

Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria de Chile

Gamal Cerda^{1*}, Rosario Ortega², Carlos Pérez³,
César Flores³ y Roberto Melipillán⁴

¹Universidad de Concepción (Chile)

²Departamento de Psicología, Universidad de Córdoba (España)

³Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción (Chile)

⁴Facultad Psicología, Universidad del Desarrollo (Chile)

Resumen: Este trabajo presenta los resultados de un estudio en la población escolar chilena llevados a cabo en una muestra representativa del colectivo de estudiantes de Educación Básica y Media (N=4446), sobre un Test de Inteligencia Lógica Superior (TILS). Los resultados del análisis de las propiedades psicométricas indican que la escala TILS resulta ser un instrumento unidimensional, con adecuada consistencia interna. El análisis de los resultados de su aplicación, en la muestra de estudiantes chilenos, permite observar diferencias significativas en el nivel de inteligencia lógica en función de la edad, sexo y dependencia administrativa del establecimiento al cual asisten los estudiantes. Los puntajes de inteligencia lógica a nivel nacional presentan una distribución normal y se logró establecer los baremos de puntajes diferenciales por edad y dependencia administrativa, así como el impacto de la inteligencia lógica en los resultados académicos. Efectivamente, se ha observado una correlación positiva y significativa de la inteligencia lógica con el desempeño académico general y especialmente con el rendimiento en la asignatura de matemáticas. Igualmente se ha examinado las diferencias de la población ordinaria y un grupo de estudiantes talentosos (N=493), y se constató que éstos últimos presentan niveles de inteligencia lógica significativamente mayores.

Palabras clave: Inteligencia lógica; rendimiento académico; extracción social; edad; género; estudiantes talentosos.

Title: Logical intelligence levels and math performance: a study on primary and secondary Chilean students.

Abstract: This article presents and analyses the results of a Superior Logical Intelligence Test (TILS) to a sample (N = 4446) representative of the Chilean primary and secondary school population. Psychometric analysis shows that the TILS is a one-dimensional instrument with adequate internal consistency. The results of the application to Chilean students reveal significant differences in level of administrative support of the institution students attend (a factor related to socio-economic level). The distribution of the national logical intelligence scores was normal, and it was possible to establish the scales of the differential scores according to age and level of administrative support. The study revealed a positive and meaningful correlation between logical intelligence and overall academic performance, especially in the area mathematics. Likewise, the differences between the general population and a group of talented students (N = 493) were examined, and the latter group was shown to possess significantly higher levels of logical intelligence.

Key words: Logical intelligence; academic performance; socio-economic level; age; gender; talented students.

Introducción

La inteligencia lógica se concibe como el uso de la competencia cognitiva para operar con proposiciones, de tal forma que partiendo de lo conocido o de lo que se cree dominar en términos de operación mental el sujeto pueda ir a lo desconocido cuyos elementos sean previsiblemente homólogos o equivalentes. Esta capacidad constituye un elemento central para la resolución de problemas, y resulta esencial en el desarrollo y fortalecimiento del razonamiento, la deducción y en general el pensamiento abstracto. Por otro lado, aunque no sea la única, la matemática emerge como un campo de experimentación privilegiado para el desarrollo del pensamiento lógico; todo ello ha hecho relacionar desde siempre, pensamiento lógico y rendimiento matemático. Según Howard Gardner (1995), los estudiantes que manifiestan un alto nivel en el dominio matemático, disfrutan especialmente con operaciones que involucran números, les atrae enormemente combinarlos y emplear fórmulas para ello y sienten curiosidad y placer por los problemas no resueltos que excitan su curiosidad, explorando y experimentando con ellos. Los estudiantes que aman las operaciones matemáticas, visualizan con facilidad relaciones las entre objetos y sus caracterís-

ticas y conceptos que otros no logran ver. De esta forma, los estudiantes que se interesan y disfrutan con las operaciones numéricas manifiestan excelentes habilidades de razonamiento inductivo y deductivo. Además, este tipo de estudiantes son considerados por sus profesores como alumnos inquisitivos, curiosos e incansables investigadores, lo que posiblemente retroalimenta su éxito.

Es así como en el amplio ámbito científico de la psicología de la instrucción, existe un área particularmente fructífera, que relaciona el nivel de inteligencia general, y en especial la inteligencia lógico-matemática con la capacidad para resolver problemas, el éxito académico general y el éxito, o fracaso, escolar en matemáticas (Andrade, Freixas y Miranda, 2001; Fernández, Varela, Casullo y Rial, 2003; Ferrándiz, Bermejo, Sainz, Ferrando y Prieto, 2008; Kornilova, Kornilov y Chumakova, 2009; Lynn y Mikk, 2009; Núñez y Lozano, 2005; Núñez et al., 2007; Stock, Desoete y Roeyers, 2009). Se ha encontrado que la inteligencia lógico-matemática, presenta relaciones positivas, estadísticamente significativas y de magnitud moderada con el rendimiento académico general, y particularmente con el éxito escolar en el área de las matemáticas, siempre en términos de edad, y relaciones estadísticamente significativas y de magnitud baja con el razonamiento verbal, la memoria y el razonamiento espacial (Blackwell, Trzesniewski, Sorich, 2007; Contreras, Salcedo y Pinninghoff, 2009; Crosnoe y Huston, 2007; Ferrándiz et al., 2008; Furnham, Monsen, y Ahmetoglu,

* Dirección para correspondencia [Correspondence address]:
Gamal Cerda Etchepare. Facultad de Educación, Universidad de Concepción, Chile. Casilla 160-C, Concepción (Chile).
E-mail: gamal.cerda@udec.cl

2009; Hale, Fiorello, Bertin y Sherman, 2005; Martín, Martínez-Arias, Marchesi, y Pérez 2008; Mc Clelland, Acock y Morrison, 2006; Lynn y Mikk, 2009; Pizarro et al., 2002; Ségure, Del Solar y Riquelme, 1994; Sternberg et al., 2001; Stock et al., 2009). En la misma línea de investigación, pero en relación al origen sociocultural, uno de nosotros, (Cerda, 1994), en un estudio previo, ha encontrado, diferencias significativas en el nivel de inteligencia lógica en relación a la extracción socio-económica del alumnado, medida en términos de dependencia administrativa¹. Las diferencias observadas marcaban niveles superiores de dominio y ejecución entre los escolares de origen socio-económico superior que asistían a escuelas de régimen privado (dependencia particular pagada, en la terminología chilena). En dicho estudio se encontró igualmente una relación directamente proporcional y significativa con las estrategias de procesamiento profundo y elaborado, y no así con aquellas de nivel memorístico o de retención de hechos; es decir, los estudiantes más exitosos resultaron ser los que realizaban algún tipo de procesamiento que implican estrategias de carácter superior, como esquematizar, hipotetizar, imaginar o poner en perspectiva aquello que se aprende. El estudio, también reportó diferencias significativas al comparar los niveles de pensamiento lógico que favorecen a los alumnos de establecimientos denominados Científico-Humanistas (homólogos a los Grammar School británicos, Liceos franceses o italianos, o antiguos bachilleratos españoles) respecto de aquellos que asisten a establecimientos Técnico-Profesionales (homólogos a los centros de Formación Profesional en España), como consecuencia de la naturaleza más académica de los primeros, y posiblemente de la especialización académica del profesorado.

