

Acerca de la robustez de los estimadores multinormales y elípticos bajo ciertas condiciones de asimetría, tamaño muestral y complejidad de los modelos de estructuras de covarianza

Juan A. Hernández Cabrera
Concepción San Luis Costas
Universidad de La Laguna

Joan Guàrdia i Olmos*
Universidad de Barcelona

Resumen: El presente trabajo estudia los métodos de estimación elípticos frente a los multinormales, en modelos longitudinales de panel con variables latentes con efectos no recursivos. Estos modelos son especialmente complejos en virtud de la naturaleza de los efectos a estimar y del elevado número de grados de libertad, lo cual es consistente con la mayoría de las investigaciones del campo aplicado. Esta investigación analiza la precisión de la estimación de los parámetros y de los errores típicos con respecto a los tres efectos fundamentales que pueden encontrarse en este tipo de investigaciones (autocorrelación, no recursividad y transversales o transretardados) así como la "conducta" del estadístico de ajuste más utilizado en el ámbito de los modelos de estructura de covarianza, bajo ciertas condiciones de asimetría, tamaño muestral y complejidad de los modelos.

Palabras clave: Estructuras de covarianza, no-normalidad, Monte Carlo, estimadores multinormales y elípticos.

Title: On the robustness of multinormal elliptical estimators under certain conditions of skewness, sample size and complexity of the Covariance structure models

Abstract: The present work focuses on elliptical estimation methods other than multinormal ones, in particular complex models such as panel longitudinal models with non-recursive latent variables. These are especially difficult in view of the complexity of the effects of this type of design and the high number of degrees of freedom. This is consistent with the majority of applied field investigations. The present work analyses accuracy in estimating standard errors and parameters with respect to the three fundamental effects encountered in the longitudinal models investigated (self-correlation or stability, non-recursiveness and cross-lagged or transversals), under certain conditions of skewness, sample size and complexity of the models.

Key words: Covariance structures, non-normality, Monte Carlo, multinormal and elliptical estimators.

Introducción

En el presente trabajo de simulación de Monte Carlo, se pretende analizar la robustez de cuatro estimadores (2 multinormales y 2 elípticos) de estructuras de covarianza, en el ámbito de los diseños longitudinales de panel, partiendo del modelo más simple 2V2W (2 variables y 2 tandas, Fig. 1) (Kenny, 1975) hasta los más complejos de cuatro tandas (2V4W), lo cual permitirá el estudio de los distintos efectos de estabilidad (autocorrelación), no recursividad y condicionales (transretardo) que permite este tipo de diseños. En este experimento, nos proponemos manipular una serie de variables independientes, y generar

muestras aleatorias bajo ciertas restricciones. Las condiciones que pueden afectar tanto al sesgo en la estimación de los parámetros estructurales y a los errores típicos, como al índice de ajuste X^2 , han sido consideradas como factores independientes de un diseño de tipo experimental.

El estimador de máxima verosimilitud (ML), es probablemente la técnica de estimación más utilizada en el entorno de la ecuaciones estructurales (Anderson y Gerbin, 1984). Sin embargo, la mayoría de los datos reales, provenientes de los estudios multivariados cuasiexperimentales, no cumplen con las severas restricciones que impone esta herramienta de estimación (Napior, 1972; Olsson, 1979a). Por ello, ultimamente han proliferado métodos de estimación menos restrictivos. Desde una perspectiva teórica, éstos métodos de estimación alternativos, son claramente superiores a la clásica estimación multinormal GLS y ML en

* **Dirección para correspondencia:** Joan Guàrdia i Olmos. Facultad de Psicología. Consell d'Estudis de Psicologia. Universidad de Barcelona. Passeig de la Vall d'Hebron, 171, 08035 Barcelona (España).

© Copyright 1995: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Murcia, Murcia (España). ISSN: 0212-9728. Artículo recibido: 7-12-95, aceptado: 23-1-96.

los casos de distribución no normal de las variables observables. Sin embargo, en la práctica, se conoce muy poco acerca de sus cualidades de estimación.

$$F = (S - \alpha(\gamma))' W^{-1} (S - \alpha(\gamma))$$

Ec. 1

Donde S y $\alpha(\gamma)$ son los vectores que contienen los elementos no duplicados de las matrices de varianzas y covarianzas de las variables observables y de la matriz generada por los parámetros del modelo respectivamente. W es la matriz de pesos estimable y positivamente definida, la cual para p variables observables, tiene un orden de $p \times p$ ($p^* = p(p+1)/2$) (Bentler 1983a; Browne, 1982, 1984). La estimación de los parámetros, se obtiene minimizando F . Sin embargo, para que esta estimación sea estadísticamente eficiente, los elementos de W deben ser adecuadamente definidos.

Seguidamente, expondremos las consecuencias de violar la premisa de normalidad multivariada a partir de la siguiente función de discrepancia:

Con distribuciones normales, la estimación de W es notablemente simplificada, ya que esta queda totalmente definida por el segundo momento.

En este sentido, la matriz de pesos W^* , puede ser estimada a partir de la matriz de varianzas y covarianzas de las variables observables y las estimaciones así obtenidas tratando de minimizar F , serán estadísticamente eficientes y la función de discrepancia coincidiría por tanto con la función de mínimos cuadrados generalizados (GLS):

$$F_{GLS} = \frac{1}{2} \text{tr} [(S - \Sigma(\gamma))S^{-1}]^2$$

Ec. 1

Si por el contrario, las variables no se distribuyen normalmente, pero se asume la normalidad de las mismas, la matriz W^* será determinada sólo por la información contenida en el momento de 2º orden y W^* no será igual a la matriz de pesos óptima W , ya que se ha ignorado la información contenida en los momentos superiores (Asimetría y Apuntamiento) relativa a la auténtica distribución que subyace a las variables en estudio.

Para la solución de este problema, se han propuesto cuatro métodos de estimación alternativos para datos no normales. Nos referimos a los **métodos de estimación de distribución libre y asin-**

tótica (ADF) de la Ec. 1 (Browne 1982, 1984), en segundo lugar, los **métodos de estimación elípticos** (Bentler 1983a, 1983b, 1985) (Browne, 1984), los **métodos de estimación para distribuciones con apuntamiento heterogéneo** (Kano, Berkane y Bentler (1990), y la **corrección escalada** del estadístico X^2 (Satorra y Bentler, 1988a, 1988b).

