

Análisis de la sensibilidad de la razón de semipendientes en relaciones bivariantes monótonas crecientes no lineales

Joan Guàrdia Olmos
Jaume Turbany Oset*
Montserrat Freixa Blanxart

Universidad de Barcelona

Resumen: La utilización de los procedimientos estadísticos propios de la tradición del Análisis Exploratorio de Datos (EDA) (Tukey, 1977) ha fomentado, en los últimos tiempos, un profundo interés por la exploración de los datos como vehículo propicio para asegurar un posterior análisis confirmatorio con garantías de eficacia en los resultados que se obtengan. Sin embargo, algunos de los índices que E.D.A. propone, no han sido evaluados en términos de sensibilidad estadística. Nuestro objetivo es analizar la sensibilidad de uno de los índices E.D.A. más sugerentes. Se trata de la Razón de Semipendientes (*Half-Slope Ratio - HSR*), inserto en la utilización de la Línea Resistente (Velleman y Hoaglin, 1981); y que se emplea para la evaluación de la posible linealidad de nubes de puntos bivariantes. Mediante la generación de diferentes relaciones no lineales, se pone de manifiesto un comportamiento muy estricto por parte de la Razón de Semipendientes y, por contra, un tendencia mucho más laxa por parte del modelo lineal de la regresión.

Palabras Clave: Línea Resistente, Razón de Semipendientes, Análisis Exploratorio de Datos.

Title: Sensibility analysis of the Half-Slope Ratio in non-linear monotone increasing bivariate relationships.

Abstract: In the last time, the use of the statistical procedures belonging to the tradition of the Exploratory Data Analysis (EDA) (Tukey, 1977) has promoted a deep interest for the data exploration as a suitable vehicle in order to assure the prospective results. However, some of the proposed indices by EDA, are not been evaluated concerning their statistical sensibility. Our goal is to analyze one of the EDA most suggestive indices, the Half-Slope Ratio method, introduced into the use of the resistant line (Velleman y Hoaglin, 1981). It is used in order to ascertain the possible lineality of the bivariate plot. Through the generation of several non-linear functions, it may be shown first that the Half-Slope Ratio has a very severe behaviour and second, that tendency is more lax in the linear regression model.

Key Words: Resistant Line, Half-Slope Ratio, Exploratory Data Analysis.

Introducción

Cuando se trata de evaluar hasta que punto un modelo de regresión puede ser ajustado o no, frecuentemente debemos recurrir a diversos indicadores de carácter específico unos, y globales, otros. De este modo, al tratamiento de la signifi-

cación de la variación explicada por la ecuación de regresión, debemos incorporar un exhaustivo análisis de los residuales generados por esa ecuación. No es frecuente encontrar, en la aplicación de este tipo de modelo estadístico, un correcto tratamiento de los residuales ni, tan siquiera, una presentación gráfica inicial para asegurar una linealidad en la relación a modelizar. Es este uno de los puntos conflictivos que hacen de los modelos de regresión una estrategia de tratamiento de datos que, sin lugar a dudas, es empleada con más arbitrariedad de la deseada, obteniéndose, en

* **Dirección para correspondencia:** Jaume Turbany Oset. Dept. de Metodologia de les Ciències del Comportament. Facultat de Psicologia. Divisió de Ciències de la Salut. Universitat de Barcelona. c/. Adolf Florensa s/n. 08028 Barcelona (España).

© Copyright 1994: Secretariado de Publicaciones e Intercambio Científico, Universidad de Murcia, Murcia (España). ISSN: 0212-9728. Artículo recibido: 8-3-94, aceptado: 5-7-94.

múltiples ocasiones, unos resultados de dudosa fiabilidad.

De forma complementaria a este comentario, debemos recuperar la posibilidad de la exploración estadística como estrategia que puede, en muchos casos, paliar este riesgo, hasta el punto que su uso permite incorporar posteriores estrategias estadísticas confirmatorias con mayor rigor y fiabilidad que con lo que se obtiene en aplicaciones más o menos aventuradas. De ahí que la síntesis entre la Estadística clásica y las propuestas del Análisis Exploratorio de Datos (*Exploratory Data Analysis*, EDA) sea cada vez más necesaria e irrefutable. No se trata de presentar una como alternativa de la otra, sino de la una como complemento de la otra.