Examinar en Chile el papel que puede desempeñar la competencia lógico-matemática, es especialmente relevante en la medida en que actualmente los estudiantes chilenos presentan bajos niveles de logro en las diversas pruebas internacionales a las que se ha sometido, como el Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) aplicada los años 1999 y 2003 y el Programme for International Students Assessment (PISA) aplicada los años 2000, 2006 y 2009. Las políticas educativas, señalan el área curricular de matemática como uno de los mayores desafíos, pues los resultados están más distantes del promedio de los países la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Desde el punto de vista de las políticas de igualdad, este es un extremo muy relevante, ya que se ha observado que marca la brecha más amplia de todos los países a favor de los hombres. Más de la mitad de los estudiantes chilenos alcanzó un nivel considerado inferior y un muy bajo porcentaje fue clasificado como superior o avanzado. En concreto, los estudiantes de último año de Educación

Básica y primeros años de Educación Secundaria, si bien logran realizar aplicaciones simples, como problemas de operatoria sencilla y rutinarios, presentan serias dificultades para resolver problemas que exigen razonamientos analíticos y mecanismos de evaluación, y tampoco son capaces de realizar aplicaciones a las situaciones cotidianas a partir de lo aprendido en las asignaturas de matemáticas (Cassasus, 2003; Eyzaguirre y Le Foulón, 2001; MINEDUC, 1999, 2004, 2005; 2007). La situación descrita se agrava en un país como Chile, fuertemente estratificado en clases sociales, convirtiéndose el factor económico en un importante predictor del rendimiento académico de los estudiantes (Beaton y O'Dwyer, 2002; Cowan, 2008; Ma, 2003; Ma y Crocker, 2007; McEwan y Carnoy, 2000; Mizala y Romaguera, 2000; Okpala y Okpala, 2001; Ramírez, 2006, 2007; Zvoch y Stevens, 2006).

Es conocido que si un individuo asimila o hace suyas las estructuras lógicas, está desarrollando y fortaleciendo su desempeño académico y su inteligencia general, en la medida en que ésta última, es una capacidad de discurrir y razonar adecuadamente (Ortega, 1999; 2005). Por lo mismo, se puede esperar que quienes presentan niveles altos de inteligencia lógica, alcancen éxito en diversas áreas del currículum, especialmente en las que más requiere del juego lógico que sustenta las operaciones formales. Más aún, se ha constatado que cuando los estudiantes son conminados a pensar críticamente, en un espacio de aprendizaje colaborativo basado en la adquisición de habilidades de resolución de problemas, mejoran sus resultados; igualmente la inteligencia lógico matemática puede ser potenciada o desarrollada en estudiantes de bajo rendimiento a través de programas de enriquecimiento cognitivo (Clements, 1984, Kamii, Rummelsburg y Kari, 2005). Pero quizás, lo que resulta más interesante es que el uso y creación de imágenes internas o dibujos, añadidos para explicitar la estructura de un problema, puede ser particularmente útil pues incrementa en forma significativa la correcta solución. Esto se relaciona con la denominada inteligencia fluida o eductiva, que consiste en extraer relaciones y correlatos de materiales o informaciones que aparecen desorganizados o poco organizados, no evidentes de forma inmediata a los ojos del observador, como las series gráficas incompletas. En este extremo se basa el instrumento de medida sobre el cual se soporta el trabajo que aquí presentamos.

El presente estudio pone a examen un instrumento para la medida de la inteligencia lógica compuesto por series gráficas incompletas, en la misma línea de los utilizados por Aguilar, Navarro y Alcalde (2003); O'Boyle et al., (2005) y Vicente, Orrantía y Verschaffel (2008). Se trata de explorar la capacidad para descubrir una regla subyacente a un conjunto de elementos aparentemente inconexos, cuya relación debe ser descubierta por el individuo. Esta capacidad resulta fundamental, pues, en la actualidad, quien no pueda acceder a formas culturales de representación simbólica (numéricas, científicas, artísticas, gráficas, etc.) está social, económica y culturalmente empobrecido, ya que no puede traducir la

¹ La dependencia administrativa de los centros escolares en Chile: particular pagada, particular subvencionada y municipal, se puede considerar una clasificación representativa de la estratificación socio-económico: alta, media y baja, respectivamente (Bellei, 2000; García-Huidobro y Bellei, 2003).

avalancha de información, en conocimientos que tengan sentido (Ortega, 1999; Pozo, 2003). Así mismo, es conocido que la intelección de estas estructuras simbólicas, involucra el pensamiento lógico y especialmente el razonamiento inductivo, que a su vez es pre-requisito para aproximarse al conocimiento científico, basado en el descubrimiento de leyes generales a partir de la observación de casos particulares.

Por otro lado, se ha puesto en evidencia que cuando se analizan los procesos cognitivos de los estudiantes exitosos, se observa que razonan o resuelven problemas haciendo más y mejor uso de habilidades metacognitivas, tales como la planificación, el control, la selección y la evaluación de los distintos estadios de las tareas involucradas, lo que les permite alcanzar un elevado rendimiento en matemáticas, incluso desde temprana edad (Brock, Rimm-Kaufman, Nathanson y Grimm, 2009; Bull y Scerif, 2001; De la Orden y González, 2005; Ferrándiz, Prieto, Fernández, Soto, Ferrando y Badía, 2010; Krajewsky y Schneider, 2009; Kroesbergen, Van de Rijt y Van Luit, 2007; Kroesbergen, Van Luit, Van Lieshout, Van Loosbroek y Van De Rijt, 2009; Miranda-Casas, Acosta-Escareño, Tarraga-Minguez, Fernández y Rosel-Ramírez, 2005; Onrubia, Rochera y Barberá, 2003; Peters y Castel, 2009; Prieto, Ferrándiz, Ballester, López y García, 2002; Proctor, Floyd y Shaver, 2005; Van der Stel y Veenman, 2009). En Chile, en un estudio sobre alumnos talentosos, se encontró que, en opinión de los docentes, estos estudiantes se distinguen de los comunes en el dominio específico de las tareas lógico-matemáticas, especialmente en destrezas de abstracción y de geometría (Flanagan y Arancibia, 2005).

El Test de Inteligencia Lógica Superior [TILS] (Cerdeña, 1994; Riquelme, Segure y Yévenes, 1991), constituye un valioso recurso para evaluar la capacidad lógico-matemática. Sus tareas cognitivas exigen al estudiante descubrir la o las relaciones que unen eventos específicos, elaborar una hipótesis sobre la relación que hay entre varios elementos, analizar dicho supuesto y comprobar si efectivamente la conexión es cierta y efectivamente ésta se articula con la relación encontrada.