En el método **ADF**, es esencial la correcta estimación de la matriz de pesos W donde la estimación de sus elementos, se realiza a partir de:

$$W_{ij,kl} = \sigma_{ij,kl} - \sigma_{ij}\sigma_{kl}$$

Ec. 2

Tal y como puede observarse de Eq. 3 el cálculo de los elementos de W , implica la determinación

del cuarto momento de las variables observables, cuya estimación muestral se realiza a través de:

$$s_{ij,kl} = \frac{1}{n} \sum_1^n [(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)(x_k - \bar{x}_k)(x_l - \bar{x}_l)] \tag{Ec. 3}$$

El **método elíptico**, a diferencia del anterior, es computacionalmente menos demandante, ya que se trata de corregir la función de estimación **GLS** a partir de la **kappa** multivariada Mardia (1974), como una medida de la kurtosis marginal común de las variables observables, a partir de:

$$(k+1) = \sum_1^n [(x - \bar{x})' S^{-1} (x - \bar{x})]^2 / np(p+2) \tag{Ec. 4}$$

Este acercamiento, permite que las variables observables tengan un exceso de apuntamiento con respecto a la normal y se basa en el supuesto de que las variables provienen de una distribución elíptica simétrica (asimetría cero) y con un mismo apuntamiento marginal. Consiguientemente, la matriz óptima de pesos W^* , es función del segundo momento y del valor de apuntamiento común de las variables observables ($k=kappa$). La función de discrepancia elíptica, utilizaría la estimación de los parámetros en el mínimo de los métodos multinormales **ML** o **GLS**, y a través de una nueva iteración realizarían la corrección del valor de F y por tanto del estadístico $nF(X^2)$.

$$F_{Eip} = \frac{1}{2} (k+1)^{-1} \text{tr} \{ [S - \Sigma(\gamma)] S^{-1} \}^2 - \delta \{ \text{tr} \{ [S - \Sigma(\gamma)] S^{-1} \} \}^2 \tag{Ec. 5}$$

donde $\delta = k/[4(k+1)^2 + 2pk(k+1)]$. Tal y como puede observarse de la Ec. 6 si el apuntamiento marginal es 0 , la función de discrepancia, se convierte en la función **GLS** (Ec. 2) de distribución normal de las variables observables, dado que $\delta = 0$ y $1/(k+1) = 1$. de **apuntamiento heterogeneo**, la función de discrepancia, incorpora una matriz C de promedios de apuntamiento de las variables ij , cuya inversa, introduce la corrección de la función de minimización a partir de los distintos apuntamientos de cada una de las variables observables.

Con respecto al tercer método de estimación

$$F_{AH} = \frac{1}{2} \text{tr} [(S - \Sigma(\gamma)) C^{-1}]^2 \tag{Ec. 6}$$

donde $C_{ij} = A^* S$ y $a_{ij} = (k_i + k_j)/2$, la determinación del apuntamiento (k_{ij}) se realiza según el algoritmo usual de estimación del cuarto momento $k_{ij}^2 = s_{iiii} / 3s_{ii}^2$ (* implica el producto de Hadamard de dos matrices del mismo orden). Hu, Bentler y Kano (1992) encuentran que este método de estimación tiene un rendimiento óptimo en las condiciones de elevados apuntamientos y diferentes para cada variables observable, aunque al igual que la corrección *bootstrap* para el test estadístico **ADF**, éste método de estimación no se encuentra aún disponible en los paquetes comerciales. El **escalamiento del test** X^2 , es una modificación del estadístico X^2 desarrollada por Satorra y Bentler (1988) bajo el supuesto de que la violación de la normalidad de las variables provoca que el estadístico nF en el mínimo de la función de discrepancia no sigue realmente una distribución X^2 . El test escalado del estadístico, aproxima el estadístico nF a la distribución esperada, realizando la siguiente transformación:

$$F = F_{ML} / k \tag{Ec. 7}$$

donde $\mathbf{k} = \text{tr}(\mathbf{UW})/g$, \mathbf{W} es la matriz de pesos de orden $\mathbf{p} \times \mathbf{p}$ estimada a partir del cuarto momento de las variables observables y $\mathbf{U} = \mathbf{W}^{-1} - \mathbf{W}^{-1}\hat{\boldsymbol{\sigma}}(\hat{\boldsymbol{\sigma}}'\mathbf{W}^{-1}\hat{\boldsymbol{\sigma}})^{-1}\hat{\boldsymbol{\sigma}}'\mathbf{W}^{-1}$, donde $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ representa la derivada de la función de minimización **ML** respecto al vector de parámetros en el mínimo de la función de discrepancia. Este procedimiento de corrección tal y como puede apreciarse es computacionalmente muy demandante.

Evidencia Empírica Anterior

Debido a lo relativamente reciente de estas herramientas de estimación, existen muy pocas investigaciones que evalúen la eficacia de estos métodos alternativos. Harlow (1985), encuentra que los estimadores **ML** funcionan adecuadamente en lo que a estimación de parámetros y distribución del estadístico de ajuste se refiere con modelos pequeños, sin embargo, el autor observa que la estimación de los errores típicos, es sesgada con tamaños muestrales pequeños y con no normalidad extrema de las variables implicadas. Por otra parte, los estimadores elípticos, se comportan de forma similar a los multinormales, y ambos son afectados por el grado de apuntamiento de las variables observables.

Sharma, Durvasula y Dillon (1989) presentan una investigación de Monte Carlo, con un diseño factorial que recoge tres niveles de asimetría, tres niveles de apuntamiento y tres diferentes tamaños muestrales. Los autores encuentran que para datos normales, los estimadores elípticos y entre ellos más concretamente **ERLS** se comportan igual que **ML**. Sin embargo, tal y como esperaban para datos no normales, el sesgo en los errores típicos, fue considerablemente mayor para los estimadores más utilizados de **ML** y **GLS**. Contrariamente a lo esperado, encontraron que la asimetría no tenía efecto alguno sobre el sesgo en la estimación de los parámetros. Entre las técnicas de estimación elíptica, **ERLS** fué claramente superior a **EGLS**. Sobre la base de estos resultados, los autores recomiendan utilizar **ERLS** tanto para datos normales como no normales.

Chou, Bentler y Satorra (1991) presentan un experimento de Monte Carlo, donde ponen a prueba el comportamiento de los estadísticos de

los estimadores **ML** y **ADF** en contraposición a la prueba estadísticas de \bar{X} escalada y de errores típicos robustos modificados propuestas por Satorra y Bentler (1986, 1988) con variables normales y no normales. En general los autores encuentran que el test estadístico escalado se comportaba mejor que el estadístico de **ML**, siendo el de **ADF** el que presentaba el peor comportamiento. Por otra parte, comprobaron que los errores típicos robustos y **ADF** arrojaron mejores resultados con no normalidad de las variables que los errores típicos **ML**; los cuales eran en la mayoría de las condiciones sesgados a la baja. Asimismo, encontraron que el test estadístico de **ML** y sus errores típicos eran suficientemente robustos bajo las condiciones de violación de la normalidad de las variables en distribuciones simétricas pero platocúrticas o no simétricas y con apuntamiento cero.

Con respecto al estimador **ADF**, múltiples investigaciones han encontrado que la estimación de la matriz de pesos \mathbf{W} , está sesgada, y consiguientemente, conduce frecuentemente al rechazo de modelos correctamente especificados muy por encima del nivel seleccionado (Chou, Bentler y Satorra, 1991) (Hu, Bentler y Kano (1992). Hu *et al.* (1992) hipotetizan sobre la posibilidad de que la mala ejecución de este estimador en condiciones de no normalidad, puede ser debida a que la estimación de los elementos de \mathbf{W} a través del cálculo del cuarto momento, tiene una alta variabilidad y por lo tanto su estimación es ineficiente. Yung y Bentler (1994) demuestran lo acertado de esta suposición, y proponen una corrección del estadístico **ADF** a través de la extracción de muestras *bootstraps* de los datos originales, obteniéndose así una matriz de pesos \mathbf{W} insesgada que será posteriormente utilizada para obtener así un coeficiente corrector (aditivo y multiplicativo) del estadístico \bar{X} obtenido a partir de nF en el mínimo de Eq. 1. Desgraciadamente, esta corrección, no está disponible actualmente en las aplicaciones de modelos de ecuaciones estructurales. Tanto el método **ADF** como el test escalado, presentan una serie de inconvenientes como son la excesiva demanda computacional, que los hacen inapropiados en la primera fase de modelización

estructural, en este sentido, el método elíptico, podría presentar la gran ventaja, de permitir la modelización estructural en las etapas iniciales, para una vez conseguido el mejor ajuste posible, pasar a utilizar el test escalado.

