

## Análisis del espacio perceptivo visual

P. Rodríguez-Miñón  
S. Fontes  
J.M. Merino  
A.J. Garriga<sup>(\*)</sup>

*Universidad Nacional de Educación a Distancia*

**Resumen:** Distintos estudios (Baird, 1970; Suppes, 1977; Wagner, 1985) se centran en buscar la representación matemática del espacio perceptivo. Estos trabajos son fundamentales dentro del campo psicofísico, ya que la metricidad del espacio constituye uno de los supuestos básicos en los que se apoyan las distintas técnicas de escalamiento y ajuste de funciones. En este trabajo, se pretende dar respuesta a determinadas irregularidades que, referidas a las funciones psicofísicas, se han observado en estudios previos sobre el olfato (Garriga, 1985b, 1987) y con el tacto (Coello, 1989). Así, sugerimos que el espacio perceptivo no sea euclídeo. Para ello, partimos de la definición "psicológica" de espacio euclídeo considerando aspectos de la linealidad y de la metricidad (Garriga, 1985a). Estas características se estudiaron en la modalidad visual con dos tipos de estímulos: la estimación de longitudes de segmentos y la estimación de distancias entre dos rectas verticales y paralelas, aplicando la técnica triangular extendida. Los resultados indican que el espacio perceptivo visual no es euclídeo.

**Palabras clave:** Psicofísica; espacio métrico; métrica euclídea; percepción visual.

**Title:** Analysis of visual perceptual space.

**Abstract:** Many authors have studied the mathematical representation of the perceptual space (Baird, 1970; Suppes, 1977; Wagner, 1985). These works are fundamental within the psychophysical field since the metricity of the perceptual space is assumed in the different scaling and curve fitting techniques. Our research tries to explain irregularities found in the psychophysical functions for olfactory (Garriga, 1985b, 1987) and tactile (Coello, 1989) data. One suggests that such irregularities are due to the non-Euclidean nature of the perceptual space. Starting with the "psychological" definition of an Euclidean space given in Garriga (1985a) one studies the linearity and metricity components using line length and distance estimations obtained from the extended triangular method. Results show that the visual perceptual space described from our stimuli is not Euclidean.

**Key words:** Psychophysics; metric space; euclidean metrics; visual perception.

## Introducción

Dentro de la psicofísica, el estudio de la métrica se ha aplicado a una gran variedad de datos con el fin de estudiar la estructura matemática de los campos perceptivos ya que la psicofísica, tal y como hoy está planteada se apoya en el supuesto de la metricidad de estos campos. El no

---

<sup>(\*)</sup> **Dirección:** Ana Julia Garriga. Deptº de Metodología de las Ciencias del Comportamiento. Facultad de Psicología, UNED. 280040 Madrid.

cumplimiento de este supuesto puede ser la causa de la falta de acuerdo sobre qué tipo de función es la más adecuada para representar la relación entre el estímulo, E, y la respuesta, R. Conocemos varias posturas diferentes: la que favorece a Fechner (Falmagne, 1982), la que favorece a Stevens (Baird, 1970; Briggs, 1973; Künnapas, 1960), la que favorece a ambos (Fontes, 1988; Garriga, 1985; Krueger, 1980, 1989; R. Miñón, 1989), y la de los que consideran que la ley psicofísica no existe (Cadwallader, 1979; Garriga, 1985a, 1985b; Sadalla & Staplin, 1980a, 1980b). Estos cuatro últimos autores aducen que el espacio perceptivo no es Euclídeo, con lo cual ajustar curvas a datos no métricos puede dar cualquier resultado. En muchas investigaciones se asume una métrica para el espacio visual y se postula que las diferencias subjetivas entre los estímulos pueden ser interpretadas como distancias en un espacio vectorial multidimensional. Así, Gibson (1959) establece que el espacio visual es euclídeo y equivalente al espacio físico. Wagner (1985) también comprueba que el espacio visual es euclídeo aunque no es exactamente equivalente al espacio físico, sino que se comprime en la dimensión de profundidad en comparación con el espacio físico. Por su parte, Angell (1974) defiende que el espacio visual es no-euclídeo y bidimensional. Finalmente Blank (1978) e Indow (1979) proponen el espacio hiperbólico de Lunenburg para representar el espacio visual. Esta diversidad de conclusiones puede ser la base de la polémica, aún viva, sobre la mejor función para representar las respuestas subjetivas.