El estudio persigue tres propósitos fundamentales: a) determinar si existen diferencias significativas en el nivel de inteligencia lógica en función de la edad, nivel escolar, género, capacidad y grupo de extracción socioeconómica medido

en términos de la dependencia administrativa de los establecimientos a los cuales asisten los estudiantes chilenos de Educación Básica y Secundaria y generar baremos diferenciales por edad y establecimiento educativo que permita justipreciar posibles diferencias significativas; b) medir la relación entre el nivel de inteligencia lógica de los estudiantes y su desempeño académico general y, más concretamente en el ámbito curricular de las Matemáticas y c) observar si existen diferencias significativas entre los baremos para escolares comunes frente a los que se muestran entre los estudiantes talentosos o especialmente dotados.

Método

Participantes

Se realizó un muestreo probabilístico de carácter estratificado, ponderando su peso relativo en la población por dependencia administrativa, que se recordará establecida en 3 niveles: a) particular pagada (clase alta); b) particular-subvencionada (clase media) y c) municipalizada (clase baja). Dentro de cada establecimiento seleccionado por dependencia, se procedió a aplicar el TILS al menos en un grupo aula por nivel, desde séptimo año básico (11 años) a cuarto año medio (17 años). Esta modalidad de muestreo sobrepasa con creces el número mínimo de alumnos encuestados al calcular el tamaño muestral sobre la base de los mecanismos estadísticos tradicionales. Por ejemplo, si se consideran los antecedentes de la investigación anterior realizada con alumnos de Enseñanza Media (Cerdeña, 1994; Segure, et al., 1994), al asumir un 99% de confianza y un error muestral de un punto, se obtiene un tamaño muestral requerido de al menos 612 alumnos.

En cuanto a la distribución por género, un 53.1% corresponde a mujeres y un 46.9% a hombres. La edad promedio de la muestra fue de 14.22 años ($DT = 1.68$), siendo de 14.18 años ($DT = 1.73$) para los chicos y de 14.26 años ($DT = 1.64$) para las chicas.

La Tabla 1 resume la distribución de la muestra en función de la edad y la dependencia administrativa de los establecimientos educativos.

Tabla 1: Distribución de la muestra en función de la dependencia administrativa de los centros escolares y edad (años).

Dependencia Administrativa	EDAD							Total
	11	12	13	14	15	16	17	
Particular Pagado	26	65	127	113	135	92	80	638
Particular Subvencionado	81	274	402	380	373	312	163	1985
Municipalizado	123	236	267	362	353	294	188	1823
Total	230	575	796	855	861	698	431	4446

Una muestra específica de estudiantes talentosos, independiente de la anterior, alcanzó un total de 493 alumnos, distribuidos en función de la dependencia administrativa del modo siguiente: Particular Pagado 34.3%, Particular Sub-

vencionado 53.8% y Municipalizado 11.9%. Esta muestra contempló una distribución relativamente homogénea por sexo y curso, sus edades fluctuaban entre 12 y 17 años. Los alumnos talentosos son seleccionados por las instituciones

para participar de diferentes actividades de profundización matemática, demostrando calificaciones promedio superiores a la media y una motivación adicional por la matemática por sobre el promedio.

Instrumento

El Test de Inteligencia Lógica Superior (TILS), fue desarrollado por el Instituto Pedagógico San Jorge–Mont de La Salle, de la Universidad de Montreal en Canadá, y posteriormente adaptado y normalizado, en Chile (Cerda, 1994; Riquelme et al., 1991).

El TILS tiene 50 ítems, más 5 ejemplos que permiten entender la forma en que se debe responder. Sus ítems son de tipo figurativo, incluyendo formas geométricas abstractas como puntos, líneas rectas o curvas, polígonos, etc. El tiempo contemplado para su administración es de 30 minutos. Cada ítem o reactivo presenta la misma estructura tipo, debidamente numerado. En el sector izquierdo de la hoja existen 4 figuras de una serie unidas por alguna regla o patrón. A esa serie hay que agregarle una quinta figura, que continúe dicha secuencia, para lo cual la persona debe elegir la alternativa correcta entre cinco posibilidades que se presentan. La Figura 1 muestra dos ítems que forman parte de los ejemplos de inducción del instrumento.

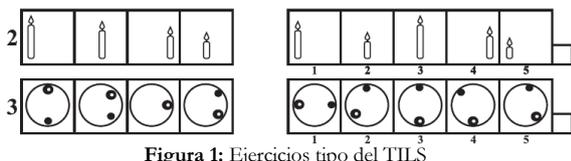


Figura 1: Ejercicios tipo del TILS

Diseño

La investigación siguió un enfoque cuantitativo de tipo descriptivo-correlacional.

Análisis estadístico

Los análisis realizados implicaron el empleo de estadísticos descriptivos de tendencia central y variabilidad. En cuanto al análisis de las propiedades psicométricas, se analizaron los índices de dificultad de los ítems y la consistencia interna de la escala mediante el coeficiente alfa de Cronbach. Para determinar la estructura factorial se llevó a cabo un análisis factorial exploratorio para variables categóricas. Para determinar la existencia de diferencias en los promedios de los grupos se emplearon comparaciones en base al estadístico *t* de student y un Análisis Factorial de la Varianza. Para analizar la relación bivariada entre variables se empleó el coeficiente de correlación producto-momento de Pearson. Finalmente, se llevaron a cabo regresiones lineales múltiples para determinar la capacidad explicativa de diferentes predictores sobre las variables dependientes de interés.

Los análisis estadísticos anteriores se llevaron a cabo empleando los programas estadísticos SPSS®15.0 y MPLUS® 6.0.

Resultados

Se realizó una aplicación piloto del TILS en una primera muestra de 140 estudiantes, 60 de instituciones municipalizadas, 50 particulares subvencionados y 30 particulares pagados, con un número similar de alumnos por cada nivel de primer a cuarto año medio, con el objeto de analizar la correcta comprensión de las instrucciones, el tiempo de ejecución y posible influencia de la fatiga. También se analizó la calidad de los estímulos, en el sentido de observar si los objetos dibujados eran reconocidos por los estudiantes y otros factores que pudieran distorsionar las respuestas. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, por lo que se procedió a la aplicación de la escala junto a un cuestionario de antecedentes sociodemográficos a la muestra definitiva.

Análisis Factorial Exploratorio

A objeto de determinar la estructura factorial de los ítems de la escala TILS, se procedió a llevar a cabo un Análisis Factorial Exploratorio (EFA, de sus siglas en inglés: Exploratory Factorial Analysis, a partir de ahora).

Dada la naturaleza dicotómica de los ítems, la implementación de los algoritmos tradicionales que consideran los modelos de factor común implementados en la mayoría de los programas estadísticos, no resultan apropiados, por cuanto estos asumen que las variables analizadas corresponden a variables continuas, por lo que proceden a factorizar la matriz de correlaciones producto-momento de Pearson. La naturaleza dicotómica de los ítems requiere que se factorice la matriz de correlaciones tetracóricas.

Debido a lo anterior se procedió a llevar a cabo el EFA sobre los ítems de la escala TILS, empleando para ello el algoritmo WLSMV incorporado al programa MPLUS, el cual analiza de manera apropiada la matriz de correlaciones tetracóricas.