Este trabajo, está en la línea de las anteriores investigaciones de simulación realizadas por Harlow (1985), Sharma, Durvasala y Dillon (1989) y Chou, Bentler y Satorra (1991), Hu, Bentler y Kano (1992), en las cuales se pretendía analizar la eficacia de múltiples métodos de estimación multinormales **ADF** y **Elípticos** a través de los experimentos muestrales de Monte Carlo bajo ciertas condiciones y restricciones de los modelos simulados. Sin embargo, existen importantes diferencias entre nuestro trabajo y los precedentes:

- 1.- Nuestra investigación, se focaliza en la ejecución de los métodos de estimación elípticos alternativos a los multinormales, en modelos de especial complejidad como los longitudinales en panel con variable latente de tipo no recursivo, los cuales presentan especiales dificultades de estimación por la complejidad de los efectos que este tipo de diseño presentan así como por el elevado número de grados de libertad. Lo cual por otra parte, es consistente con la mayoría de las investigaciones del campo aplicado.
- 2.- Análisis de la precisión en la estimación de los errores típicos y parámetros relativos a los tres efectos fundamentales que pueden encontrarse en los modelos longitudinales investigados (Autocorrelación o estabilidad, no recursividad y transretardados o transversales).

Método

La primera variable considerada, fué el **método de estimación**, se utilizaron en primer lugar los métodos dependientes de distribuciones multinormales de las variables: **Maxima Verosimilitud (ML)** y **Mínimos Cuadrados Generalizados (GLS)**, y en segundo lugar las técnicas de estimación elípticas desarrolladas por Browne (1982,1984) y Bentler (1983,1985) **ERLS** y **EGLS**.

La segunda variable manipulada, fué el **tamaño muestral**. En la literatura revisada, tal y

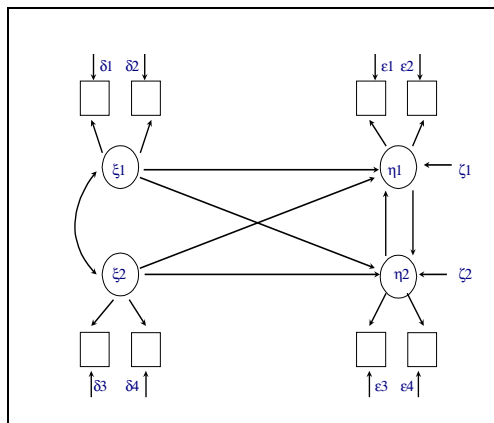


Figura 1: Modelo longitudinal de panel 2V2W.

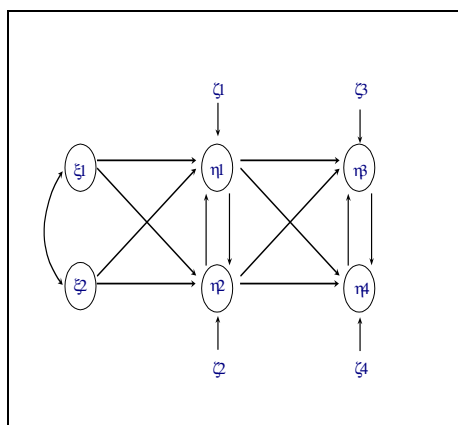


Figura 2: Modelo longitudinal de panel 2V3W.

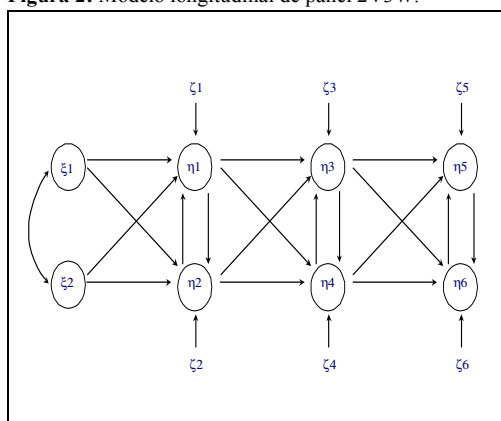


Figura 3: Modelo longitudinal de panel 2V4W.

como se ha señalado anteriormente, se considera que a partir de 200 sujetos los estimadores empiezan a ser precisos (Boomsma, 1982). Qui-

simos comprobar el comportamiento de estos en situaciones de diseños complejos y tamaño muestral pequeño. Por ello se utilizaron tres niveles para esta variable: **100, 300 y 600 casos**.

La tercera variable independiente fué la **asimetría** de las variables observables que componían el modelo a investigar. Los resultados contradictorios entre sí con respecto a la influencia de la asimetría, encontrados en Olsson (1979a) Sharma, Durvasula y Dillon (1989), Harlow (1985) y Boomsma (1983) aconsejaban investigar la influencia de esta variable en la estimación y posterior ajuste de modelos de especial complejidad como los que aquí se presenta. Para ello se manipuló la asimetría de todas las variables observables que componían el modelo en tres niveles: **0,05 (simetría casi perfecta), 0,50 (asimetría media-baja) y 1.0 (asimetría media-alta)**.

La última variable independiente manipulada fué el número de tandas del modelo investigado. Dado que los diseños en panel incorporan el número de tandas como una variable de especial complejidad que permite observar la evolución temporal de las variables objeto de estudio, quisimos investigarla, para observar así la influencia que la misma ejercía sobre la estimación de los parámetros así como sobre el índice de ajuste más comunmente utilizado en el ámbito de las ecuaciones estructurales. Para ello se crearon **tres niveles** en esta variable: **2, 3, y 4 tandas**. Nos encontramos pues ante un diseño factorial de tipo **4x3x3x3** con 108 condiciones experimentales. Si observamos las figuras 1, 2 y 3, vemos que la mayoría de los parámetros podrían agruparse en tres grupos diferenciados: **parámetros de autocorrelación** (pesos asociados a la influencia de una variable latente sobre la misma variable medida en otro momento temporal), **parámetros no recursivos** (pesos de una variable exógena sobre otra en el mismo momento temporal y esta a

su vez sobre la primera) y **parámetros transrretardados** (pesos de una variable latente sobre otra distinta en diferente momento temporal). Para calcular los parámetros de autocorrelación, no recursivos y transrretardados, se sumaron todos los parámetros del mismo tipo, y se dividieron por el número de parámetros sumados. Dado que para cada parámetro se conocía su valor poblacional, esto posibilitó el calculo del error cuadrático asociado a cada uno, lo cual permitió definir los errores cuadráticos de autocorrelación, no recursivos y transrretardados.