En este trabajo sugerimos que el espacio visual no es euclídeo. Para ello, definimos el espacio euclídeo como aquel que es lineal, métrico y n-dimensional. Para considerar el primer aspecto utilizaremos el concepto de transitividad estocástica. Para "contrastar" la metricidad utilizaremos el concepto de conmutatividad y equidistancia. En el caso de que se cumplieran estas condiciones, estudiaríamos la n-dimensionalidad y las otras condiciones de linealidad y metricidad que definen un espacio euclídeo. Estos términos los definimos de la manera siguiente (Garriga, 1985a):

*Conmutatividad:* Decimos que la distancia entre dos estímulos A y B,  $d(A,B)$  es conmutativa si y sólo si

$$\frac{d(A,B) - d(B,A)}{\text{máximo}(d(A,B), d(B,A))} \cdot 100 < 10 \quad (1)$$

*Equidistancia:*

$$(A,A) = 0 \quad \text{sí} \quad \frac{P1 - P2}{1 - P2} > 0.5 \quad (2)$$

donde, P1 es la probabilidad de que dos estímulos de la misma magnitud sean reconocidos como iguales y P2 es la probabilidad de que dos estímulos distintos sean considerados iguales.

*Transitividad Estocástica:* Puede ser fuerte, moderada o débil. Dados tres estímulos A, B y C: Si  $p(A>B)$  y  $p(B>C)$  es mayor que 0.5, entonces la  $p(A>C)$  tiene que ser:

mayor que la mayor de las anteriores: transitividad fuerte

mayor que la menor de las anteriores: transitividad moderada

mayor que 0.5: transitividad débil.

Para contrastar estas definiciones realizaremos dos experimentos: uno de estimación de distancias entre rectas y otro de estimación de longitudes de segmentos.

## EXPERIMENTO 1: Estimación de distancias

### Método

*Sujetos:* En el experimento participaron 10 sujetos voluntarios administrativos de la UNED, con edades comprendidas entre 25-35 años. La mitad eran hombres y la otra mitad mujeres. Todos tenían la visión normal o visión corregida normal y no recibieron recompensa alguna por su participación. No tenían experiencia en experimentos de este tipo.

*Estímulos y aparatos:* Se utilizaron 10 estímulos que consistían en dos pares de rectas verticales y paralelas, de medio milímetro de grosor, dibujadas en negro sobre cartulina blanca. Todos tenían una longitud de 4 cm y la distancia entre las líneas dentro de cada par era de: 1, 2.5, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 28 y 40 mm.

Con estos diez estímulos se formaron 300 tríadas que podrían diferir por su magnitud o por su situación dentro de la tríada. Así, en todas las tríadas había tres pares de estímulos situados en alturas diferentes, y de los cuales dos pares eran iguales y el otro diferente, excepto en 30 de ellas en las que los tres estímulos eran iguales. Debajo de cada par de rectas se escribía la letra "A", "B" o "C" para que el sujeto pudiera identificarlas. Las 300 tríadas fueron ordenadas aleatoriamente en tres bloques de 100. Cada bloque se presentó en una sesión experimental y en tres días consecutivos.

Para la presentación de los estímulos se utilizó un taquistoscopio TKK de 6 canales, controlado por un microordenador Apple II de 64 Kb de memoria. El ángulo visual subtendido fue de  $6^\circ$

*Procedimiento:* El experimento se realizó en los laboratorios de la Facultad de Psicología de la UNED. La técnica psicofísica utilizada fue la triangular extendida y las 300 tríadas se presentaron en el mismo orden aleatorio para todos los sujetos.

Los sujetos entraban de uno en uno en el laboratorio. Se sentaban delante del taquistoscopio y se les entregaban las instrucciones por escrito. El sujeto permanecía sentado con la cabeza situada delante de la ventana del taquistoscopio. Una señal sonora, emitida por el ordenador indicaba el comienzo de cada ensayo. Entre esta señal y la presentación del estímulo transcurría un tiempo de 500 mseg. y el estímulo permanecía en la pantalla durante otros 500 mseg. Cuando desaparecía, el sujeto tenía que indicar cuál de los tres pares de rectas era el diferente (en el caso de que la hubiera). A continuación el experimentador daba la distancia en milímetros entre las rectas de los dos pares iguales (estímulo estándar). Después el mismo estímulo volvía a apa-

recer en la pantalla hasta que el sujeto pulsaba la tecla de respuesta, y una vez desaparecido tenía que estimar la distancia entre las dos rectas del estímulo diferente.