En esta línea de síntesis, es inevitable preguntarse, en ocasiones, cuál es la capacidad real de algunos de los indicadores EDA en su actuación exploratoria. Tal cuestión, como es obvio, no tiene sentido en el apartado gráfico de EDA, pero sí lo tiene cuando la exploración se basa en indicadores establecidos en base a los criterios propios de EDA (básicamente índices de localización) y de los cuales poseemos simplemente una interpretación global, más o menos definida, en torno a una cierta lógica estadística. Uno de estos índices es el denominado Razón de Semipendientes (*Half-Slope Ratio* - Velleman y Hoaglin, 1981), representado por (HSR), que trata de explorar una nube de puntos bivariable para determinar su posible linealidad, enmarcado en la tradición de la Línea Resistente Exploratoria (Tukey, 1977; McNeil, 1977; Velleman y Hoaglin, 1981; Freixa et al., 1992).

Modelo de relación bivariable en una perspectiva exploratoria

Tukey (1977) muestra, siguiendo el esquema clásico para ello, la relación que se desprende del ajuste de una recta a una nube de puntos bivariable, la expresión general de la cual puede plantearse del siguiente modo:

$$y_i = b_0 + b_1(x_i) + e_i$$

siendo b_0 el término constante, y b_1 el coeficiente (pendiente de la recta), que determina el cambio que se da en Y por el cambio en una unidad en X. Esto no supone ninguna novedad especial; el problema real reside en la selección de los valores que determinan la recta final. Un criterio de selección de esos puntos es el establecido a partir

del conocido método de estimación por mínimos cuadrados. Por su parte, y siguiendo las características generales que presentan las técnicas EDA, la propuesta de Tukey (1977) está íntimamente ligada con los estadísticos resistentes, y consiste en establecer esa recta a partir de los puntos de la nube determinados por los valores de las medianas (o cualquier otro índice resistente de tendencia central), de cada uno de los grupos que estableceremos.

Para la obtención de los valores de " b_0 " y de " b_1 ", será necesario seguir los pasos que a continuación se detallan, según el algoritmo de cálculo de la Línea Resistente, propuesto por Velleman y Hoaglin (1981):

1.- División en tercios del rango de X.

Como primera actuación debemos establecer tres tercios en el rango de X, ordenando previamente los valores de X. Cada uno de los tercios establecidos deben contener, en lo posible, el mismo número de puntos de la nube inicial.

2.- Cálculo de los Puntos resumen

Por **punto resumen** se entiende la mediana, tanto en Y como en X para cada uno de los tercios. De forma que, obtenidos esos valores, disponemos de seis valores resumen en base a las medianas halladas:

Tercio Inferior	Md x_1	Md y_1
Tercio Medio	Md x_M	Md y_M
Tercio Superior	Md x_S	Md y_S

siendo "Md x_j " la mediana de los valores de X en el tercio "j", y "Md y_j " la mediana de los valores de Y incluidos en el tercio "j".

3.- Estimación de los valores de b_0 y b_1

Una vez establecidos los seis valores, solo resta determinar los valores de la constante " b_0 " y de la pendiente " b_1 ", siguiendo para ello las siguientes expresiones:

$$b_1 = (Md y_S - Md y_1) / (Md x_S - Md x_1)$$

$$b_0 = 1/3 (bo_1 + bo_M + bo_S)$$

donde

$$bo_1 = Md y_1 - b_1(Md x_1)$$

$$bo_M = Md y_M - b_1(Md x_M)$$

$$bo_S = Md y_S - b_1(Md x_S)$$

Como es obvio, tal estrategia genera, a su vez, residuales en base a la diferencia entre los valores de Y y aquellos que ofrece la línea resistente. De este modo, los valores que surgen de $R = Y - (b_0 + b_1X)$, deben ser objeto de un estudio exhaustivo. Como primer paso a considerar, debemos aportar aquí la propuesta de Johnstone y Velleman (1982) relativa a un **índice exploratorio de ajuste**, denominado " δ " y definido por la siguiente expresión:

$$\delta = \text{IQR}(R) / \text{IQR}(Y)$$

siendo "IQR" la distancia entre cuartos de cada uno de los valores referidos en las expresiones (residuales y valores de Y). Este índice fluctúa entre 0 y 1 y, evidentemente, si $\delta \approx 0$ se puede pensar en un ajuste adecuado y si $\delta \approx 1$, el ajuste es incorrecto. La propuesta descrita no pasa, por supuesto, por la significación de este valor (entre otras cosas por que se desconoce su función de densidad); simplemente se trata de obtener un descriptor del concepto abstracto del "ajuste" de la línea resistente.

La incorporación del residual como parte importante del proceso, permite plantear correcciones en el cálculo de b_0 y de b_1 . Velleman y Hoaglin (1981) presentan un proceso iterativo de aproximaciones sucesivas, en el cual se ajusta una línea resistente entre los valores originales de X y R . En caso de que la pendiente de esta nueva línea resistente (a la que denominaremos b_1') sea cercana a 0, permitirá aceptar el valor de b_1 inicial, puesto que ello significaría la no existencia de relación entre los valores de X originales y los residuales hallados. En caso contrario, es decir que b_1' sea claramente distinta de 0, se corrige el valor de la pendiente original, sumándole el valor de la pendiente hallada entre X y R (b_1'). De forma esquemática:

Si $b_1' \approx 0$ b_1 puede aceptarse como ajustada
 Si $b_1' \neq 0$ se establece una nueva pendiente (b_1^*), definida por $b_1^* = b_1 + b_1'$

Si se ha llegado a establecer una nueva pendiente b_1^* será necesario repetir este proceso hasta llegar a un valor de b_1' que muestre unos residuales que sean totalmente independientes de los valores de X . Una forma rápida de evaluar el efecto en el ajuste de este proceso de corrección puede realizarse mediante el índice " δ ".

Por lo que se refiere al valor de b_0 se determina su constancia en todos los pasos, es decir se escoge la solución inicial como única. De modo que esta corrección sólo influye en la estimación del valor de b_1 .

Otro algoritmo de cálculo para la incorporación del análisis de los residuales, puede encontrarse en Emerson y Hoaglin (1983). Se expone con más detalle la propuesta de Velleman y Hoaglin por ser la que incorpora el paquete estadístico EDA (Horber, 1991).

Explorando la linealidad a través de la Razón de Semipendientes

Utilizando un procedimiento igual de sencillo que el empleado para el cálculo de la línea resistente, Velleman y Hoaglin (1981) proponen un nuevo índice el cual permite estudiar la linealidad de la nube de puntos. Aprovechando que tenemos divididos los puntos originales en tres partes, podemos calcular dos estimaciones de la pendiente de la recta que mejor ajusta a la nube de puntos, las cuales se definen como "pendiente parcial inferior - PP_I " y "pendiente parcial superior - PP_S ":

$$PP_I = (\text{Md } y_M - \text{Md } y_I) / (\text{Md } x_M - \text{Md } x_I)$$

$$PP_S = (\text{Md } y_S - \text{Md } y_M) / (\text{Md } x_S - \text{Md } x_M)$$

El cociente de estos dos valores se denomina Razón de Semipendientes (HSR), y nos dará una idea de la linealidad que presentan los datos originales:

$$HSR = PP_I / PP_S$$

Una versión modificada de este índice se encuentra propuesta en Erickson y Nosanchuck (1979), denominado en este caso HSR1, y consistente en realizar el cociente entre las dos pendientes parciales, situando en el numerador siempre la más pequeña de ambas, de forma que el valor de HSR1 siempre será inferior o igual a 1.