Simulación y Generación de los datos

Se utilizó el simulador del programa EQS (Bentler, 1985), que permite introducir las ecuaciones estructurales del modelo, donde cada parámetro libre (a estimar por el modelo) lleva asociado un valor. Todos y cada uno de estos valores, eran considerados como poblacionales, y el simulador generaba matrices muestrales en base a los mismos. Dado que el modelo de cuatro tandas contenía en su interior a los modelos de tres y dos tandas, se inició el cálculo de ésta matriz generando 20 replicaciones. Analizando individualmente cada uno de los parámetros que surgía del análisis de estas 20 replicaciones, se seleccionó aquella matriz de datos brutos (sujetos por variables) cuya matriz $\Sigma(\gamma)$ arrojase los parámetros con mayor similitud a los poblacionales introducidos en las ecuaciones estructurales del modelo.

Con el objetivo de obtener una matriz $\Sigma(\gamma)$ con un ajuste perfecto ($X^2=0$ y $p=1$) se transformó la matriz de datos brutos según el algoritmo de Bollen y Steiner (1993):

$$Z = YS^{-\frac{1}{2}}\Sigma^{\frac{1}{2}}$$

Ec. 8

donde **Y** es la matriz de datos brutos de orden **n x p**, **S^{-1/2}** es la inversa de la transformación de Choleski de la matriz de varianzas y covarizancias de **Y** y **$\Sigma^{1/2}$** es la transformación de Choleski de la matriz $\Sigma(\gamma)$ generada a partir de los parámetros

estimados. Dado que el simulador del programa EQS V3.0 presenta un problema relacionado con el hecho de que en los modelos con parámetros no recursivos como los presentados, el simulador coge como parámetros de comienzo los de la

última iteración y no los parámetros poblacionales. Esto provoca que a partir de la primera replicación sin convergencia, las restantes presenten el mismo problema, por una extracción incorrecta de los parámetros de comienzo (San Luis, Hernández y Sánchez, 1994). El procedimiento utilizado para generar los datos con varianzas covarianzas y asimetría específicas, está basado en el algoritmo de Fleishman (1978) y Vale y Maurelli (1983), según la aplicación desarrollada por Hernández, San Luis y Sánchez (1994). Para cada una de las 108 condiciones, se generaron 200 muestras independientes (21.600 muestras).

Resultados

Soluciones inapropiadas

En la Tabla 1 puede observarse el número de soluciones apropiadas (sin varianzas negativas) y convergentes (el estimador encuentra convergencia antes de las 200 iteraciones) resultantes de las estimaciones de los parámetros para cada uno de los modelos simulados. Si observamos la Tabla 1, podemos comprobar que el número total de soluciones encontradas se sitúa en el 76,5% del total de soluciones posibles. Vemos que es la variable **tamaño muestral** la que ejerce un efecto decisivo sobre el número de soluciones adecuadas y convergentes encontradas. En este sentido, podemos ver que para un tamaño muestral de 600 sujetos, el número de soluciones se sitúa en el 96.5% de las posibles, mientras que para un N de 300, éste número baja al 87.7%. Si observamos la columna de 100 sujetos, vemos que este porcentaje es claramente inferior, especialmente en los modelos de 3 y 4 tandas. Por otra parte, si observamos la influencia de la **asimetría**, encontramos que esta variable tiene su área de influencia en los modelos de tres o más tandas con tamaño muestral de 100 casos.

Al aumentar el número de variables en el modelo y por tanto el número de parámetros a estimar, se incrementa la probabilidad de ocurrencia de puntuaciones extremas que dificultan la convergencia y solución adecuada de la matriz simulada. El incremento del número de sujetos en estos casos y para este tipo de modelos,

alivia como puede verse el problema de la no convergencia de las soluciones encontradas.

Tabla 1: Porcentaje de soluciones convergentes y adecuadas.

	N			
	100	300	500	TOTAL
2 TANDAS				
ASIMETRIA				
0.05	72.5	98.2	100	90.2
0.50	75.1	98.2	100	91.0
1.00	59.0	92.1	99.7	83.5
Total	68.8	96.3	99.7	88.3
3 TANDAS				
ASIMETRIA				
0.05	60.2	98.2	100	86.1
0.50	57.2	98.2	100	85.0
1.00	34.5	92.3	98.1	74.9
Total	50.5	96.1	99.4	82.0
4 TANDAS				
ASIMETRIA				
0.05	21.0	81.2	91.2	64.5
0.50	18.7	71.5	95.7	62.0
1.00	10.2	59.7	84.2	51.4
Total	16.6	70.8	90.4	59.3
TOTAL	45.3	87.7	96.5	76.5

Sesgo en la estimación de los parámetros

Un interés especial de esta investigación, se centra en la capacidad de los distintos estimadores investigados para calcular sin sesgo los distintos grupos de parámetros que componen los modelos de panel simulados. Tal y como puede observarse en la Tabla 2, el método de estimación no ejerce influencia alguna en ninguno de los parámetros estimados. Sin embargo, podemos ver como a medida que se incrementa la asimetría de las v.o. el error cuadrático medio (ECM) también lo hace, especialmente en el grupo de parámetros no-recursivos, sin duda los de mayor complejidad de estimación. Las estimaciones de los parámetros en la condición de 100 casos no parece presentar esta tendencia, aunque tales resultados no son fiables, dado el escaso número de replicaciones con convergencia de esa condición experimental

(Tabla 1). Asimismo, podemos observar como al incrementar el tamaño muestral hasta los 500 sujetos, se disminuye notablemente el sesgo en la estimación, causada por la asimetría de las variables observables y la complejidad de los modelos.

Estadístico χ^2 e índices de ajuste

Los tres modelos investigados de **2**, **3** y **4** tandas, tienen **14**, **44** y **88** grados de libertad respectivamente. Si el estadístico χ^2 estuviese asintóticamente distribuido, obtendríamos dos importantes propiedades a saber: que la media del estadístico en cada caso, coincidiría con sus respectivos grados de libertad (r), y su varianza sería igual a $2r$. Por tanto los valores medios y desviaciones típicas esperados para cada modelo serían: 14 - 5.3, 44 - 9.4 y 88 - 13.3 respectivamente. Para comparar la ejecución de los índices de ajuste más frecuentemente utilizados, en relación a los métodos de estimación multinormales y alternativos utilizados, se computó la prueba estadística de Kolmogorov-Smirnov para una distribución χ^2 con los grados de libertad anteriormente explicitados. Los resultados de esta prueba, indican que en presencia de datos no-normales (asimetría 1.0) ninguno de los estimadores multinormales, sigue la distribución deseada. Tal y como esperábamos, los estimadores elípticos si seguían esa distribución para todas las condiciones. En la Tabla 3, puede verse que las mayores discrepancias en cuanto a media y desviación típica, se producen en los casos de elevada asimetría y modelos más complejos de tres y cuatro tandas. Por otra parte resulta especialmente espectacular el sesgo que se produce entre los modelos más complejos con mayor asimetría y número de sujetos.