Al momento de llevar a cabo el EFA, se procedió a solicitar un diferente número de factores cada vez, de modo de comparar la calidad del ajuste de las distintas soluciones factoriales así como su interpretabilidad. La calidad del ajuste de las distintas soluciones se evaluó empleando los estadísticos χ^2 , CFI, TLI y RMSEA proporcionados por el propio programa MPLUS. En cuanto a la interpretabilidad de las soluciones factoriales, se procedió a analizar la matriz de coeficientes de configuración (“cargas factoriales”) a objeto de identificar la naturaleza de los factores, así como la pertenencia de los diferentes ítems a los factores obtenidos.

En cuanto al número de soluciones factoriales analizadas, estas correspondieron de 1 a 3 factores. Los resultados obtenidos por las tres soluciones factoriales se presentan en la Tabla 2.

Como se observa en la Tabla 2, los tres modelos factoriales analizados exhiben un adecuado ajuste a los datos, toda vez que todos ellos presentan un CFI y TLI mayor a 0.95, así como un RMSEA menor a .05, considerados todos ellos como valores apropiados para un modelo factorial.

Tabla 2: Calidad del ajuste a los datos obtenidos por los modelos de 1, 2 y 3 factores para la versión Superior.

Modelo	$\chi^2(g)$	CFI	TLI	RMSEA
1 Factor	18616.99*** (1175)	.98	.98	.05
2 Factores	5309.99*** (1126)	.99	.99	.03
3 Factores	4004.61*** (1078)	.99	.99	.02

***: $p < 0.001$

Al complementar el análisis de los resultados anteriores con el examen de las matrices de configuración de las tres soluciones factoriales, se concluyó que el modelo de 1 factor resultaba el más apropiado para efectos de interpretación (véase Tabla 3).

Tabla 3: Matriz de configuración para la solución de un Factor.

Ítem	Factor 1	Ítem	Factor 1
1	.68	26	.50
2	.81	27	.65
3	.76	28	.63
4	.84	29	.64
5	.76	30	.83
6	.98	31	.31
7	.87	32	.47
8	.72	33	.73
9	.66	34	.74
10	.85	35	.59
11	.37	36	.61
12	.75	37	.50
13	.60	38	.73
14	.85	39	.50
15	.81	40	.75
16	.51	41	.52
17	.76	42	.39
18	.57	43	.69
19	.54	44	.44
20	.82	45	.62
21	.74	46	.59
22	.55	47	.20
23	.78	48	.41
24	.77	49	.51
25	.78	50	.41

Capacidad Discriminativa y Fiabilidad

Al analizar la capacidad de discriminación de los ítems del test, se observa que la gran mayoría de ellos se ajusta a los requerimientos psicométricos para este tipo de instrumentos, presentando valores de homogeneidad moderados.

El coeficiente *Alfa* de Cronbach, que examina la consistencia interna del instrumento, arrojó un valor de .95, considerado altamente adecuado. De este modo, se puede establecer que la variabilidad de los puntajes observada en el desempeño de los estudiantes responde a sus diferencias individuales respecto de la inteligencia lógica y no es producto del azar.

Validez de Criterio

Para determinar si los puntajes en la escala TILS permitían diferenciar entre el grupo de estudiantes talentosos y el grupo de estudiantes normales, se procedió a llevar a cabo una comparación de los promedios de ambos grupos. El resultado obtenido tras la aplicación de la prueba *t* de student para muestras independientes correspondió a $t(5149) = 13.78, p < .001$. Este resultado permite concluir que los estudiantes del grupo talentoso obtienen un promedio ($M = 31.37, DT = 7.85$) significativamente superior al del grupo de estudiantes normales ($M = 25.05, DT = 9.85$).

Resultados

Inteligencia lógica, edad, género y extracción socio-económica de los estudiantes

Los resultados de la aplicación del test TILS permiten establecer que los puntajes se distribuyen en forma normal con una media de 25.7 puntos ($DT = 9.8$). La mediana es de 26 puntos.

Para determinar el efecto conjunto en los resultados en el test TILS de las variables, género, edad y dependencia, se llevó a cabo un análisis de varianza factorial, que permitió observar que no había un efecto significativo de la interacción de tercer orden entre los factores género, edad y dependencia, $F(12, 4397) = 1.01, p = .43$ ($\eta^2_{parcial} = .003$). En cuanto a los efectos de interacción de segundo orden, tampoco resultaron significativas las interacciones entre género y edad, $F(6, 4397) = 0.95, p = .46$ ($\eta^2_{parcial} = .001$), así como entre género y dependencia, $F(2, 4397) = 0.31, p = .74$ ($\eta^2_{parcial} = .000$). Por el contrario, sí se presentó un efecto significativo para la interacción entre dependencia y edad, $F(12, 4397) = 5.18, p < .001$ ($\eta^2_{parcial} = .014$). La Figura 2 muestra las medias marginales para las combinaciones de género y dependencia.

El análisis de los efectos principales permitió establecer que los tres factores mostraron efectos significativos. Al comparar los resultados de hombres y mujeres $F(1, 4397) = 21.04, p < .001$ ($\eta^2_{parcial} = .005$), se observa que los primeros obtienen mayores puntajes que estas últimas. Al comparar los tipos de establecimientos $F(2, 4397) = 141.19, p < .001$ ($\eta^2_{parcial} = .060$), se observa que los estudiantes de establecimientos particulares obtienen puntajes más altos que los estudiantes de establecimientos subvencionados y municipales. De igual modo, se observa que los estudiantes de establecimientos subvencionados obtienen mayores puntajes que los de establecimientos municipales. Finalmente, en cuanto a

la edad, se constata la existencia de diferencias significativas en las medias de los puntajes TILS $F(6, 4397) = 58.09, p < .001$ ($\eta^2_{parcial} = .073$). Al respecto, los resultados muestran un incremento consistente a medida que los alumnos maduran cognitivamente o tienen más edad. Se observa que existe un grupo de desempeño superior constituido por los estudiantes que tienen entre 15 y 17 años, que se diferencia significativamente de los de menor edad, pero que entre ellos no existen diferencias significativas. Existe un segundo grupo, constituido por estudiantes que tienen 11, 13 y 14 años, que se diferencia significativamente del desempeño de aquellos estudiantes que tienen 12 años, no obstante al interior del grupo, no existen diferencias significativas por el hecho de tener 11, 13 ó 14 años.

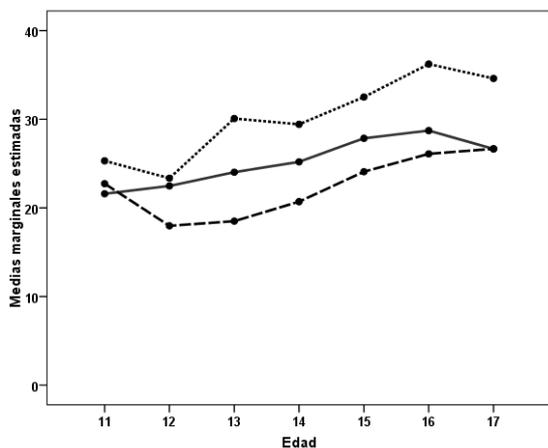


Figura 2: Medias marginales en la escala TILS para la interacción de edad y dependencia (línea continua: Particular subvencionado, línea punteada: Particular pagado y línea discontinua: Municipalizado).