A partir del valor de la razón de semipendientes es posible estudiar el ajuste a la linealidad de la nube de puntos (ver Erickson y Nosanchuck, para una exposición detallada de las razones), tal y como aparece en la Tabla 1.

Tabla 1: Criterios de interpretación de la linealidad.

HSR1	EVALUACION
0.9 1	ajusta a la linealidad
0.5 0.9	la nube no es lineal, pero es posible encontrar una sencilla transformación, para convertirla en lineal.
0 0.5	nada lineal, será difícil encontrar una transformación linealizante.
< 0	se produce un cambio de tendencia, y por tanto es necesario buscar otro modelo no lineal de ajuste a la nube de puntos original.

Si se trata de establecer hasta qué punto la Razón de Semipendientes es sensible para detectar la linealidad de la nube, será necesario probar su capacidad para esa tarea en situación de no linealidad. De ahí que nuestro objetivo sea el de establecer cuál es el comportamiento del índice ya mencionado en nubes de puntos no lineales.

Método

Para llevar a cabo nuestros propósitos, se recurrió a la generación de diversas curvas no lineales, todas ellas monótonas crecientes, a partir de una función de potencia:

$$y_i = x_i^q + e_i, \text{ para } y = 1, \dots, n, \text{ donde } n = 100,$$

tomando $x_i = i$ y "q" valores desde 0.1 hasta 4.0 con incrementos constantes de 0.1, siendo e_i una muestra aleatoria de una distribución normal con media 0 y variancia σ^2 . Los valores de σ^2 del proceso de ruido, añadido a cada una de las curvas, fueron modificados con objeto de producir un enmascaramiento similar en todas las curvas ori-

ginadas. La Razón Señal-Ruido (SNR) (Turetsky, Raz y Fein, 1988) se mantuvo en:

$$\text{SNR} = \sigma^2_{(\text{señal})} / \sigma^2_{(\text{ruido})} \approx 0.33 ; \text{ aproximadamente constante.}$$

Tal estrategia dió lugar a 40 curvas distintas, formadas por 100 pares de valores, todas ellas no lineales, aproximándose a la linealidad perfecta en tanto en cuanto el valor de "q" se aproximara a 1. Las 40 curvas obtenidas fueron analizadas mediante el ajuste del correspondiente modelo de regresión y se obtuvo, igualmente para cada una de ellas, los valores de ajuste de la línea resistente y, por supuesto, del índice razón de semipendientes (HSR1) y del coeficiente de correlación resistente. Todos los tratamientos estadísticos se efectuaron mediante los programas STATGRAPHICS (Ver.6.0); SPSS/ PC+ (Ver.4.0) y el programa EDA (Ver.2.0) (Horber, 1991).

Resultados

Todas las ecuaciones de regresión presentaron una significación más que aceptable en la razón de variancias propia del ajuste del modelo (grado de significación mayor obtenido en los 40 ajustes $\Rightarrow p < 0.0016$).

Obtenidos los anteriores resultados en el ajuste por mínimos cuadrados, se puede presentar, en primer lugar, el grado de concordancia entre los coeficientes obtenidos en las ecuaciones de regresión ($b_{1^{mc}}$) y los hallados en la línea resistente (b_{1^r}). Tal concordancia se pone de manifiesto al obtener un coeficiente de correlación entre ambas distribuciones de $r_{(b_{1^{mc}})} = 0.9962$ ($p < 0.0005$) y un ajuste entre las mismas prácticamente perfecto, obtenido mediante una prueba de conformidad de Kolmogorov-Smirnov (Test para 2 muestras independientes) ($K-S Z = 0.224$; $p = 0.411$). En la Figura 1 se comparan las distribuciones empíricas de ambos estadísticos. De estos resultados se desprende que tanto la estimación mínimo cuadrática como la basada en la medianas parciales, presentan ecuaciones muy similares.