La Tabla 4 relativa a el cruce de **número de tandas x asimetría x tamaño x método de estimación** muestra los porcentajes de los valores de χ^2 que conducen al rechazo de los modelos a un nivel de significación de **0.05**. Los resultados nos muestran que a medida que se incrementa la

asimetría de las v.o., aumenta la probabilidad de rechazar modelos correctamente especificados. En el mismo sentido, ejerce su influencia la variable número de tandas. Asimismo, podemos observar que en la condición de 500 sujetos, se produce el mayor número de rechazos. En esa misma tabla, podemos ver como la situación más desfavorable, se da entre los modelos más complejos de cuatro tandas con asimetría elevada y 500 sujetos. Es notable, el efecto corrector, que en todos los casos, realizan los dos estimadores elípticos **EGLS** y **ERLS**, aproximando en todos los casos al nivel de confianza elegido, los porcentajes de rechazo de modelos correctamente especificados.

Sesgo en la estimación de los errores típicos

Este sesgo, se determinó comparando los errores típicos empíricos (desviación típica de los parámetros a través de todas las condiciones) con los errores típicos estimados (media de los errores típicos estimados). La Tabla 5 nos muestra que en la condición de 100 casos por muestra, los errores típicos estimados para los parámetros de error y gamma, son mayores que los empíricos, conduciendo por tanto a valores del estadístico t inferiores a los reales, sin embargo, para los parámetros no recursivos, se produce lo contrario, los errores típicos empíricos son superiores a los estimados. En la condición de 300 casos, se presenta el mismo patrón de sesgo, aunque sensiblemente menor. Es en la condición de 500 sujetos, donde se consiguen equiparar sensiblemente los errores típicos estimados y empíricos. Es obvio que incrementar el tamaño hasta los 500 s. mejora notablemente la correcta estimación de los errores típicos asociados a todos los parámetros en general y a los no recursivos en particular. La variable asimetría de las variables observables, no parece influenciar negativamente esta disparidad, al igual que el método de estimación elíptica, no disminuye sensiblemente los errores típicos estimados.

Tabla 2: Mediana de la raíz cuadrada de los errores cuadráticos del conjunto de parámetros

	N								
	100			300			500		
	ASIMETRIA			ASIMETRIA			ASIMETRIA		
	0.05	0.45	0.85	0.05	0.45	0.85	0.05	0.45	0.85
2 TANDAS									
GLS									
AUTOCORRELAC.	.07095	.07231	.09571	.04608	.04917	.05952	.03164	.03442	.05843
NO RECURSIVOS	.18812	.19898	.23318	.11641	.12759	.16978	.09196	.10830	.13002
TRANSRRETARD.	.16261	.16091	.19659	.10133	.10713	.12865	.08074	.09330	.09970
EGLS									
AUTOCORRELAC.	.07103	.07210	.09445	.04602	.04943	.05968	.03164	.03444	.05933
NO RECURSIVOS	.18840	.19872	.23390	.11642	.12796	.16983	.09194	.10840	.12984
TRANSRRETARD.	.16200	.16078	.19717	.10135	.10700	.12848	.08075	.09341	.09967
ML									
AUTOCORRELAC.	.07505	.07066	.08287	.04761	.05215	.06366	.03149	.03307	.05542
NO RECURSIVOS	.21134	.20643	.23670	.11775	.12934	.17620	.09244	.10565	.13297
TRANSRRETARD.	.16580	.18007	.17262	.10225	.10667	.13582	.08091	.09221	.10146
ERLS									
AUTOCORRELAC.	.07517	.07079	.08303	.04772	.05224	.06361	.03150	.03321	.05544
NO RECURSIVOS	.21214	.20668	.23638	.11808	.12955	.17591	.09244	.10555	.13305
TRANSRRETARD.	.16593	.17973	.17105	.10233	.10662	.13592	.08086	.09196	.10132
3 TANDAS									
GLS									
AUTOCORRELAC.	.11497	.11966	.13231	.07403	.07586	.08113	.05589	.05759	.06802
NO RECURSIVOS	.27408	.27440	.30731	.17115	.17913	.20226	.12104	.12396	.17823
TRANSRRETARD.	.25404	.27795	.30671	.14439	.16977	.17295	.11301	.11051	.15884
EGLS									
AUTOCORRELAC.	.11369	.12071	.13192	.07407	.07592	.08281	.05579	.05766	.06922
NO RECURSIVOS	.27350	.27542	.30699	.17175	.17931	.20281	.12090	.12389	.17831
TRANSRRETARD.	.25629	.27789	.31179	.14433	.17055	.17461	.11321	.11049	.15942
ML									
AUTOCORRELAC.	.11686	.10695	.14198	.07177	.07261	.08690	.05480	.05662	.06812
NO RECURSIVOS	.27125	.25494	.35392	.16720	.17983	.19954	.11980	.12372	.16922
TRANSRRETARD.	.22587	.25697	.25635	.15089	.15937	.17191	.11199	.11798	.15979
ERLS									
AUTOCORRELAC.	.11692	.10685	.14221	.07179	.07259	.08695	.05479	.05684	.06829
NO RECURSIVOS	.27099	.25524	.35415	.16707	.17983	.19949	.11949	.12384	.16947
TRANSRRETARD.	.22588	.25710	.25655	.15117	.16023	.17236	.11198	.11790	.15983
4 TANDAS									
GLS									
AUTOCORRELAC.	.14034	.16466	.13755	.07795	.08738	.10582	.06548	.06498	.08105
NO RECURSIVOS	.43742	.39535	.44349	.24443	.25568	.31522	.22052	.20144	.22971
TRANSRRETARD.	.37867	.39491	.46591	.22357	.25670	.29882	.18957	.18393	.20653
EGLS									
AUTOCORRELAC.	.14085	.16460	.14159	.07834	.08788	.10552	.06560	.06539	.08026
NO RECURSIVOS	.43994	.39586	.44309	.24457	.25573	.31545	.22122	.20173	.23278
TRANSRRETARD.	.38024	.39507	.47038	.22441	.25755	.30157	.18963	.18403	.20675
ML									
AUTOCORRELAC.	.10970	.14379	.15348	.07777	.08364	.09958	.06321	.06619	.07981
NO RECURSIVOS	.40562	.40784	.44972	.25129	.26092	.30928	.21793	.20689	.22440
TRANSRRETARD.	.40290	.37532	.40355	.22190	.25446	.26957	.18714	.18731	.21466
ERLS									
AUTOCORRELAC.	.10983	.14339	.15255	.07781	.08389	.09971	.06305	.06645	.07966
NO RECURSIVOS	.40586	.40779	.45021	.25355	.26189	.30925	.21812	.20555	.22454
TRANSRRETARD.	.40291	.37362	.40300	.22255	.25498	.26940	.18910	.18761	.21480