Inteligencia lógica, rendimiento académico general y en el ámbito curricular de las matemáticas

En cuanto a la relación entre los puntajes alcanzados en el TILS y los promedios de calificaciones académicas, tanto generales como en el ámbito curricular de las matemáticas, ambas correlaciones fueron significativas: $r(3835) = .345, p < 0.001$ para el promedio general y $r(3912) = .352, p < .001$ para el promedio en matemáticas.

Para analizar el efecto conjunto de las variables de desempeño general, inteligencia lógica y edad, con respecto al desempeño académico observado en matemática, se realizó un análisis de regresión lineal, que permitió, a su vez, determinar los pesos relativos de dichas variables en la variabilidad de los promedios de notas en matemática. Los resultados obtenidos correspondieron a un coeficiente $R^2 = .54, F(3, 3525) = 1384.37, p < .001$. De esto se puede concluir que el conjunto de variables predictoras explica poco más del 50% de la variabilidad en el desempeño académico general.

Al analizar el efecto de los predictores individuales, se observa que todos ellos se relacionan de forma significativa

con la variable dependiente. En particular, se observa que los alumnos con mejor desempeño en matemáticas se caracterizan por presentar un mejor desempeño general ($\beta = 0.69, p < .001$), mayores puntajes de inteligencia lógica ($\beta = 0.12, p < .001$) y menor edad ($\beta = -0.07, p < .001$).

Dado que el promedio general incorpora el promedio en matemáticas, se realizó un segundo análisis excluyendo este predictor del modelo de regresión. Los resultados obtenidos en este nuevo modelo indicaron una capacidad explicativa correspondiente a un $R^2 = 0.13, F(2, 3911) = 290.28, p < .001$. En cuanto al efecto de la inteligencia lógica, se observa que los alumnos con mayor puntaje en esta variable obtienen un mayor promedio en matemáticas ($\beta = 0.37, p < .001$), en cuanto a la edad, los alumnos de menor edad obtienen un mejor promedio en matemáticas ($\beta = -0.08, p < .001$). En términos del porcentaje de la varianza del promedio de matemáticas explicado por los puntajes de razonamiento lógico, éste alcanzó a un 12.9%.

Análisis sobre grupo de estudiantes talentosos

Si se comparan las puntuaciones de los alumnos denominados normales con aquellos que eran considerados talentosos, se observa que la media para los alumnos talentosos es de 31.37 puntos, comparada con los 24.26 puntos de los alumnos normales. Estas diferencias son significativas $t(4720) = 15.750, p < .001$.

El análisis por dependencia administrativa dentro del grupo de estudiantes talentosos indica la existencia de diferencias significativas entre los puntajes medios alcanzados, al igual que en la muestra de estudiantes normales [$F(2,490) = 13.74, p < .001$]. Los estudiantes que asisten a establecimientos particulares presentan una media ($M=33.24, DT=7.14$) significativamente mayor que los estudiantes que asisten a establecimientos particulares subvencionados ($M=31.09, DT=7.85$) [Tukey $p < .013$] y a los que asisten a colegios municipalizados ($M=27.25, DT=8.12$) [Tukey $p < .001$]. A su vez, los estudiantes que asisten a colegios particulares subvencionados presentan una media mayor que los estudiantes que asisten a colegios municipalizados [Tukey $p < .002$].

Respecto de los puntajes alcanzados por chicos y chicas a diferencia del estudio poblacional, en el caso del grupo de estudiantes talentosos, se observa que los hombres alcanzan un puntaje medio significativamente mayor que el de las mujeres ($M=32.73, DT=7.60$) y ($M=29.54, DT=7.82$) respectivamente, [$F(1,491) = 20.610, p < .001$].

Al comparar los puntajes alcanzados por los estudiantes en función de su edad, se infiere también la existencia de diferencias significativas [$F(5,477) = 8.476, p < .001$]. Estas diferencias se dan al comparar los grupos de estudiantes de 15, 16 y 17 años con los de 12 [Tukey $p < .000$] y con los de 13 años [Tukey $p < .017$, Tukey $p < .004$ y Tukey $p < .007$, respectivamente]. También se observan diferencias significativas al comparar los grupos de 16 y 17 años con el grupo de 14 años [Tukey $p < .017$ y Tukey $p < .028$].

Al comparar los puntajes alcanzados por los estudiantes denominados talentosos en función de su curso, se infiere que existen diferencias significativas [$F(5,487) = 8.892$, $p < .001$]. Estas diferencias se dan al comparar los grupos de estudiantes de 2° , 3° y 4° medio con los de 7° año básico [Tukey $p < .000$, Tukey $p < .018$ y Tukey $p < .0007$, respectivamente]. Entre los estudiantes de 2° y 4° medio con los del grupo de estudiantes de 8° año básico [Tukey $p < .022$ y Tukey $p < .004$] y también entre el grupo de estudiantes de 1° medio y el de 4° medio [Tukey $p < .002$].

Se examinó la posible asociación entre el puntaje obtenido en el test TILS y el promedio de calificaciones académicas, el promedio de calificaciones en matemática y la edad de este grupo de estudiantes denominados talentosos. El análisis arroja que existe una correlación directamente proporcional entre el puntaje en inteligencia lógica y el desempeño en matemática ($r = .222$, $p < .001$), como también entre la edad y el puntaje alcanzado en el TILS ($r = .272$, $p < .001$). No existe, sin embargo, una correlación significativa entre el puntaje alcanzado en el TILS y el desempeño académico general ($r = .070$, $p = n.s.$).

Se realizó un análisis de regresión lineal para determinar la incidencia conjunta de las variables desempeño general, inteligencia lógica y edad, con respecto al desempeño académico observado en matemática y también para poder determinar los pesos relativos de dichas variables en la variabilidad de los promedios de notas en matemática. Se observa que el modelo predice el 37,9% de la variabilidad de los promedios en matemática observados [$F(3,472) = 95.955$, $p < .001$]. De este porcentaje, el mayor peso de la variabilidad explicada está dado por el promedio general 35.5% y por el TILS 2.22%. No obstante al restar del modelo el promedio general de calificaciones, dado que el promedio en matemáticas está incluido en éste, el porcentaje de predictibilidad de la prueba TILS sube a cerca del 5%.

Discusión y conclusiones

Desde el punto de vista psicométrico, el test TILS presenta todos los índices y medidas adecuadas para ser efectivamente utilizado como una herramienta válida y confiable para medir la inteligencia lógica de la población estudiantil chilena. En función de los resultados analizados se puede inferir que el instrumento es confiable, es decir, la variabilidad de los puntajes observada en el desempeño de los estudiantes responde a la variabilidad esperada en la característica inteligencia lógica examinada y no es fruto del azar. Del mismo modo, se puede señalar que el instrumento mide, en forma confiable, la inteligencia lógica de los estudiantes de la población escolar chilena, y por ende, es esperable que si se evaluara dicho desempeño en otra instancia los desempeños tenderían a ser evaluados de forma similar a la presente; es decir, no deberían presentar variaciones significativas.