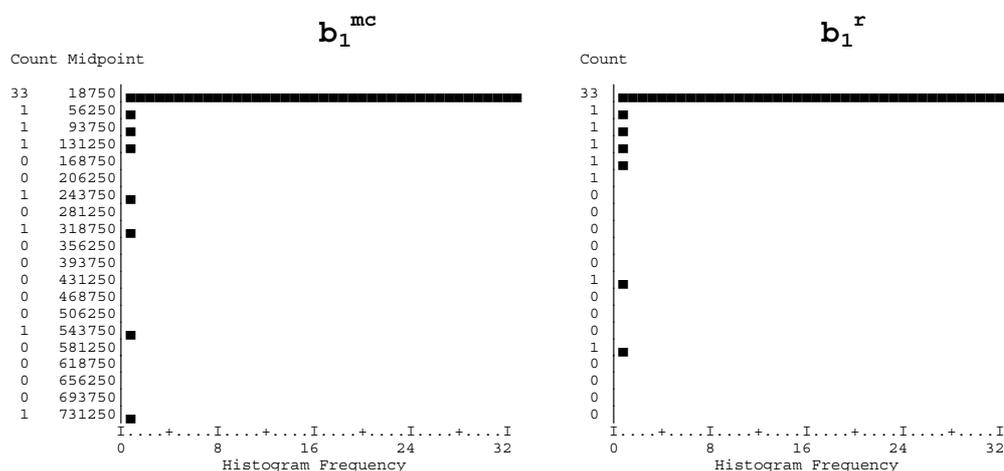


Figura 1: Comparación de los Histogramas de las distribuciones empíricas de b_1^{mc} y b_1^r .

Tal concordancia, como es obvio, se acentúa en la zona central de los valores de "q", evidenciándose unas ligeras diferencias, claramente justificables, en los valores extremos de "q". No debe olvidarse que los coeficientes de la línea Resistente dependen de las medianas de los tercios y, cuanto más clara sea la no linealidad, más difícil será que sus coeficientes se ajusten a los obtenidos mediante los mínimos cuadrados.

Por otra parte, el coeficiente de correlación lineal presentó valores que oscilaban entre 0.31216 y 0.61897. Tales valores son coherentes con la simulación efectuada, toda vez que presentan valores menores en aquellas funciones en las que "q" adquiere valores claramente distintos de la unidad. Resultados importantes a este respecto es el coeficiente de correlación de Pearson que se obtiene entre la razón de semipendientes de cada nube y su correlación lineal ($r_{(r-HSR1)} = 0.1829$; $p = 0.1295$). Este dato, apunta un comportamiento peculiar entre el modelo implícito en el coeficiente de correlación lineal y la actuación de HSR1. Ello se justifica, en tanto en cuanto debería esperarse un valor de correlación algo mayor, puesto que la linealidad que detecta el coeficiente de correlación lineal y la razón de semipendientes debería ser prácticamente idéntico, sería lógico esperar que con valores de HSR1 cercanos a 1, el coeficiente de correlación de la misma nube se acercara, igualmente, al mismo valor. Tal comportamiento no se ve reflejado en los resultados obtenidos, lo cual nos lleva a plantear ciertas difi-

cultades en el uso de los indicadores que nos ocupan. En concreto, parece que son más fluctuantes los valores de r de Pearson que los valores de HSR1 y, por tanto, este último indicador se muestra un tanto más rígido que la citada correlación lineal.

Sin embargo, son los valores de la razón de semipendientes los que interesan de forma especial. A la vista de lo dicho anteriormente, es esperable que en todas las curvas generadas, el valor de HSR1 muestre una clara tendencia a los valores que indican linealidad, en tanto en cuanto el valor de "q" se aproxime a la unidad. La gráfica siguiente muestra los valores obtenidos de HSR1 en función del exponente "q", la serie ha sido suavizada utilizando un alisador de medianas móviles compuesto "7RJ" (Goodall, 1990; Freixa *et al.*, 1992), con objeto de resaltar el patrón subyacente en los resultados obtenidos.