## Resultados

En primer lugar, obtuvimos la media geométrica de las respuestas de cada sujeto ante cada uno de los estímulos. A partir de estas medias calculamos la transitividad, la equidistancia y la conmutatividad. Para la transitividad consideramos la relación "mayor que" y "menor que". Los resultados se muestran en la Tabla 1 y en la Tabla 2.

Tabla 1.- Transitividad. Estimación de distancias

Probabilidad de detectar  $E(j) > E(i)$ ;  $i$  de 1 a 9;  $j$  de  $i+1$  a 10.

	E(2)	E(3)	E(4)	E(5)	E(6)	E(7)	E(8)	E(9)	E(10)
E(1)	0.73	0.82	0.92	0.93	0.96	0.96	0.98	0.99	0.98
E(2)		0.55	0.80	0.85	0.93	0.93	0.96	0.99	0.98
E(3)			0.64	0.77	0.89	0.90	0.94	0.98	0.98
E(4)				0.51	0.77	0.82	0.88	0.97	0.98
E(5)					0.65	0.76	0.83	0.96	0.98
E(6)						0.40	0.55	0.88	0.96
E(7)							0.34	0.82	0.94
E(8)								0.78	0.92
E(9)									0.77

En la relación "menor que" (Tabla 2), de las 120 tríadas posibles (combinaciones de 10 elementos tomados de 3 en 3), 99 dan transitividad fuerte (82%) y 6 la dan moderada (5%), no considerándose 15 casos.

En la relación "menor que" (Tabla 2), 104 casos (87%) dan transitividad fuerte y 16 (13%) dan transitividad moderada. Aunque la diferencia es poca, se detectan mejor los estímulos comparados con la relación "menor que" que en la dirección contraria.

Para la equidistancia, calculamos las probabilidades P1 y P2 y obtenemos:  $P1 = 0.97$ ;  $P2 = 0.05$  que sustituyendo en la expresión (2), dada anteriormente, nos da una razón igual a 0.97.

Respecto a la conmutatividad, de los 8100 casos totales, sólo 1008 (12%) cumplen la conmutatividad.

Tabla 2.- Transitividad. Estimación de distancias

	E(9)	E(8)	E(7)	E(6)	E(5)	E(4)	E(3)	E(2)	E(1)
E(10)	0.92	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
E(9)		0.94	0.95	0.96	0.98	0.98	0.99	1	1
E(8)			0.72	0.88	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99
E(7)				0.80	0.97	0.98	0.99	0.99	1
E(6)					0.91	0.96	0.99	0.99	0.99
E(5)						0.81	0.94	0.96	0.98
E(4)							0.85	0.95	0.98
E(3)								0.78	0.96
E(2)									0.93

Tabla 3.- Conmutatividad. Estimación de longitudes.

Sujetos	Casos con conmutatividad	Casos totales	Proporción
1	74	810	0.09
2	312	810	0.38
3	56	810	0.07
4	80	810	0.10
5	76	810	0.09
6	96	810	0.12
7	24	810	0.03
8	102	810	0.12
9	22	810	0.03
10	166	810	0.20
<b>TOTAL</b>	<b>1008</b>	<b>8100</b>	<b>0.12</b>

## EXPERIMENTO 2: Estimación de longitudes

### Método

*Sujetos:* La muestra estaba formada por 10 sujetos (5 hombres y 5 mujeres) alumnos de 2º curso de Psicología, con edades comprendidas entre 25 y 35 años. No tenían experiencia en experimentos de este tipo, aunque tenían nociones de psicofísica. Por su participación recibieron un certificado de asistencia a prácticas.

*Estímulos y aparatos:* Los estímulos eran 10 segmentos verticales, de 0.5 mm de grosor dibujados en negro sobre cartulina blanca, con las siguientes longitudes: 6, 6.5, 7, 7.5, 8, 8.5, 9, 9.5, 10, 10.5 cm. Con estos 10 estímulos se formaron 300 tríadas diferentes siguiendo el mismo criterio que en el experimento anterior. Los aparatos utilizados también fueron los mismos que los descritos anteriormente.

*Procedimiento:* El procedimiento seguido en este experimento es el mismo que el aplicado en el Experimento 1, excepto que el sujeto tenía que estimar longitudes y como unidad de medida utilizaba el centímetro.

## Resultados

Hallamos las medias geométricas individuales de las estimaciones a cada uno de los estímulos para, posteriormente, calcular la transitividad, la equidistancia, y la conmutatividad. Los resultados de la transitividad en las direcciones "mayor que" y "menor que" se muestran en las Tablas 4 y 5, respectivamente. En la dirección "mayor que" (Tabla 4), de las 120 tríadas posibles, 57 dan transitividad fuerte (48%), y 63 casos (52%), no se consideran.