Tabla 3: Medias y Desviaciones típicas del estadístico de ajuste χ^2

	N								
	100			300			500		
	ASIMETRIA			ASIMETRIA			ASIMETRIA		
	0.05	0.5	1.0	0.05	0.5	1.0	0.05	0.5	1.0
2									
TANDAS									
METODO									
GLS	13.392	13.196	13.631	13.883	13.877	14.367	14.045	14.170	15.227
	5.2348	4.9724	4.1937	4.6587	4.7263	5.3362	4.8056	5.3198	6.2598
EGLS	13.748	13.197	12.335	13.978	13.614	12.728	14.093	13.839	13.332
	5.3489	5.0000	3.8896	4.6821	4.6264	4.7528	4.8323	5.1799	5.4056
ML	14.401	14.361	15.059	14.359	14.411	14.678	14.257	14.402	15.593
	5.9728	5.5469	5.5035	4.9139	5.0844	5.5691	4.9129	5.4556	6.5989
ERLS	14.209	13.783	13.259	14.324	14.065	12.795	14.194	13.972	13.544
	5.6905	5.0125	4.9025	4.8521	4.9694	4.8453	4.8662	5.2598	5.5951
3									
TANDAS									
METODO									
GLS	40.423	41.681	43.690	41.951	44.832	47.189	42.283	44.478	49.293
	8.4115	8.7766	8.6993	7.7360	10.023	9.5012	8.9964	9.4908	10.350
EGLS	41.893	41.395	39.901	42.257	43.368	41.392	42.448	42.849	42.856
	9.1037	8.9524	7.9898	7.8112	9.6993	8.4683	9.0624	9.1635	9.1674
ML	46.668	48.328	49.322	43.080	46.540	49.436	43.361	45.634	50.769
	9.9871	10.792	10.427	7.6886	10.166	10.233	9.2532	9.9341	10.947
ERLS	45.295	45.632	41.878	42.477	44.258	41.918	43.151	43.592	43.195
	9.2954	9.9373	8.6649	7.3739	9.3945	8.5539	9.1592	9.5222	9.3933
4									
TANDAS									
METODO									
GLS	79.513	86.612	90.195	85.784	87.103	102.10	85.697	92.376	102.80
	13.718	12.654	9.5717	12.372	12.072	12.756	13.375	13.273	15.962
EGLS	84.120	84.898	85.155	86.687	83.486	91.354	86.117	88.103	89.537
	15.021	12.436	9.4055	12.592	11.493	11.954	13.448	12.567	14.358
ML	89.439	100.15	112.16	89.868	91.028	108.75	87.867	95.475	106.60
	12.144	18.067	17.167	13.446	13.110	15.068	13.596	13.878	16.272
ERLS	86.367	90.852	92.139	88.724	85.534	89.975	87.099	89.933	88.259
	12.326	16.256	15.745	13.389	12.331	12.494	13.222	12.928	13.389

Tabla 4: Porcentajes de rechazo de los modelos a partir de $p < 0.05$.

	<i>N</i>								
	<i>100</i>			<i>300</i>			<i>500</i>		
	<i>ASIMETRIA</i>			<i>ASIMETRIA</i>			<i>ASIMETRIA</i>		
	<i>0.05</i>	<i>0.50</i>	<i>1.00</i>	<i>0.05</i>	<i>0.50</i>	<i>1.00</i>	<i>0.05</i>	<i>0.50</i>	<i>1.00</i>
2 TANDAS									
METODO									
<i>GLS</i>	4.0	3.9	1.6	2.5	3.0	5.9	3.5	7.0	8.0
<i>EGLS</i>	4.7	5.2	1.6	3.0	3.0	2.6	3.5	5.5	4.5
<i>ML</i>	8.3	5.4	7.8	4.0	5.1	6.5	3.5	7.5	11.6
<i>ERLS</i>	6.2	4.0	3.5	3.5	5.1	2.1	3.5	5.5	5.0
3 TANDAS									
METODO									
<i>GLS</i>	1.6	5.1	5.4	2.58	8.0	10.2	3.5	6.5	15.8
<i>EGLS</i>	4.0	5.1	4.1	4.0	6.0	3.7	3.5	5.5	2.5
<i>ML</i>	11.7	13.5	18.7	2.5	13.9	15.3	5.0	9.0	21.8
<i>ERLS</i>	6.7	9.0	3.1	2.0	7.2	3.8	4.5	7.0	2.5
4 TANDAS									
METODO									
<i>GLS</i>	4.2	2.7	1.2	3.7	2.0	22.6	3.8	10.0	28.0
<i>EGLS</i>	8.5	2.7	1.2	4.3	1.3	5.6	4.3	5.2	7.0
<i>ML</i>	5.4	31.5		5.4	6.3	41.3	6.0	17.0	37.9
<i>ERLS</i>	5.4	7.8		6.6	1.4	5.1	4.9	8.8	6.0

Tabla 5: Errores típicos empíricos (desviación típica del parámetro) y estimados (media del error típico estimado).