Desde el punto de vista de su distribución, el TILS presenta un claro ajuste a la curva normal, hecho que permite establecer mecanismos comparativos idóneos para los profe-

sionales que eventualmente harán uso de éste. Los resultados comparativos expresados en términos de categorías y rangos percentiles facilitan su uso y capacidad de diagnóstico o análisis de impacto, dado que entregan la posibilidad cierta de establecer una comparación pertinente en función del grupo de pertenencia, evitando sobre o subestimaciones de dichos desempeños.

Se comprobó también la hipótesis que hay diferencias significativas entre los puntajes medios alcanzados por los grupos de estudiantes en función de su edad. Esto es consistente con los investigaciones relacionadas, que prueban que a mayor edad, mayor inteligencia lógico-matemática, y que ésta última presenta relaciones positivas, estadísticamente significativas y de magnitud moderada con las subescalas valoradas en la prueba psicométrica referidas a razonamiento numérico, lógico y nivel cognitivo general (Ferrándiz et al., 2008).

Del mismo modo, y concordante con la hipótesis respecto de la edad, se logró comprobar la hipótesis referida a que el nivel de inteligencia lógica de los estudiantes es superior según aumentan de nivel educativo. De los análisis precedentes, se puede establecer que efectivamente hay diferencias significativas entre los puntajes medios alcanzados por los grupos de estudiantes en función del curso al cual asisten, observándose un incremento paulatino a medida en que estos avanzan en nivel de escolaridad.

Respecto del género, el puntaje medio de inteligencia lógica de los chicos es superior al de las chicas. Las diferencias resultan ser significativas estadísticamente y son coincidentes con estudios previos tales como los de Barbero, Holgado, Vila y Chacón (2007) que obtuvieron diferencias significativas al comparar resultados en geometría y cálculo en donde obtienen mejores resultados los chicos, mientras las chicas obtuvieron mejores resultados en análisis de datos y álgebra. Esta investigación, mostró también una diferencia significativa en cuanto a actitud hacia las matemáticas, más positiva en los varones que en las chicas. Pero nuestros resultados no concuerdan con los reportados por Ferrándiz et al. (2008), quienes no encontraron diferencias significativas en los niveles de inteligencia lógico-matemática según el género de los participantes, en un estudio sobre el razonamiento lógico-matemático desde la perspectiva de las inteligencias múltiples, con alumnos de educación infantil y primaria en España.

Existe una correlación significativa de carácter directamente proporcional entre el desempeño general y el puntaje alcanzado en el test de inteligencia lógica, y también en el desempeño en matemática y el puntaje del TILS. Es decir, aquellos alumnos que presentan buenos rendimientos académicos generales tienden a obtener mayores puntajes en el test de inteligencia lógica, al igual que aquellos que presentan buenos rendimientos en matemática, lo que corrobora la hipótesis inicial.

Los hallazgos de esta investigación se suman a otras investigaciones en un área particularmente fructífera, que relaciona tipos de inteligencia con la capacidad para resolver

problemas, como también éstos con el éxito y el fracaso escolar en el ámbito de las matemáticas (Andrade et al., 2001; Ferrándiz et al., 2008; Petrill y Wilkerson, 2000; Prieto et al., 2002). Del mismo modo, la inteligencia lógica se asocia con diversas variables, entre las que se destacan: el nivel de conocimiento declarativo sobre el contenido específico del problema, las estrategias específicas y generales de resolución de problemas, las estrategias metacognitivas y los componentes afectivos, el aprendizaje de los contenidos matemáticos y el fracaso escolar (Lester, 1994; Okpala y Okpala, 2001).

En cuanto a la principal hipótesis de este estudio, se comprobó que el nivel de inteligencia lógica medida con el TILS presenta diferencias significativas en función de la extracción social medida por el tipo de dependencia administrativa del establecimiento al cual los estudiantes asisten. Más aún, las diferencias observadas favorecen ampliamente al grupo de estudiantes que asisten a establecimientos escolares particulares pagados o clase socioeconómica alta, por sobre los que asisten a instituciones particulares subvencionadas (clase media), y muy por encima de aquellos que asisten a centros municipalizados (clase económicamente desfavorecida). Esto viene a reafirmar la tesis de la alta estratificación social del estudiantado chileno y su impacto en rendimiento académico, aspecto ya detectado en trabajos previos (Baker, Goesling y Le Tendre, 2002; Cerda, 1994; Mizala y Romaguera, 2000; Ramírez, 2006, 2007). Si bien, en el presente estudio se observa una disminución de la brecha que los separa: de cerca de 12 puntos en el estudio anterior (Cerda, 1994) a casi 6 puntos en el presente; lo que no deja de ser preocupante desde el punto de vista de la inequidad del sistema educativo chileno. Sin embargo, es importante señalar que aun cuando los resultados corroboran la estratificación social que posee el sistema educativo chileno, y en este caso, también respecto de una variable de naturaleza no curricular y transversal como es la inteligencia lógica, no se puede sostener en forma taxativa que los estudiantes estén condenados o simplemente se vean beneficiados por el sólo hecho de asistir a distintos tipos de establecimientos, pues como lo han reflejado los estudios de Ramírez (2007) y Stemler (2001), la variabilidad mayor de los desempeños en matemáticas no se presenta entre las instituciones o escuelas, ni en-

tre las zonas donde éstas se ubican; la mayor varianza de los resultados del rendimiento se da al interior de las propias escuelas, entre los propios alumnos al interior de cada curso y por tanto son diferencias personales.

Otro aspecto importante que se deduce de esta investigación, es que se ha logrado evidenciar que los estudiantes denominados talentosos presentan niveles de inteligencia lógica significativamente superiores que aquellos estudiantes comunes. Las diferencias encontradas, vienen a respaldar estudios en la misma línea que sostienen que los alumnos talentosos poseen habilidades cognitivas como la capacidad para planificar, revisión, control, selección y evaluación de sus propias actividades intelectuales, todas ellas de carácter metacognitivo que parecen elementos básicos de lo que estamos llamando inteligencia lógica (Ferrándiz et al., 2010; Onrubia et al., 2003). Estos resultados son igualmente congruentes con el trabajo de Flanagan y Arancibia (2005) con estudiantes talentosos de Chile, en el que encontraron que los estudiantes talentosos presentan rasgos diferenciales especialmente en tareas de abstracción lógica y geometría.

Aunque pensamos que la investigación aquí presentada, permite establecer un fructífero escenario para investigaciones futuras, varios puntos débiles son reseñables, entre ellos los siguientes: no se ha realizado un trabajo de equivalencia entre las tareas lógico-matemáticas que mide el TILS, y el tipo de tareas matemáticas que actualmente están trabajando los escolares chilenos de los niveles estudiados. Investigación que debe ser realizada. No se ha estudiado el impacto emocional y de otros factores no cognitivos que las tareas matemáticas ejercen sobre los escolares, talentosos y comunes. Es necesario mayor control sobre aspectos actitudinales, tanto en general (todos los estudiantes) como en relación al género. Al menos estos tres aspectos requieren más investigación, y en ello estamos.