Como se muestra en la figura anterior, la función definida corresponde a un comportamiento lógico entre ambos índices, puesto que a medida que "q" se aproxima a 1, HSR1 reconoce esa linealidad, y en tanto en cuanto "q" se aproxima a valores claramente no lineales, HSR1 presenta valores inferiores a 1.

Ese análisis en términos generales debe complementarse con una aproximación más concreta. En efecto, si aplicamos los criterios de interpretación de HSR1 que se usan para evaluar el índice que nos ocupa, expuestos anteriormente, obtenemos una clasificación de cuales de las

curvas simuladas serían reconocidas por dicho índice como lineales, los rangos de los exponentes que corresponden a cada categoría de interpretación de HSR1 se presentan en la Tabla 2.

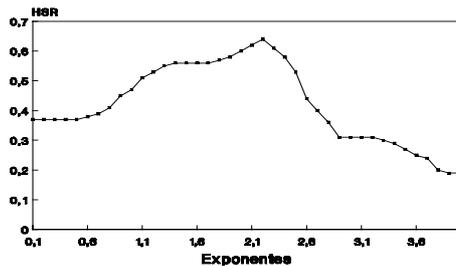


Figura 2.: Relación entre los valores de la razón de semipendientes y los exponentes de las nubes generadas.

El aspecto más relevante a destacar de la anterior tabla, es el número tan corto de exponentes que presenta la categoría de nubes reconocidas como lineales por la razón de semipendientes. Si se tiene en cuenta que todas las nubes de puntos están verificadas, en términos del modelo de la regresión, nótese la posible rigidez en la interpretación de la razón de semipendientes, a la vez que la difícil situación del modelo de regresión, el cual presenta valores de ajuste aceptables en nubes claramente no lineales.

Por último, cabe plantearse estudios concretos para el análisis del ajuste de la línea resistente (índice δ) (Johnstone y Velleman, 1981), puesto que al analizar la relación de éste índice (δ) con HSR1, se obtuvo un coeficiente de correlación no significativo ($r_{(\delta,HSR1)} = 0.0267$; $p < 0.435$). De ello se desprende una cuestión interesante. En efecto, este resultado nos permitiría pensar que ambos indicadores son independientes y que el hecho de encontrar una razón de semipendientes elevada no se tiene necesariamente que vincular con un valor de ajuste (δ) coherente. Ello parece contradictorio, y pensamos que en este caso podría atribuirse al efecto del ruido incorporado a la nube de puntos original la excesiva variabilidad de los indicadores aquí evaluados.

Tabla 2: Valores de "q" según los criterios de interpretación de HSR1.

HSR1	EXP.		
Lineal	0.5	2.0	3.4
No Lineal	0.1	1.5	2.4
Transform.	0.8	1.6	2.6
	1.1	2.1	2.9
	1.3	2.3	3.5
	1.4		
No Lineal	0.2	1.7	3.0
Difícil	0.3	1.8	3.1
Transform.	0.4	1.9	3.2
	0.6	2.2	3.3
	0.7	2.5	3.7
	0.9	2.7	3.8
	1.0	2.8	3.9
	1.2		
HSR1 < 0	3.6	4.0	
Cambio Tend.			

Por contra, tal como era de esperar, el valor de correlación entre δ y el coeficiente de determinación del modelo lineal (R^2) ($r_{(\delta,R^2)} = -0.4909$; $p < 0.0005$) es de signo negativo, ya que estos dos índices evalúan cuestiones complementarias. Mientras que el coeficiente de determinación es una medida de la variabilidad explicada por el ajuste al modelo lineal, el índice δ puede ser considerado, en general, como una medida de la variabilidad no explicada por el ajuste a la línea resistente.