	N											
	100				300				500			
	Método de Estimación				Método de Estimación				Método de Estimación			
	GLS	EGLS	ML	ERLS	GLS	EGLS	ML	ERLS	GLS	EGLS	ML	ERLS
ASIMETRÍA												
0.05												
PSY 1	.10592	.10533	.10833	.10849	.08649	.08702	.08699	.08697	.06744	.06740	.06907	.06905
SE-PSY 1	.16168	.16033	.16876	.16588	.09838	.09806	.10163	.10131	.07014	.07001	.07040	.07027
PSY 2	.09219	.09173	.09078	.09078	.05607	.05605	.05354	.05352	.04456	.04457	.04425	.04425
SE-PSY 2	.11343	.11234	.12015	.11879	.05262	.05244	.05274	.05256	.03706	.03700	.03758	.03752
GAM 11	.09302	.09278	.10862	.10898	.06018	.06047	.06031	.06032	.05103	.05105	.05157	.05157
SE-GAM 11	.14463	.14371	.14957	.14805	.07777	.07755	.07432	.07409	.05328	.05320	.05400	.05392
GAM 22	.09302	.09278	.10862	.10898	.06018	.06047	.06031	.06032	.05103	.05105	.05157	.05157
SE-GAM 22	.14463	.14371	.14957	.14805	.07777	.07755	.07432	.07409	.05328	.05320	.05400	.05392
GAM 12	.16230	.16254	.16982	.16990	.12313	.12352	.12331	.12334	.10664	.10666	.10821	.10821
SE-GAM 12	.24084	.24024	.25026	.24873	.16789	.16684	.17411	.17233	.12721	.12702	.12650	.12628
GAM 21	.15342	.15287	.15980	.15986	.10882	.10879	.11547	.11547	.08693	.08696	.08800	.08802
SE-GAM 21	.21030	.20900	.21173	.21053	.13227	.13191	.13180	.13133	.09507	.09493	.09637	.09620
BET 12	.22123	.22134	.22955	.22112	.21582	.21591	.21675	.21675	.14445	.14416	.14460	.14457
SE-BET 12	.29014	.29022	.30235	.30026	.20451	.20464	.20718	.20645	.15770	.15749	.15717	.15688
BET 21	.32347	.32341	.36674	.36576	.23590	.23622	.14429	.14425	.09962	.09959	.10231	.10226
SE-BET 21	.25670	.25494	.26472	.26188	.16240	.16264	.16408	.16414	.11888	.11872	.12058	.12037
0.50												
PSY 1	.11046	.11123	.11070	.11079	.08685	.08733	.08648	.08645	.07148	.07187	.06991	.06989
SE-PSY 1	.16902	.16860	.17402	.17356	.09755	.09911	.10116	.10276	.07412	.07549	.07334	.07469
PSY 2	.08666	.08671	.09267	.09271	.05701	.05705	.05569	.05566	.04642	.04637	.04644	.04643
SE-PSY 2	.11283	.11314	.11264	.11304	.05670	.05752	.05553	.05633	.03951	.04023	.03936	.04007
GAM 11	.10643	.10589	.10754	.10761	.06719	.06748	.06609	.06612	.05097	.05110	.04987	.04987
SE-GAM 11	.15266	.15297	.15076	.15091	.07932	.08032	.07992	.08033	.05468	.05557	.05569	.05671
GAM 22	.10643	.10589	.10754	.10761	.06719	.06748	.06609	.06612	.05097	.05110	.04987	.04987
SE-GAM 22	.15266	.15297	.15028	.15091	.07932	.08032	.07992	.08033	.05468	.05557	.05569	.05671
GAM 12	.20984	.20965	.16506	.16503	.12645	.12630	.13404	.13407	.11496	.11518	.11413	.11415
SE-GAM 12	.23728	.23892	.24889	.24976	.16957	.17177	.17265	.17530	.13154	.13365	.13154	.13391
GAM 21	.16757	.16800	.14911	.14918	.11743	.11778	.11671	.11672	.09432	.09375	.09281	.09282
SE-GAM 21	.20353	.20507	.20993	.21067	.13223	.13387	.13458	.13658	.09902	.10060	.10100	.10281
BET 12	.55262	.55343	.62898	.62916	.30201	.30199	.34245	.34230	.19025	.19001	.19367	.19361
SE-BET 12	.29112	.29137	.29519	.29731	.21067	.21165	.21139	.21462	.16387	.16613	.16447	.16685
BET 21	.29350	.29327	.36551	.36481	.18569	.18562	.18511	.18499	.13438	.13428	.12477	.12470
SE-BET 21	.26589	.26609	.26410	.26503	.17040	.17204	.17119	.17371	.12411	.12582	.12527	.12683
1.0												
PSY 1	.11349	.11500	.11327	.11202	.09441	.09454	.09647	.09648	.08570	.08674	.08540	.08538
SE-PSY 1	.19206	.19994	.19305	.20240	.12719	.13518	.12898	.13694	.10534	.11102	.10444	.11213
PSY 2	.09707	.09952	.10499	.10285	.07505	.07585	.07292	.07293	.05728	.05776	.05647	.05645
SE-PSY 2	.14040	.14843	.15495	.15389	.07980	.08494	.08174	.08697	.05384	.05818	.05578	.05941
GAM 11	.11703	.11802	.12487	.12504	.07618	.07651	.07795	.07799	.06362	.06384	.06203	.06206
SE-GAM 11	.17266	.17614	.17981	.18803	.09722	.10163	.09758	.10480	.06754	.07240	.06803	.07349
GAM 22	.11703	.11802	.12487	.12504	.07618	.07651	.07795	.07799	.06362	.06384	.06203	.06206
SE-GAM 22	.17266	.17614	.17981	.18803	.09722	.10163	.09758	.10480	.06754	.07240	.06803	.07349
GAM 12	.17596	.17774	.18116	.18111	.14721	.14795	.14653	.14659	.12574	.12656	.12705	.12705
SE-GAM 12	.25581	.26485	.27453	.27882	.18591	.19678	.18557	.19778	.15814	.16679	.15766	.16964
GAM 21	.17809	.18007	.17268	.17267	.13003	.13142	.13172	.13175	.11842	.11941	.11483	.11484
SE-GAM 21	.22537	.22730	.21656	.22253	.15936	.16710	.16049	.16923	.12489	.13375	.12722	.13658
BET 12	.51357	.51371	.39006	.39140	.37320	.37334	.37791	.37804	.27478	.27479	.25648	.25642
SE-BET 12	.31593	.32132	.32240	.33215	.23612	.24549	.23374	.24482	.20444	.21664	.20659	.22024
BET 21	.43246	.43361	.59841	.59978	.27893	.27911	.27031	.27045	.20203	.20198	.19793	.19785
SE-BET 21	.29343	.30025	.29957	.31073	.20951	.21604	.21231	.22598	.16423	.17326	.16655	.17540

Conclusiones

A partir de los resultados de este estudio, podemos concluir que los test estadísticos multinormales **ML** y **GLS** son relativamente robustos al estimar parámetros en modelos de especial complejidad como los longitudinales de panel con variable latente, cuando las v.o. presentan elevados índices de asimetría si se utilizan tamaños muestrales iguales o superiores a los 500 sujetos. En lo que a la precisión de la estimación se refiere, los cuatro métodos investigados, denotan una eficacia similar. Sin embargo, la distribución del estadístico de ajuste \bar{X} presenta notables diferencias entre ambos tipos de estimadores, claramente a favor de los elípticos. De acuerdo con los resultados de Sharma, Durvasula y Dillon (1989), la premisa de asimetría nula común a los métodos elípticos puede ser relajada. Sin embargo, contrariamente a los resultados de estos autores, la asimetría si que es un claro predictor de la correcta distribución del estadístico de ajuste investigado, coincidiendo en este sentido con las investigaciones precedentes realizadas en modelos más simples por Olsson (1979a) y Joreskog (1987).

La infraestimación de los errores típicos puede ser severa en muestras con v.o. no-normales, especialmente en la estimación de los parámetros no-recursivos y tamaños muestrales inferiores a 300 sujetos. Dado que se usan los ratios t de forma rutinaria para evaluar la significación de los parámetros individuales, en estos casos, los efectos pueden ser claramente supraestimados.

Con respecto al tamaño muestral, hay que indicar que éste tiene una doble influencia. Por un lado a medida que aumenta, hacemos crecer la posibilidad de encontrar matrices adecuadas y convergentes. Téngase en cuenta que éste ratio se sitúa próximo al 97% en los modelos de 500 sujetos, descendiendo al 87% cuando el tamaño muestral es de 300. Un número muestral inferior, haría descender este porcentaje hasta valores muy inferiores. Estos resultados contrastan notablemente con los conseguidos por Anderson y Gerbing (1984) que encuentran la ocurrencia de no convergencia y soluciones inadecuadas sólo para tamaños de muestras inferiores a 100 en

modelos de dos factores y tres indicadores y de 150 para los mismos modelos con dos indicadores por factor.

Por otra parte, a medida que se incrementa la complejidad de los modelos se hace necesario aumentar el tamaño muestral para eliminar el sesgo que se produce al analizar estos modelos con tamaños muestrales inferiores a 300 sujetos. Estos resultados contradicen prácticamente todos los hallazgos al respecto existentes en la literatura Boomsma (1983), Tanaka (1984), Gweke y Singleton (1980). La frontera de 200 sujetos para asegurar precisión en la estimación y evitación de los errores Tipo I, ha resultado ser falsa para el caso de modelos de esta complejidad que incluyen la estimación de grupos de parámetros de autocorrelación, no recursivos y transretardados. El acceso a este tipo de investigaciones, obliga a trabajar con un número de sujetos claramente superiores a los utilizados en las investigaciones de modelos simples.

La asimetría tiene su rango de influencia entre los modelos con tamaños muestrales de 300 sujetos e inferiores. Cuando los modelos analizados contienen 500 sujetos, las residuales tienden a cero, independientemente de los niveles de asimetría, lo cual concuerda con los trabajos de Sharma, S., Durvasula, S. y Dillon (1989), que encuentran residuales poco importantes para valores altos de asimetría cuando el tamaño muestral era superior a los 500 sujetos.