Finalmente, quisiéramos señalar que este trabajo resulta útil para aclarar el camino a seguir en términos de las políticas educativas que el Ministerio de Educación chileno está estableciendo en orden a mejorar los rendimientos académicos de los estudiantes de Educación Básica y Secundaria, de forma general y especialmente en el ámbito de las Matemáticas.

Referencias

- Aguilar, M., Navarro, J. y Alcalde, C. (2003). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Cultura y Educación*, 15(4), 385-397.
- Andrade M, Freixas, I. y Miranda, C. (2001). Predicción del rendimiento académico lingüístico y lógico matemático por medio de las variables modificables de las inteligencias múltiples del hogar. *Boletín Investigación Educativa*, 16, 301-315.
- Baker, D., Goesling, B. y Le Tendre, G. (2002). Socioeconomic status, school quality, and national economic development: A cross-national analysis of the "Heyneman-Loxley Effect" on mathematics and science achievement. *Comparative Education Review*, 46(3), 291-312.
- Barbero, M. I., Holgado, F. P., Vila, E. y Chacón, S. (2007). Actitudes, hábitos de estudio y rendimiento en Matemáticas: diferencias por género. *Psicothema*, 19(3), 413-421.
- Beaton, A. y O'Dwyer, L. (2002). Separating school, classroom, and student variances and their relationship to socio-economic status. D. F. Robitaille y A. E. Beaton (Eds). *Secondary Analysis of the TIMSS*, Chapter 14, 211-231 Boston: Kluwer Academic Publisher.
- Bellei, C. (2000). Educación media y juventud en los 90: Actualizando la vieja promesa. *Última década [online]*, 8(12), 45-88.
- Blackwell, L., Trzesniewski, K. y Sorich, C. (2007). Implicit theories of intelligence predict achievement across an adolescent transition: A longitudinal study and an intervention. *Child Development*, 78(1), 246-263.

- Brock, L., Rimm-Kaufman, S., Nathanson, L. y Grimm, K. (2009). The contributions of 'hot' and 'cool' executive function to children's, academic achievement, learning-related behaviors, and engagement in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly*, 24(3), 337-349.
- Bull, R., y Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology*, 19(3), 273-293.
- Cassasus, J. (2003). *La escuela y la (des)Igualdad*. Santiago:LOM.
- Cerda, G. (1994). *La Incidencia de las Variables Razonamiento Lógico, Creatividad y Estrategias de Aprendizaje en el Rendimiento Escolar de los Alumnos de Segundo año de Enseñanza Media de la Octava Región*. Tesis para optar al grado de Magíster en Educación, Mención Evaluación. Universidad de Concepción. Chile.
- Clements, D. H. (1984). Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of numbers. *Journal of Educational Psychology*, 76(5), 766-776.
- Contreras, A., Salcedo, P. y Pinninghoff, J. (2009). Performance of high school students in learning math: A neural network approach. Lecture Notes in Computer Science, 5602, Bioinspired Applications in Artificial and Natural Computation, 519-527.
- Cowan, R. (2008). Why children differ in their mathematical attainment at primary school?. *Anales de Psicología*, 24(2), 180-188.
- Crosnoe, R. y Huston, A. (2007). Socioeconomic Status, Schooling, and the Developmental Trajectories of Adolescents. *Developmental Psychology*, 43(5), 1097-1110.
- De la Orden, A. y González, C. (2005). Variables que discriminan entre alumnos de bajo y medio alto rendimiento académico. *Revista de Investigación Educativa*, 23(2), 573-600.
- Eyzaguirre, B. y Le Foulon, C. (2001). La Calidad de la Educación Chilena en Cifras. *Estudios Públicos*, 84, 85-204.
- Fernández, M., Varela, J., Casullo, M.M. y Rial, A., (2003). Estudio Longitudinal sobre la capacidad educativa en adolescentes escolarizados de Buenos Aires. *Anales de Psicología*, 19(2), 293-304.
- Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz, M., Ferrando, M. y Prieto, M. D. (2008). Estudio del Razonamiento Lógico-Matemático desde el Modelo de las Inteligencias Múltiples. *Anales de Psicología*, 24(2), 213-222.
- Ferrándiz, C., Prieto, D., Fernández, C., Soto, G., Ferrando, M. y Badía, M. (2010). Modelo de identificación de alumnos con altas habilidades de educación secundaria. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 13(1), 63-74.
- Flanagan A. y Arancibia, V. (2005). Talento académico: Un análisis de la identificación de alumnos talentosos efectuada por profesores. *Psyke*, 14(1), 121-135.
- Furnham, A., Monsen, J. y Ahmetoglu, G. (2009). Typical intellectual engagement, Big Five personality traits, approaches to learning and cognitive ability predictors of academic performance. *British Journal of Educational Psychology*, 79(4), 769-782.
- García-Huidobro, J. E. y Bellei, C. (2003). *Desigualdad educativa en Chile*. Santiago: Universidad Alberto Hurtado.
- Gardner, H. (1995). *Inteligencias Múltiples: La teoría en la Práctica*. Barcelona: Paidós.
- Hale, J.B., Fiorello, C.A., Bertin, M. y Sherman, R. (2005). Predicting math achievement through neuropsychological interpretation of WISC-III variance components. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 21(4), 358-380.
- Kamii, C., Rummelsburg, J. y Kari, A. (2005). Teaching arithmetic to low-performing, low-SES first graders. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 39-50.
- Kornilova, T., Kornilov, S y Chumakova, M. (2009). Subjective evaluations of intelligence and academic self-concept predict academic achievement: Evidence from a selective student population. *Learning and Individual Differences*, 19(4), 596-608.
- Krajewsky, K. y Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19(6), 513-526.
- Kroesbergen, E., Van de Rijt, B. y Van Luit, J. (2007). Working Memory and Early Mathematics: Possibilities for Early Identification of Mathematics Learning Disabilities. *Advances in Learning and Behavioral Disabilities*, 20, 1-19.
- Kroesbergen, E., Van Luit, J, Van Lieshout, E., Van Loosbroek, E. y Van de Rijt, B., (2009). Individual differences in early numeracy: The role of executive functions and subitizing. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 226-236
- Lester, F. (1994). Musing About Mathematical Problem-Solving Research: 1970-1994. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.
- Lynn, R. y Mikk, J. (2009). National IQs predict educational attainment in math, reading and science across 56 nations. *Intelligence*, 37(3), 305-310.
- Ma, X. (2003). Measuring up: Academic performance of Canadian immigrant children in reading, mathematics, and Science. *Journal of International Migration and Integration*, 4(4), 541-576.
- Ma, X. y Crocker (2007). Provincial Effects on Reading Achievement. *The Alberta Journal of Educational Research*, 53(1), 87-109
- Martín, E., Martínez-Arias, R., Marchesi, A. y Pérez E. (2008). Variables that predict academic achievement in the Spanish compulsory Secondary Educational System: A longitudinal multi-level analysis. *The Spanish Journal of Psychology*, 11(2), 400-413.
- Mc Clelland, M., Acock, A. y Morrison, F.(2006). The impact of kindergarten learning-related skills on academic trajectories at the end of elementary school *Early Childhood Research Quarterly* 21(4), 471-490
- Mc Ewan, P. y Carnoy, M. (2000). The Effectiveness and Efficiency of Private Schools in Chile's Voucher System. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 22(3), 213-239.
- MINEDUC (1999). *Tercer estudio internacional de Matemáticas y Ciencias 1999, TIMSS-R*. Unidad de Currículum y Evaluación, Departamento de Estudios Internacionales. Chile:Mineduc.
- MINEDUC (2004). *Chile y el aprendizaje en matemáticas y ciencias según TIMSS. Resultados de los estudiantes chilenos de 8° básico en el estudio internacional de tendencias matemáticas y ciencias 2003*. Unidad de Currículum y Evaluación, SIMCE, Estudios Internacionales. Chile:Mineduc.
- MINEDUC (2005). *Competencias para la Vida. Resultados de los estudiantes chilenos en el estudio PISA 2000*. Unidad de Currículum y Evaluación, SIMCE, Estudios Internacionales. Chile:Mineduc.
- MINEDUC (2007). *PISA 2006. Rendimiento de estudiantes de 15 años en Ciencias, Lectura y Matemáticas*. Unidad de Currículum y Evaluación, SIMCE, Estudios Internacionales. Chile:Mineduc.
- Miranda-Casas, A., Acosta-Escareño, G., Tarraga-Minguez, R., Fernández, M. y Rosel-Ramírez, J. (2005). Nuevas Tendencias en la evaluación de las matemáticas de aprendizaje. El papel de la metacognición. *Revista de Neurología*, 40(1), 97-102.
- Mizala, A. y Romaguera, P. (2000). *School performance and choice: The Chilean experience*. *Journal of Human Resources*, 35(2), 392-417.
- Núñez, M.C. y Lozano, I. (2005). Evolución del rendimiento matemático temprano en una muestra de alumnos con discapacidad intelectual mediante la prueba TEMA-2. *Infancia y Aprendizaje*, 28(1), 39-50.
- Núñez, T. Bryant, P., Evans, D., Bell, D., Gardner, S., Gradner, A. y Carraher, J. (2007). The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. *British Journal of Developmental Psychology*, 25(1), 147-166.
- O'Boyle, M.W., Cunnington, R., Silk, T.J., Vaughan, D., Graeme, J., G., Syngieniotis, A. y Egan, G. F. (2005). Mathematically gifted male adolescents activate a unique brain network during mental rotation. *Cognitive Brain Research* 25(2), 583-587.
- Okpala, C. y Okpala, A. (2001). Parental involvement, instructional expenditures, family socioeconomic attributes, and student achievement. *The Journal of Educational Research*, 95(2), 110-115.
- Onrubia, J., Rochera, M. y Barberá, E. (2003). La Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas: Una Perspectiva Psicológica. En J. Palacios, A. Marchesi y C. Coll (Eds.), *Desarrollo Psicológico y Educación 1. Psicología evolutiva*, 453-469. Madrid:Alianza.
- Ortega, R. (1999). *Creer y aprender*. Madrid:Visor.
- Ortega, R. (2005). *Psicología de la enseñanza y desarrollo de personas y comunidades*. México:Fondo de Cultura Económica.
- Peters, E. y Castel, A. (2009). Numerical representation, math skills, memory, and decision-making. *Behavioral and Brain Sciences*, 32(3-4), 347-348.
- Petrill, S. y Wilkerson, B. (2000). Intelligence and Achievement: A Behavioral Genetic Perspective. *Educational Psychology Review*, 12(2), 185-199.
- Pizarro, R., Colarte, P., Machuca, L., Donoso, F., Martínez, M. y Walker, I., (2002). Análisis Psicométrico de las Escalas de Inteligencia MIDAS-KIDS. *Revista de Psicología de la Universidad de Chile*, 11(2), 111-124