Tabla 4.- Transitividad. Estimación de longitudes.

	E(2)	E(3)	E(4)	E(5)	E(6)	E(7)	E(8)	E(9)	E(10)
E(1)									
E(2)	0.54								
E(3)		0.74							
E(4)			0.46						
E(5)				0.85					
E(6)					0.95				
E(7)						0.97			
E(8)							0.98		
E(9)								0.99	
E(10)									1

En la relación "menor que" (Tabla 5), 110 casos dan transitividad fuerte (92%), 2 casos dan transitividad moderada (2%), no considerándose 8 casos (7%).

Tabla 5.- Transitividad. Estimación de longitudes.

	E(9)	E(8)	E(7)	E(6)	E(5)	E(4)	E(3)	E(2)	E(1)
E(10)	0.52								
E(9)		0.61							
E(8)			0.88						
E(7)				0.95					
E(6)					0.99				
E(5)						1			
E(4)							1		
E(3)								1	
E(2)									1

Se obtienen mejores resultados en las comparaciones con la relación "menor que" que con la de "mayor que", al igual que en Experimento 1.

Para hallar la equidistancia, hicimos los mismos cálculos que en el experimento anterior, obteniendo un valor de 0.89 ( $P1 = 0.91$ ;  $P2 = 0.19$ ).

Los resultados de la conmutatividad (Tabla 6) muestran que de los 8100 casos totales, sólo se cumple la condición en 1870 (23%).

Tabla 6.- Conmutatividad. Estimación de longitudes.

Sujetos	Casos con conmutatividad	Casos totales	Proporción
1	264	810	0.32
2	244	810	0.30
3	210	810	0.26
4	184	810	0.20
5	222	810	0.27
6	144	810	0.18
7	118	810	0.15
8	162	810	0.20
9	174	810	0.21
10	148	810	0.18
TOTAL	1870	8100	0.23

## Discusión

Considerando globalmente los resultados obtenidos en los dos experimentos, podemos concluir que el espacio perceptivo visual no es euclídeo ya que de las dos condiciones necesarias para la metricidad, la conmutatividad no se da en la mayoría de los casos. En ambos experimentos queda claro que los sujetos detectan mejor la relación entre dos estímulos si el estímulo a evaluar  $E(j)$  se compara con un estímulo estándar mayor,  $E(i)$ , que viceversa. Por ejemplo, en el Experimento 1 la probabilidad de detectar  $E(2)$  mayor que  $E(1)$  -siendo  $E(1)$  el estándar- es de 0.73 y la probabilidad de detectar  $E(1)$  menor que  $E(2)$  -siendo  $E(2)$  el estándar- es 0.93. Estos resultados están de acuerdo con los obtenidos en la conmutatividad donde obtenemos que no es lo mismo la distancia  $\{E(1), E(2)\}$  que la de  $\{E(2), E(1)\}$ . Sin embargo, el aspecto de la linealidad contrastado por medio de la transitividad estocástica sí se cumple. Estos resultados coinciden con los hallados por Cadwallader (1979), Coello (1989), Fontes (1988), Garriga (1985a, 1985b) y Sadalla & Staplin (1980a, 1980b). Este hecho podría tener grandes repercusiones dentro de la psicofísica, ya que como se ha señalado anteriormente, no tiene mucho sentido ajustar funciones a datos no métricos. Con todo, conviene ser cautos en este tipo de conclusiones sin antes estudiar otros tipos de métricas o bien encontrar las razones de que no se cumpla la métrica euclídea. Parece ser que la métrica del campo visual depende de las condiciones experimentales (Dodwell, 1982; Suppes, 1987; Wagner, 1985; Watson, 1978) y de determinados hábitos individuales (Dunn, 1983; Smith & Kemler-Nelson, 1984). También los sesgos de respuestas, señalados por Poulton (1989), podrían servir de explicación de la no metricidad del espacio perceptivo. Si esto es así, la métrica euclídea puede darse en algunos individuos y no en otros, y al promediar todos los datos de la muestra se dificulta la obtención de una métrica euclídea general que podría subyacer en algunos de los datos considerados. Por todo ello, sugerimos para un futuro estudiar las propiedades del espacio visual euclídeo considerando datos individuales. También podríamos contrastar otras opciones de espacios matemáticos con sus respectivas estructuras algebraicas subyacentes como modelos

cos con sus respectivas estructuras algebraicas subyacentes como modelos explicativos del espacio perceptivo visual.