Como conclusión general tenemos que el asegurar la precisión en la estimación de los parámetros en modelos de panel de variable latente con múltiples tandas mediante los sistemas de ecuaciones estructurales, exige el aumento del tamaño muestral hasta el nivel de 500 sujetos, para eliminar así el efecto negativo que la asimetría y el número de tandas ejercen tanto sobre la estimación de los parámetros como sobre los errores típicos. Sin embargo, encontramos que este aumento tan necesario para la precisión repercute negativamente en los valores de los índices de ajuste, salvo que se utilicen los métodos de estimación elípticos. Por tanto independientemente del tipo de modelo que se trate, entendemos que el proceso de modelización, debería realizarse

utilizando los estimadores elípticos tanto EGLS como ERLS, para posteriormente una vez definido el mejor ajuste posible, (aceptable

teóricamente) pasar a utilizar la estimación robusta de los errores típicos y determinación del índice de ajuste utilizando el test escalado de X^2 .

Referencias bibliográficas

- Anderson, J.C. y Gerbing, D.W. (1984). The effect of sampling error on convergence, improper solutions, and goodness of fit indices for maximum likelihood confirmatory factor analyses. *Psychometrika*, 49, 155-173.
- Babakus, E., Ferguson, C.E., y Joreskog, K.G. (1987). The sensitivity of Confirmatory Maximum likelihood factor analysis to violations of measurement scale and distributional assumptions. *Journal of Marketing Research*, 24, 222-228.
- Babakus, E., Ferguson, C.E., y Joreskog, K.G. (1987). The sensitivity of Confirmatory Maximum likelihood factor analysis to violations of measurement scale and distributional assumptions. *Journal of Marketing Research*, 24, 222-228.
- Bentler, P.M. (1983a). Simultaneous Equations as Moment Structure Models: With an Introduction to Latent Variable Models. *Journal of Econometrics*, 22, 13-42.
- Bentler, P.M. (1983a). Some contributions to efficient statistics in structural models. *Psychometrika*, 48, 493-517.
- Bentler, P.M. (1985). *Theory and implementation of EQS, A structural equations program*. Los Angeles: BMDP Statistical Software.
- Bollen, K. y Stine, R. (1993). Bootstrapping goodness of fit measures in structural equation models. In K.A. Bollen & J. S. Long (Eds.), *Testing Structural Equation Models*. Newbury Park, C.A.: Sage.
- Boomsma, A. (1983). *On the robustness of LISREL (maximum likelihood estimation) against small sample size and nonnormality*. Unpublished PhD dissertation, University of Groningen, Groningen. The Netherlands.
- Boomsma, A. (1982). The robustness of LISREL against small sample sizes in factor analysis models. In K.G. Joreskog y H. Wold (Eds.), *Systems under indirect observation* (part 1, pp. 149-173). Amsterdam, The Netherlands: North-Holland.
- Browne, M.W. (1984). Asymptotically distribution-free methods for the analysis of covariance structures. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 37, 62-83.
- Browne, M.W. (1982). Covariance structures. In D.M. Hawkins (Ed.), *Topics in applied multivariate analysis* (pp. 72-14). Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Chou, C.P., Bentler, P.M. y Satorra, A. (1991). Scaled test statistics and robust standard errors for non-normal data in covariance structure analysis: A Monte Carlo study. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 44, 347-357.
- Fornell, C. y Larcker, D.F. (1981). Evaluating Structural Equation Models with Unobservable Variables and Measurement Error. *Journal of Marketing Research*, 18, 39-50.
- Geweke, J.F., y Singleton, K.J. (1980). Interpreting the likelihood ratio statistic in factor models when sample size is small. *Journal of the American Statistical Association*, 75, 133-137.
- Harlow, L.L. (1985). *Behavior of some elliptical theory estimations with nonnormal data in a covariance structures framework: A Monte Carlo study*. Doctoral dissertation, University of California, Los Angeles, USA.
- Hernández, J.; San Luis, C. y Sanchez, J. (1995). Un programa GAUSS para simular distribuciones no normales multivariadas. *Psicothema*, 7. (En prensa).
- Hu, L.T., Bentler, P.M. y Kano, Y. (1992). Can Test Statistics in Covariance Structure Analysis Be Trusted?. *Psychological Bulletin*, 112, 351-362.
- Jöreskog, K.G. (1977b). Statistical models and methods for analysis of longitudinal data. En D.V. Aigner y A.S. Goldberger (Eds.), *Latent variables in socioeconomic models*. Amsterdam: North Holland Pub. Co.
- Jöreskog, K.G. (1977a). Structural equation models in the social sciences: Specification, estimation and testing. En P.R. Krishnaiah (Ed.), *Applications of statistics* (pp. 265-287). Amsterdam: North Holland Pub. Co.
- Kano, Y., Berkane, M. y Bentler, P. (1990). Covariance structure analysis with heterogeneous kurtosis parameters. *Biometrika*, 77, 575-585.
- Kenny, D.A. (1975). A Cross-lagged panel correlation: A test for spuriousness. *Psychological Bulletin*, 82, 887-903.
- Mardia, K. (1974). Application of some measures of multivariate skewness and kurtosis in testing normality and robustness studies. *Sankhya: The Indian Journal of Statistics*, 36, 115-128.
- Napier, D. (1972). Nonmetric Multidimensional Techniques for Summated Ratings. En R. N. Shepard, A. Kimball Romney, and S. Beth Nerlove (Eds.), *Multidimensional Scaling: Theory and Applications in the Behavioral Sciences, Volume I, Theory*, pp. 157-178). New York: Seminar Press.
- Olsson, Ulf (1979a). On the Robustness of Factor Analysis Against Crude Classification of The Observations. *Multivariate Behavior Research*, 14, 485-500.
- San Luis, C.; Hernández, J. y Sanchez, J. (1995). A problem with the EQS V3.0 simulator. *Behavior Research Methods, Instrument, & Computers*. (En prensa).
- Satorra, A. y Bentler, P.M. (1988). *Scaling corrections for statistics in covariance structure analysis*. Los Angeles: UCLA statistics series 2.
- Satorra, A. y Bentler, P.M. (1986). Some robustness properties of goodness of fit statistics in covariance

- structure analysis. American statistical Association, *Proceedings of the Business and Economic Statistics Section*, 549-554.
- Sharma, S., Durvasula, S. y Dillon, W.R. (1989). Some results on the behavior of alternate covariance structure estimation procedures in the presence on non-normal data. *Journal of Marketing Research*, 26, 214-221.
- Tanaka, J.S. (1984). Some results on the estimation of covariance structure models (Doctoral dissertation, University of California, Los Angeles, 1984). *Dissertation Abstracts International*, 45, 924B.
- Vale, C.D. y Maurelli, V.A. (1983). Simulating multivariate nonnormal distributions. *Psychometrika*, 48, 465-471.
- Yung, Y.F. & Bentler, P.M. (1994). Bootstrap-corrected ADF test statistics in covariance structure analysis. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 47, 63-84.