Discusión

Después de la presentación de resultados que hemos efectuado, parecen desprenderse algunas características importantes en el uso de la razón de semipendientes en la exploración de nubes de puntos bivariadas. En primer lugar, parece definirse como un indicador ciertamente rígido en su interpretación y que su uso de forma literal (de acuerdo con los criterios de interpretación usuales) puede llevar a generar falsos negativos, es decir, rechazar la linealidad en nubes de puntos que podrían ser perfectamente asumibles como tales. Ello se justifica en nuestra Tabla 1, en la que se comprueba el número tan escaso de

exponentes que integran la categoría de relaciones lineales. Probablemente, aceptar como lineales nubes bivariantes con valores de HSR1 cercanos a 0.8, permitiría un comportamiento menos comprometido con los datos.

Por otro lado, el empleo del modelo de la regresión requiere, a la vista de nuestros resultados, de una extrema prudencia, toda vez que la vulneración de la linealidad debe ser altamente extrema para que se obtengan datos acerca del ajuste que permitan rechazar la ecuación estimada. Dicho en otros términos, no encontramos evidencia suficiente para pensar que el proceso de estimación de las ecuaciones de regresión este exento de un claro riesgo de inadecuación en su aplicación.

Nuestros resultados nos proponen una situación harto curiosa. Por una parte, la razón de semipendientes genera unas condiciones muy rígidas para aceptar la linealidad de la nube; mientras que el modelo de la regresión es excesivamente flexible con respecto a las características del nube original, hasta tal punto que aperecen como ajustadas (en términos de variación explicada) ecuaciones estimadas en relaciones claramente no lineales. Como en otras situaciones, parece necesario situarse en la zona intermedia entre

ambas técnicas estadísticas. Probablemente en el equilibrio esté la actuación más adecuada, puesto que si, por una parte, relajamos el criterio de interpretación de HSR1 y, por otra, optamos por una aplicación menos laxa del modelo de la regresión lineal, podremos establecer análisis estadísticos en este tipo de situaciones mucho más ajustados.

Por último, debemos destacar que esto sólo son datos iniciales, puesto que existen algunas preguntas que se desprenden de este trabajo que requieren respuesta. Tales aspectos están vinculados con el comportamiento de la línea Resistente y de la razón de semipendientes en función de las características muestrales, como por ejemplo el valor de "n", la presencia de anomalías en la forma de la distribución, los datos no registrados (*missing data*) y otros en la misma línea. Lógicamente, la facilidad informática en el uso de técnicas estadísticas no supone que conozcamos todas sus características en su aplicación a los distintos campos substantivos. En ello, se supone, debemos establecer aportaciones de carácter específico que garantice unos análisis estadísticos adecuados, fiables y rigurosos.

Referencias bibliográficas

- Emerson, J.D. y Hoaglin, D.C. (1983). Resistant lines for y versus x. En D.C. Hoaglin, F. Mosteller y J.W. Tukey (Eds.). *Understanding robust and exploratory data analysis*. New York: J. Wiley & sons.
- Erickson, B.H. y Nosanchuk, T.A. (1979). *Understanding Data*. Milton Keynes: Open University Press.
- Freixa, M. et al. (1992). *Análisis Exploratorio de Datos: Nuevas Técnicas Estadísticas*. Barcelona: Promociones Publicaciones Universitarias.
- Goodall, C. (1990). A survey of smoothing techniques. En J. Fox y J. Scott Long (Eds.). *Modern methods of data analysis*. London: Sage Pub.
- Horber, E. (1991). *EDA user's Manual*. Faculté des Sciences Politiques. Universidad de Ginebra.
- Johnstone, I. y Velleman, P.F. (1982). Tukey's resistant line and related methods: Asymptotics and algorithms. *1981 Proceedings of the Statistical Computing Section*, Washington D.C.: American Statistical Association (pp. 218-223).
- McNeil, D.R. (1977). *Interactive Data Analysis*. New York: J. Wiley & sons.
- Tukey, J.W. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Reading, Massachussets: Addison-Wesley.
- Turetsky, B.I., Raz, J. y Fein, G. (1988). Noise and signal power and their effects on evoked potential estimation. *Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, 71, 310-318.
- Velleman, P.F. y Hoaglin, D.C. (1981). *Applications, Basics and Computing of Exploratory Data Analysis*. Boston: Duxbury.