- Pizarro, R., Lazcano, S. y Clark, S. (2000). Inteligencia Múltiple Lógico-Matemática y Aprendizajes. Escolares Científicos. *Revista de Psicología Universidad de Chile*, 9, 1-17.
- Pozo, J. (2003). *Adquisición de Conocimiento*. Morata:España
- Prieto, M., Ferrándiz, C., Ballester, P., López, O. y García, J. (2002). Perfiles de los alumnos con talentos específicos. *Educación en el 2000: revista de formación del profesorado*, 5, 66-71.
- Proctor, B. E., Floyd, R. G. y Shaver, R. B. (2005). Cattell-Horn-Carroll broad cognitive ability profiles of low math achievers. *Psychology in the Schools*, 42(1), 1-12
- Ramírez, M. (2006). Understanding the Low Mathematics Achievement of Chilean Students: A Cross-National Analysis Using TIMSS Data. *International Journal of Educational Research*, 45(3), 102-116.
- Ramírez, M. (2007). Diferencias dentro de la Sala de Clases. Distribución del Rendimiento en Matemáticas. *Estudios Públicos*, 106, 5-22.
- Riquelme, G., Segure, T. y Yévenes, R. (1991). Versión experimental del Test de Inteligencia Lógica. *Paideia*, 16, 77-85.
- Ségure, T., Del Solar, M. y Riquelme, G. (1994). Características psicosociales de alumnos de Educación Media en la Octava Región y su incidencia en el rendimiento escolar. *Revista de Educación Paideia*, 19, 37-44
- Stemler, S. (2001). Examining School Effectiveness at the Fourth Grade: A Hierarchical Analysis of the Third International Mathematics and Science Study (TIMSS)". Doctoral dissertation, Boston College, 2001. *Dissertation Abstracts International*, 62, 03A
- Sternberg, R., Nokes, C., Geissler, W., Prince, R., Okatcha, F., Bundy, D. y Grigorenko, E. (2001). The relationship between academic and practical intelligence: A case study in Kenya. *Intelligence*, 29(5), 401-418.
- Stock, P., Desoete, A. y Roeyers, H. (2009). Predicting arithmetic abilities: The role of preparatory arithmetic markers and intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27(3), 237-251.
- Van der Stel, M. y Veenman, M. V. J. (2009). Development of metacognitive skillfulness: A longitudinal study. *Learning and Individual Differences*, 20(3), 220-224.
- Vicente, S., Orrantia, J. y Verschaffel, L. (2008). Influencia del conocimiento matemático y situacional en la resolución de problemas aritméticos verbales: ayudas textuales y gráficas. *Infancia y Aprendizaje*, 31(4), 463-483.
- Zvoch, K. y Stevens, J. (2006). Longitudinal effects of school context and practice on middle school mathematics achievement. *The Journal of Educational Research*, 99(6), 347-357.

(Artículo recibido: 16-2-2010; revisión: 1-9-2010; aceptado: 14-10-2010)