## Referencias

- Angell, R.B. (1974). The geometry of visibles. *Nous*, 8, 87-117.
- Baird, J.C. (1970). *Psychophysical analysis of visual space*. Oxford: Pergamon Press.
- Blank, A.A. (1978). Metric geometry in human binocular perception: Theory and fact. En E.L.J. Leenwenberg & H.F.J.M. Buffart (Eds.), *Formal theories of visual perception*. New York: Wiley.
- Briggs, R. (1973). Urban cognitive distance. En R.M. Downs & D. Stea (Eds.), *Image and environment: Cognitive mapping and spatial behavior* (pp. 361-388). Chicago: Aldine.
- Cadwallader, M. (1979). Problems in cognitive distance. Implications for cognitive mapping. *Environment and Behavior*, 11 (4), 559-576.
- Coello, T. (1989). *A study on the tactile space*. Poster presentado al 5º Meeting of the International Society for Psychophysics. Cassis, Francia.
- Daniels, N. (1974). *Thomas Reids' inquiry*. New York: Burt Franklin.
- Dodwell, P.C. (1982). Geometrical approaches for visual processing. En D.J. Ingel, A.M. Goodale & R.J.W. Mausfield (Eds.), *Analysis of visual behavior*. Cambridge, MA: M.I.T. Press.
- Dunn, J.C. (1983). Spatial metrics of integral and separable dimensiones. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 9, 242-257.
- Falmagne, J.C. (1982). Psychometric functions theory. *Journal of Mathematical Psychology*, 25(1), 1-49.
- Fontes, S. (1988). *Psicofísica de la estimación de distancias entre rectas verticales y paralelas*. Tesis doctoral. Madrid: UNED.
- Garriga, A.J. (1985a). *Funciones psicofísicas y medida de la sensibilidad olfativa*. Tesis doctoral. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- Garriga, A.J. (1985b). El espacio olfativo. *Investigaciones Psicológicas*, 3(2), 35-45.
- Garriga, A.J. (1987). *Fechner vs. Stevens: An empirical approach*. Poster presentado en la Annual Convention of the American Psychological Association. New York.
- Gibson, J.J. (1959). Perception as a function of stimulation. En S. Koch (Ed.), *Psychology: A study of a science* (vol. 1, pp. 459-501). New York: McGraw-Hill.
- Indow, T. (1979). Alleys in visual space. *Journal of Mathematical Psychology*, 19, 221-258.
- Kunnapas, T.M. (1960). Scales for subjective distance. *Scandinavian Journal of Psychology*, 77, 523-529.
- Krueger, L.E. (1980). *To honor Fechner and reveal his law*. Ponencia presentada en el "XIII Meeting of the Society of Mathematical Psychology". Madison, Wisconsin.
- Krueger, L.E. (1989). Reconciling Fechner and Stevens: Toward a unified psychophysical law. *Behavioral and Brain Sciences*, 12, 251-320.
- Poulton, E.C. (1979). Models for biases in judging sensory magnitude. *Psychological Bulletin*, 86, 777-803.
- Poulton, E.C. (1989). *Bias in quantifying judgements*. New York: Erlbaum.
- Rodríguez-Miñón, P. (1989). Fechner vs. Stevens on using two psychophysical methods. En G. Canevet, B. Scharf, A.M. Bonnet & C.A. Possamaï (Eds.), *Fechner Day 89* (pp. 54-59). Cassis: International Society for Psychophysics.
- Sadalla, E.K. y Staplin, L.J. (1980a). The perception of traversed distance, intersections. *Environment and Behavior*, 12(2), 183-193.
- Sadalla, E.K. y Staplin, L.J. (1980b). An information storage model for distance cognition. *Environment and Behavior*, 12(2), 183-193.

- Smith, J.D. & Kemler-Nelson, D.G. (1984). Overall similarity in adults' classification: the child in all of us. *Journal of Experimental Psychology: General*, 113, 137-159.
- Suppes, P. (1977). Is visual Space Euclidean?. *Synthese*, 35, 397-421.
- Wagner, M. (1985). The metric of visual space. *Perception & Psychophysics*, 38(6), 483-495.
- Watson, A. (1978). A Riemannian geometry explanation of the visual illusions and figural aftereffects. En F.L.J. Leeuwenburg & H.F.J.M. Buffart (Eds.), *Formal theories of visual perception*. New York: Wiley.

*Original recibido: 30-4-91*

*Aceptado: 4-6-91*

