. P. (1980). Lag sequential analysis as a data reduction technique in social interaction research. In D. B. Sawin, R. C. Hawkins, L. O. Walker, J. H. Penticuff, & (Eds.) (Eds.), *Exceptional infant. Psychosocial risks in infant-environment transactions* (pp. 300–340). Brunner/Mazel.